

PARAMETER IDENTIFICATION FOR UNDERDETERMINED SYSTEMS ARISING IN OPTION PRICING MODELS AND NEURAL NETWORKS

MICHAELA SCHULZE

In dieser Arbeit untersuchen wir das Konvergenzverhalten eines effizienten Optimierungsverfahrens zur Parameteridentifizierung von unterbestimmten Problemen. Die Untersuchungen dieser Arbeit sind motiviert durch Optimierungsprobleme, die im Zusammenhang von Parameterschätzungen beim Training von Neuronalen Netzen sowie bei der Bewertung von Europäischen Call Optionen entstehen.

In der ersten Anwendung beschäftigen wir uns mit auf die Vorhersage von Aktienindizes angewandten Neuronalen Netzen. Auf Grund ihrer Fähigkeit komplexe nichtlineare Strukturen beschreiben zu können, werden Neuronale Netze für eine verbesserte Modellierung nichtlinearer Zusammenhänge in Finanzmärkten herangezogen. Das Training dieser Neuronalen Netze lässt sich beschreiben durch ein nichtlineares, großdimensioniertes kleinste Quadrate-Problem. Da bei dieser Anwendung die Anzahl der zu bestimmenden Parameter des Neuronalen Netzes in der Regel die Anzahl der für die Bestimmung der Unbekannten zur Verfügung stehenden Trainingsmuster übersteigt, ist die Residuumsfunktion des kleinsten Quadrate-Problems unterbestimmt.

In der Optionspreistheorie ist die Volatilität des der Option zugrunde liegenden Basistitels ein wichtiger, aber gewöhnlich unbekannter Parameter. Unter der Annahme, dass der zugrunde liegende Basistitel einem stetigen Ein-Faktor-Diffusionsmodell mit nichtkonstanten Drift- und Volatilitätsparametern genügt, erfüllt die Preisfunktion der Europäischen Call Option ein parabolisches Anfangswertproblem, in dem einer der Koeffizienten der Differentialgleichung die Volatilitätsfunktion enthält. Unter Benutzung dieser Systemgleichung lässt sich die Konstruktion der Volatilitätsfunktion durch ein nichtlineares kleinste Quadrate-Problem beschreiben. Da dem Anpassungsprozess der Volatilitätsfunktion nur eine kleine Anzahl von beobachteten Marktdaten zugrunde liegt, sind diese Probleme naturgemäß schlecht gestellt.

Für die Lösung dieser großdimensionierten, unterbestimmten, nichtlinearen kleinsten Quadrate-Probleme benutzen wir einen vollständig iterativen, inexakten Gauß-Newton Algorithmus. Wir zeigen, wie sowohl die Struktur der Neuronalen Netzen als auch die des Europäischen Callpreis Modells bei der Anwendung iterativer Methoden ausgenutzt werden kann. Des Weiteren präsentieren wir theoretische Aussagen über das Konvergenzverhalten von inexakten Gauß-Newton Methoden, wenn sie auf den weniger häufig untersuchten Fall von unterbestimmten kleinsten Quadrate-Probleme angewandt wurden.

Schließlich präsentieren wir sowohl für die Anwendung von Neuronalen Netzen auf die Prognose von Aktienindizes als auch für die Konstruktion der Volatilitätsfunktion in Europäischen Optionspreis Modellen numerische Ergebnisse. Bei der letzteren Anwendung haben wir die parabolische Differentialgleichung mit Hilfe eines Finiten Differenzenschematas diskretisiert und auf Konvergenzprobleme hingewiesen, die im Zusammenhang mit nicht differenzierbaren Anfangsbedingungen entstehen.