

**The BMAP/G/1 queue with level dependent arrivals:  
An extended queueing model for stations  
with nonrenewal and state dependent input traffic**

Dissertation

Jens Hofmann  
Universität Trier  
FB IV — Informatik

**Zusammenfassung:**

In den letzten Jahren führte die intensive Forschung im Bereich der Hochleistungskommunikationsnetze zu kontinuierlichen technologischen Verbesserungen. Gegenwärtig ist eine schnell wachsende Nachfrage nach mobilen Kommunikationssystemen wie Mobiltelefonen oder kabellosen Computernetzen zu verzeichnen.

Parallel zu diesen Entwicklungen stiegen die Anforderungen an die Methoden zur Leistungsanalyse derartiger Systeme. Die Warteschlangentheorie stellt klassische Modelle zur Analyse von Kommunikationsnetzen bereit. Ein Bereich in der modernen Warteschlangentheorie sind die Matrix-analytischen Methoden. Hier konzentriert sich die Forschung auf den Batch Markovian Arrival Process (BMAP), welcher äquivalent zu Neuts Versatile Markovian Point Process ist, und Warteschlangensysteme mit diesem Ankunftsprozeß. Der BMAP ist eine Verallgemeinerung des Poisson Prozesses, des Markov Modulated Poisson Process (MMPP) und des Markovian Arrival Process (MAP). Das BMAP/G/1 Warteschlangensystem wurde analysiert von Ramaswami (damals noch mit der Bezeichnung N/G/1) und Lucantoni. Weitere Varianten wurden später untersucht.

Die bisher betrachteten Ankunftsprozesse sind räumlich homogen und somit unabhängig vom aktuellen Zustand des Warteschlangensystems. In modernen Kommunikationsnetzen, wie z.B. ATM, kann jedoch ein dynamisches Routing erfolgen, so daß der Ankunftsstrom in einen Knoten vom aktuellen Zustand dieses Knotens abhängt.

Dies war unser Ausgangspunkt für die Definition eines Level-abhängigen BMAPs und die Analyse des BMAP/G/1 Warteschlangensystems mit Level-abhängigen Ankünften. Letzteres stellt eine Verallgemeinerung des klassischen BMAP/G/1 Warteschlangensystems dar. Es umfaßt auch das BMAP/G/1 Warteschlangensystem mit beschränktem Warteraum.

Im ersten Teil dieser Arbeit definieren wir einen Level-abhängigen BMAP und leiten wichtige Eigenschaften der Generatormatrix und der Übergangswahrscheinlichkeiten her. Wir zeigen, daß die Übergangsmatrix des Level-abhängigen BMAPs die Vorwärts- und Rückwärtsdifferentialgleichungen erfüllt und somit als Matrixexponentialfunktion der Generatormatrix darstellbar ist.

Der zweite Teil befaßt sich mit der Analyse des BMAP/G/1 Warteschlangensystems mit Level-abhängigen Ankünften. Dieses Warteschlangensystem und die zugehörigen stochastischen Prozesse werden in Kapitel 2 eingeführt. Um die Grenzverteilung der Warteschlangenlänge zu bestimmen, verwenden wir die Methode der eingebetteten Markov Kette. In Kapitel 3 bestimmen wir die Einträge der Übergangsmatrix der eingebetteten Markov Kette und die mittlere Zahl Ankünfte während einer Bedienzeit.

Stabilitätsbedingungen für das BMAP/G/1 Warteschlangensystem mit Level-abhängigen Ankünften werden durch Anwendung eines verallgemeinerten Foster Kriteriums hergeleitet.

Im Level-unabhängigen Fall spielt die Fundamentalperiodenmatrix  $G$  die Hauptrolle bei der Bestimmung der Gleichgewichtsverteilung. In unserem Fall hängen die Fundamentalperioden vom Anfangslevel  $k$  ab. Daher erhalten wir verschiedene Fundamentalperiodenmatrizen  $G^{(k)}$  für alle Level  $k \geq 1$ . Wir leiten zwei Algorithmen zur Berechnung dieser Matrizen her. Weiterhin zeigen wir, daß die Vektoren der mittleren Anzahlen Bedienabschlüsse während einer Fundamentalperiode die eindeutige Lösung eines unendlich-dimensionalen Systems linearer Gleichungen bilden.

Mit diesen Ergebnissen kann die stationäre Verteilung der Warteschlangenlänge zu Bedienabschlußzeitpunkten bestimmt werden. Wir wenden ein Ergebnis aus der Theorie der Semi-Markov Prozesse an, um die Gleichgewichtswahrscheinlichkeiten für Level 0 zu erhalten. Um die Gleichgewichtswahrscheinlichkeiten der übrigen Level zu berechnen, verallgemeinern wir die Formel von Ramaswami. Die Grenzverteilung der Warteschlangenlänge zu beliebigen Zeitpunkten wird unter Verwendung des Hauptsatzes der Erneuerungstheorie hergeleitet.

Im dritten Teil betrachten wir einige Spezialfälle. Zunächst nehmen wir an, daß der Phasenprozeß Level-unabhängig sei. In diesem Fall können wir einige unserer Ergebnisse erweitern. Insbesondere leiten wir eine stärkere Stabilitätsbedingung her. Wir beenden diesen Teil, indem wir zeigen, daß unsere Ergebnisse mit den für das klassische BMAP/G/1 Warteschlangensystem und das BMAP/G/1 Warteschlangensystem mit beschränktem Warteraum übereinstimmen.

Zum Abschluß dieser Arbeit geben wir einige Hinweise für weitere Forschungen.