
Methoden regionalisierter dynamischer Mikrosimulationen

Vom Fachbereich IV der Universität Trier zur Verleihung des
akademischen Grades Dr. rer. pol. genehmigte

Dissertation

von

Simon Schmaus

geboren am 17.01.1990 in Augsburg

Betreuer:

Prof. Dr. Ralf Münnich (Universität Trier)

Prof. Dr. Johannes Kopp (Universität Trier)

Datum der Einreichung: 30.05.2022

Datum der Verteidigung: 24.02.2023

Trier, 2023

Danksagung

Vor allem möchte ich meinem Erstbetreuer Ralf Münnich, der mir von Anfang an viel Vertrauen entgegengebracht hat, für die hervorragende Betreuung danken. Ohne seine Ideen, Motivation, fachliche Expertise und konstruktive Kritik wäre die vorliegende Arbeit nie entstanden. Auch bei meinem Zweitbetreuer Johannes Kopp möchte ich mich ganz besonders für die großartige Betreuung und die vielen spannenden Diskussionen bedanken.

Die Dissertation wurde im Rahmen des Forschungsprojektes *Regionale Mikrosimulationen und Indikatorensysteme* (REMIKIS) und der DFG-Forschungsgruppe FOR-2559 *Sektorenübergreifendes kleinräumiges Mikrosimulationsmodell* (MikroSim) angefertigt. Ich möchte mich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Nikolaus-Koch-Stiftung für die Förderung bedanken, die es ermöglicht hat, die vorliegenden Forschungsarbeiten durchzuführen.

Durch seine außergewöhnlichen fachlichen und menschlichen Fähigkeiten war Jan Pablo Burgard – nicht nur im Rahmen der gemeinsamen Forschungsarbeiten im REMIKIS-Projekt – eine enorme Unterstützung und Inspiration. Auch Florian Ertz hat meinen Weg von Beginn an mit begleitet und war in allen Phasen fachlich wie auch menschlich eine große Unterstützung.

Bedanken möchte ich mich außerdem bei allen MikroSim PIs und den MikroSim-Teams der Universität Trier, der Universität Duisburg-Essen und von Destatis. Besonders Hanna Dieckmann, Sebastian Dräger und Hariolf Merkle haben mich während unserer engen Zusammenarbeit extrem unterstützt und motiviert. Für den besonderen fachlichen Input möchte ich zudem Joscha Krause und Anna-Lena Wölwer danken. Für die wundervolle gemeinsame Zeit und die große Unterstützung bedanke ich mich darüber hinaus bei Abrar Ahmed, Ahmed Alsaloum, Lisa Borsi, Christopher Caratiola, Julian Ernst, Jana Emmenegger, Patricia Dörr, Saeideh Kamgar, Anne Konrad, Simon Lenau, Julia Manecke, Kristina Neufang, Martin Rupp, Jannik Schaller, Johannes Straubinger, Jan Weymeirsch und Felix Willems. Für eure Unterstützung, die unzähligen fachlichen Diskussionen aber auch ganz besonders für die gemeinsamen Aktivitäten und Feiern bin ich euch sehr dankbar.

Ganz besonders möchte ich mich bei Hannah Tuleweit bedanken, die mir unzählige Male den Rücken freigehalten und mich in schwierigen Zeiten aufgebaut hat. Unendlich dankbar bin ich auch meinen Eltern und meinen Brüdern, die mich immer unterstützt und gefördert haben.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	ix
Englische Zusammenfassung	xi
Abbildungsverzeichnis	xviii
Tabellenverzeichnis	xxvi
Notation	xxvii
Abkürzungsverzeichnis	xxxii
1 Einleitung	1
2 Grundlagen dynamischer Mikrosimulationen	5
2.1 Definition von Mikrosimulationen	6
2.2 Historische Entwicklung	7
2.3 Ausgangssatze für Mikrosimulationen	9
2.4 Methodische Differenzierung	14
2.4.1 Fortschreibungsprozess	14
2.4.2 Interessierende Subpopulation	18
2.4.3 Ein- und Austritt von Individuen	19
2.4.4 Agentenbasierte Simulationen	19
2.4.5 Regionalisierte dynamische Mikrosimulationen	22
2.5 Erstellungsprozess dynamischer Mikrosimulationen	24
2.6 Modellierung und Simulation von Zuständen und Übergängen	28
2.6.1 Struktur und Definition der verwendeten Populationen	28
2.6.2 Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten	30
2.6.3 Direkte Schätzung	34
2.6.4 Modellbasierte Schätzung	36
2.6.5 Simulation von Zuständen und Übergängen	45
2.7 Organisation dynamischer Prozesse	50

2.7.1	Modularisierung von Simulationsprozessen	50
2.7.2	Sequenzielle Modellierung und Simulation	52
2.8	Mikrosimulationsprojekte: REMIKIS und MikroSim	56
3	Anpassung von Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten	61
3.1	Anpassung von Wahrscheinlichkeiten in Mikrosimulationen	62
3.1.1	Gründe für die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten	62
3.1.2	Regionalisierung von Wahrscheinlichkeiten	66
3.2	Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten	68
3.2.1	Methodische Differenzierung	68
3.2.2	Parameter-Alignment-Verfahren	73
3.2.2.1	Logit Scaling	75
3.2.2.2	Constraint Parameter Alignment	78
3.2.2.3	Constraint Maximum Likelihood	79
3.2.3	Anwendungsbeispiel für Parameter-Alignment	80
3.3	Simulationsstudien	82
3.3.1	Unterschiedliche Stichprobengrößen	82
3.3.2	Disproportionale Ziehung exogener Variablen	92
3.3.3	Disproportionale Ziehung der endogenen Variable	100
3.3.4	Geschätzte Totalwerte	110
3.3.5	Stichprobenbasierte Basispopulationen	114
3.3.6	Regionalisierung	121
3.4	Zusammenfassung	127
4	Simulation räumlicher Mobilität	131
4.1	Bedeutung räumlicher Mobilität für Mikrosimulationen	132
4.2	Migration in Mikrosimulationen	136
4.2.1	Migration in internationalen Mikrosimulationsmodellen	136
4.2.2	Simulationsstrategien	139
4.3	Simulation von Wanderungen in Deutschland	143
4.3.1	Anforderungen	143
4.3.2	Datenbasis	144
4.3.3	Generierung individueller Wanderungswahrscheinlichkeiten	147
4.3.4	Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten	151

4.3.5	Vergleich der Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten auf Haushaltsebene	157
4.3.5.1	Aufbau der Simulation	158
4.3.5.2	Simulationsergebnisse	161
4.4	Konzeptionen von Wanderungsmodulen	166
4.4.1	Konzeptionelle Aspekte offener Wanderungsmodule	166
4.4.2	Konzeptionelle Aspekte geschlossener Wanderungsmodule	172
4.5	Simulation von Wanderungen	176
4.5.1	Aufbau der Simulation	176
4.5.2	Simulationsergebnisse: Simulationshorizont 2019	178
4.5.3	Simulationsergebnisse: Simulationshorizont 2041	191
4.6	Zusammenfassung	199
5	Sensitivitätsanalysen zur Quantifizierung von Unsicherheiten	203
5.1	Unsicherheit in dynamischen Mikrosimulationen	204
5.1.1	Unsicherheitsquellen	204
5.1.2	Unsicherheitsmessung in dynamischen Mikrosimulationen	207
5.2	Varianzbasierte Sensitivitätsanalysen für Mikrosimulationen	208
5.2.1	Methodik varianzbasierter Sensitivitätsanalysen	208
5.2.2	Sensitivitätsanalysen im Kontext dynamischer Mikrosimulationen	210
5.3	Analyse von Modell- und Parameterunsicherheit	213
5.3.1	Aufbau der Simulation	213
5.3.2	Simulationsergebnisse: Modellunsicherheit	216
5.3.3	Simulationsergebnisse: Parameterunsicherheit	226
5.4	Regionalisierte Analyse von Szenarien	232
5.4.1	Aufbau der Simulation	232
5.4.2	Simulationsergebnisse	234
5.5	Zusammenfassung	239
6	Zusammenfassung und Ausblick	243
A	Ausgewählte Beispiele	249
A.1	Beispiele zur Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten	249
A.1.1	Direkte Schätzung über bedingte Verteilungen	249
A.1.2	Direkte Schätzung über Conditional Inference Trees	251

A.1.3	Beispiel zur modellbasierten Schätzung mit GAMs	252
A.2	Beispiel zur Simulation von Zustandsänderungen	254
A.3	Vergleich der Methoden zur Simulation von Zuständen	256
A.3.1	Aufbau der Simulation	256
A.3.2	Simulationsergebnisse	259
A.3.3	Zusammenfassung	264
A.4	Beispiel zur sequenziellen Modellierung	264
B	Ergänzende Simulationsergebnisse zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten	267
B.1	Unterschiedliche Stichprobengrößen	268
B.2	Disproportionale Ziehung exogener Variablen	278
B.3	Disproportionale Ziehung der endogenen Variable	288
B.4	Geschätzte Benchmarkwerte	297
B.5	Stichprobenbasierte Basispopulationen	302
B.6	Regionalisierung	311
C	Ergänzungen zur Simulation räumlicher Mobilität	353
C.1	BIRLS-Algorithmus für multinomiale Anpassungen	354
C.2	Beispielhafte Anwendung des BIRLS-Algorithmus	356
C.3	Simulierte Fortzüge über Kreisgrenzen	362
C.4	Simulierte Wanderungen zwischen Bundesländern	370
C.5	Relative Differenz bei Binnenmigration	372
C.6	Simulierte Zuzüge auf Kreisebene	380
D	Ergänzende Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen	395
D.1	Sensitivitätsanalysen zur Modellunsicherheit	396
D.2	Sensitivitätsanalysen zur Parameterunsicherheit	400

Zusammenfassung

Das Ziel dynamischer Mikrosimulationen ist es, die Entwicklung von Systemen über das Verhalten der einzelnen enthaltenen Bestandteile zu simulieren, um umfassende szenariobasierte Analysen zu ermöglichen. Im Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften wird der Fokus üblicherweise auf Populationen bestehend aus Personen und Haushalten gelegt. Da politische und wirtschaftliche Entscheidungsprozesse meist auf lokaler Ebene getroffen werden, bedarf es zudem kleinräumiger Informationen, um gezielte Handlungsempfehlungen ableiten zu können. Das stellt Forschende wiederum vor große Herausforderungen im Erstellungsprozess regionalisierter Simulationsmodelle. Dieser Prozess reicht von der Generierung geeigneter Ausgangsdatsätze über die Erfassung und Umsetzung der dynamischen Komponenten bis hin zur Auswertung der Ergebnisse und Quantifizierung von Unsicherheiten. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausgewählte Komponenten, die für regionalisierte Mikrosimulationen von besonderer Relevanz sind, beschrieben und systematisch analysiert.

Zunächst werden in Kapitel 2 theoretische und methodische Aspekte von Mikrosimulationen vorgestellt, um einen umfassenden Überblick über verschiedene Arten und Möglichkeiten der Umsetzung dynamischer Modellierungen zu geben. Im Fokus stehen dabei die Grundlagen der Erfassung und Simulation von Zuständen und Zustandsänderungen sowie die damit verbundenen strukturellen Aspekte im Simulationsprozess.

Sowohl für die Simulation von Zustandsänderungen als auch für die Erweiterung der Datenbasis werden primär logistische Regressionsmodelle zur Erfassung und anschließenden wahrscheinlichkeitsbasierten Vorhersage der Bevölkerungsstrukturen auf Mikroebene herangezogen. Die Schätzung beruht insbesondere auf Stichprobendaten, die in der Regel neben einem eingeschränkten Stichprobenumfang keine oder nur unzureichende regionale Differenzierungen zulassen. Daher können bei der Vorhersage von Wahrscheinlichkeiten erhebliche Differenzen zu bekannten Totalwerten entstehen. Um eine Harmonisierung mit den Totalwerten zu erhalten, lassen sich Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten – sogenannte Alignmentmethoden – anwenden. In der Literatur werden zwar unterschiedliche Möglichkeiten beschrieben, über die Auswirkungen dieser Verfahren auf die Güte der Modelle ist jedoch kaum etwas bekannt. Zur Beurteilung verschiedener Techniken werden diese im Rahmen von Kapitel 3 in umfassenden Simulationsstudien unter verschiedenen Szenarien umgesetzt. Hierbei kann gezeigt werden, dass durch die Einbindung zusätzlicher Informationen im Modellierungsprozess deutliche Verbesserungen so-

wohl bei der Schätzung der Parameter als auch bei der Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten erzielt werden können. Zudem lassen sich dadurch auch bei fehlenden regionalen Identifikatoren in den Modellierungsdaten kleinräumige Wahrscheinlichkeiten erzeugen. Insbesondere die Maximierung der Likelihood des zugrundeliegenden Regressionsmodells unter der Nebenbedingung, dass die bekannten Totalwerte eingehalten werden, weist in allen Simulationsstudien überaus gute Ergebnisse auf.

Als eine der einflussreichsten Komponenten in regionalisierten Mikrosimulationen erweist sich die Umsetzung regionaler Mobilität. Gleichzeitig finden Wanderungen in vielen Mikrosimulationsmodellen keine oder nur unzureichende Beachtung. Durch den unmittelbaren Einfluss auf die gesamte Bevölkerungsstruktur führt ein Ignorieren jedoch bereits bei einem kurzen Simulationshorizont zu starken Verzerrungen. Während für globale Modelle die Integration von Wanderungsbewegungen über Landesgrenzen ausreicht, müssen in regionalisierten Modellen auch Binnenwanderungsbewegungen möglichst umfassend nachgebildet werden. Zu diesem Zweck werden in Kapitel 4 Konzepte für Wanderungsmodule erstellt, die zum einen eine unabhängige Simulation auf regionalen Subpopulationen und zum anderen eine umfassende Nachbildung von Wanderungsbewegungen innerhalb der gesamten Population zulassen. Um eine Berücksichtigung von Haushaltsstrukturen zu ermöglichen und die Plausibilität der Daten zu gewährleisten, wird ein Algorithmus zur Kalibrierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten vorgeschlagen, der die Einhaltung von Benchmarks auf Individualebene ermöglicht. Über die retrospektive Evaluation der simulierten Migrationsbewegungen wird die Funktionalität der Wanderungskonzepte verdeutlicht. Darüber hinaus werden über die Fortschreibung der Population in zukünftige Perioden divergente Entwicklungen der Einwohnerzahlen durch verschiedene Konzepte der Wanderungen analysiert.

Eine besondere Herausforderung in dynamischen Mikrosimulationen stellt die Erfassung von Unsicherheiten dar. Durch die Komplexität der gesamten Struktur und die Heterogenität der Komponenten ist die Anwendung klassischer Methoden zur Messung von Unsicherheiten oft nicht mehr möglich. Zur Quantifizierung verschiedener Einflussfaktoren werden in Kapitel 5 varianzbasierte Sensitivitätsanalysen vorgeschlagen, die aufgrund ihrer enormen Flexibilität auch direkte Vergleiche zwischen unterschiedlichsten Komponenten ermöglichen. Dabei erweisen sich Sensitivitätsanalysen nicht nur für die Erfassung von Unsicherheiten, sondern auch für die direkte Analyse verschiedener Szenarien, insbesondere zur Evaluation gemeinsamer Effekte, als überaus geeignet. In Simulationsstudien wird die Anwendung im konkreten Kontext dynamischer Modelle veranschaulicht. Dadurch wird deutlich, dass zum einen große Unterschiede hinsichtlich verschiedener Zielwerte und Simulationsperioden auftreten, zum anderen aber auch immer der Grad an regionaler Differenzierung berücksichtigt werden muss.

Kapitel 6 fasst die Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Forschungspotentiale.

Englische Zusammenfassung

The goal of dynamic microsimulation is to simulate the development of complex systems through the behavior of the individual components therein in order to enable comprehensive scenario-based analyses. In economic and social sciences, the focus is usually on populations consisting of individuals and households. Since political and economic decision-making processes are usually made at a local level, detailed information is also needed at the small-scale level to derive targeted recommendations. However, this poses challenges for researchers in conducting regionalized microsimulation models. This includes generating suitable initial data sets, measuring and simulating dynamic processes, evaluating the results, and quantifying uncertainties. This work describes and systematically analyzes selected components that are particularly relevant for regionalized dynamic microsimulations.

Chapter 2 provides an overview of key concepts and techniques used in dynamic microsimulation modeling. Specifically, it covers the methodological basics of modeling and simulating states and state changes, as well as the related structural aspects in the simulation process.

For both the generation of population dynamics and the extension of the initial dataset, logistic regression models are primarily used to measure and predict population structures at the micro level. Estimation is typically based on sample data, which, in addition to limited sample sizes, often do not allow for regional differentiations. As a result, differences to known total values can arise when predicting probabilities. To obtain harmonization with the total values, methods for adjusting probabilities – so-called alignment methods – are applicable. Although different possibilities are described in the literature, little is known about the effects of these procedures on the quality of the models and predictions. Therefore, in chapter 3, comprehensive simulation studies are conducted under various scenarios to compare different techniques. It can be shown that incorporating additional information in the modeling process using appropriate techniques leads to significant improvements in both parameter estimation and probability prediction. This enables the generation of small-area probabilities even when regional identifiers are not available in the modeling data. In particular, maximizing the likelihood of the underlying regression model under the constraint that the known totals are met shows exceptionally good results in all simulation studies.

The implementation of regional mobility proves to be one of the most influential components in regionalized models. However, in many microsimulations, migration movements are either not considered at all or only inadequately accounted for, leading to strong biases in population structure. While for global models, accounting for migration across national borders is sufficient, internal migration has to be reproduced in regionalized models. In chapter 4, concepts for a migration module are developed, which allow for independent simulations on regional subpopulations and comprehensive replication of migration movements within the population. To account for household structures and ensure the plausibility of the data, an algorithm for calibrating household probabilities is proposed, which allows to meet individual level benchmarks. The functionality of the migration concept is demonstrated using retrospective evaluation of simulated migration movements. Furthermore, by simulating the population into future periods, divergent developments in population numbers are analyzed under different implementations of the migration processes.

A major challenge in the field of dynamic microsimulations is the measurement of uncertainties. Due to the complexity of the entire structure and the heterogeneity of the components, the application of well-established variance estimation methods is often not feasible. For the quantification of different influencing factors, variance-based sensitivity analyses are proposed in chapter 5, which allow comparisons among a wide variety of components due to their enormous flexibility. In this context, sensitivity analyses prove to be suitable not only for the quantification of uncertainties, but also for the direct analysis of different scenarios, especially for the detection of joint effects. Simulation studies illustrate the application in the context of dynamic models. This demonstrates that, on the one hand, large differences occur with regard to different target values and simulation periods, and, on the other hand, the degree of regional differentiation must always be considered.

Chapter 6 summarizes the findings of this thesis and provides an outlook on further research potentials.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Ergänzung einzelner Variablen in der Basispopulation	12
2.2	Zeitstetiger Fortschreibungsprozess	16
2.3	Zeitdiskreter Fortschreibungsprozess	17
2.4	Business Model für dynamische Mikrosimulationen	24
2.5	Vergleich: Logit- und Probit-Verteilung	39
2.6	Modulstruktur in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen . . .	51
2.7	Beispiel für Zensusgitterzellen auf Trier	57
2.8	Jährlicher Simulationsablauf im REMIKIS-Modell	58
2.9	Jährlicher Simulationsablauf im MikroSim-Modell	60
3.1	Stichprobenbasierte Vorhersage des Anteils Erwerbstätiger auf NUTS- 3-Ebene	67
3.2	Verortung der Anpassungsmethoden im Simulationsprozess	70
3.3	Anpassung von Wahrscheinlichkeiten über Logit-Scaling	77
3.4	Negative Log-Likelihood-Werte bei unterschiedlichen Stichprobengrößen bei SRS	91
3.5	Vergleich der Koeffizienten bei SRS und disproportionaler Ziehung exogener Variablen	93
3.6	Negative Log-Likelihood-Werte bei disproportionaler Ziehung exoge- ner Variablen	97
3.7	Vergleich der Schätzungen des Achsenabschnitts und des Koeffizien- ten für mittlere Bildung bei disproportionaler Ziehung exogener Va- riablen	98
3.8	Vergleich der geschätzten Koeffizienten bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen	99
3.9	Vergleich der Koeffizienten bei SRS und disproportionaler Ziehung der endogenen Variable	102
3.10	Negative Log-Likelihood-Werte bei disproportionaler Ziehung der en- dogenen Variable	107

3.11	Vergleich der Schätzungen des Achsenabschnitts bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable	108
3.12	Vergleich der geschätzten Koeffizienten bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable	109
3.13	Negative Log-Likelihood-Werte bei geschätzten Totalwerten	113
3.14	Negative Log-Likelihood bei stichprobenbasierten Basispopulationen	120
3.15	Negative Log-Likelihood-Werte für ausgewählte Bundesländer	126
4.1	Relativer Wanderungssaldo auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 bis 2019	133
4.2	Vergleich der Bevölkerungspyramiden für Trier mit und ohne Integration eines Wanderungsmoduls	135
4.3	Vergleich der simulierten Bevölkerungsentwicklung für Trier mit und ohne Berücksichtigung von Wanderungen	136
4.4	Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten	161
4.5	Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten: Erwartete Anzahl an Fortzügen differenziert nach Alter für den Landkreis Oldenburg	164
4.6	Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten: Erwartete Anzahl an Fortzügen differenziert nach Alter für den Landkreis Cloppenburg	165
4.7	Konzeption der offenen Simulation von Wanderungen	168
4.8	Beispielhafte Szenarien für Fortzüge und Zuzüge für ausgewählte NUTS-3-Regionen	171
4.9	Konzeption der geschlossenen Simulation von Wanderungen	173
4.10	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011	179
4.11	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012	180
4.12	Anzahl simulierter und erfasster Fortzüge differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011	181
4.13	Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2011	183
4.14	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011	185
4.15	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011	185

4.16	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012	186
4.17	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012	186
4.18	Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus Deutschland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011	189
4.19	Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus dem Ausland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011	190
4.20	Simulierte Veränderung der Einwohnerzahl auf NUTS-3-Ebene bis zum Jahr 2041	192
4.21	Simulierte Entwicklung der Einwohnerzahlen für Deutschland und ausgewählte Kreise bis zum Jahr 2041	195
4.22	Simulierte Entwicklung der Einwohnerzahlen differenziert nach Ost- und Westdeutschland sowie Städte und Landkreise bis zum Jahr 2041	196
4.23	Vergleich der relativen Veränderung der simulierten Einwohnerzahlen für ausgewählte Bundesländer mit der Bevölkerungsvorausberechnung bis zum Jahr 2041	198
5.1	Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_1^{(s)}$	217
5.2	Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_2^{(s)}$	218
5.3	Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	220
5.4	Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_2^{(s)}$	222
5.5	Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$	224
5.6	Konditionierte Haupteffekte der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$	225
5.7	Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Geburtenmodells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	227
5.8	Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Pflege-modells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	228
5.9	Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Erwerb-stätigkeitsmodells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	229
5.10	Interaktionseffekte erster und zweiter Ordnung	231
5.11	Haupteffekte und Varianzkomponenten für ausgewählte Kreise nach 60 simulierten Jahren	237
5.12	Haupteffekte und Varianzkomponenten für ausgewählte Kreise	238
A.1	CTREE zur Modellierung des Erwerbsstatus	252
A.2	Schätzung von Wahrscheinlichkeiten: Vergleich GLM mit GAM	253

A.3	Vergleich der Schätzungen für ausgewählte Parameter	262
A.4	Mahalanobis-Distanz der Koeffizienten	263
A.5	Negative Log-Likelihood-Werte	263
B.1	Brier-Werte ($\times 1.000$) bei verschiedenen Stichprobengrößen (SRS) . .	276
B.2	Brier-Werte ($\times 1.000$) bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen	286
B.3	Brier-Werte ($\times 1.000$) bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable	296
B.4	Negative Log-Likelihood bei geschätzten Benchmarkwerten	301
B.5	Brier-Werte bei stichprobenbasierten Basispopulationen	310
B.6	Brier-Werte ($\times 1.000$) bei ausgewählten Bundesländern, $n=4.000$. . .	351
C.1	Iterative Veränderung der klassenspezifischen Totalwerte	360
C.2	Vergleich der angepassten Wahrscheinlichkeiten	360
C.3	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012	362
C.4	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013	363
C.5	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014	363
C.6	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015	364
C.7	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016	364
C.8	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017	365
C.9	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018	365
C.10	Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019	366
C.11	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014	366
C.12	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016	367
C.13	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018	367
C.14	Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019	368

C.15 Vergleich der simulierten Binnenwanderung mit der Wanderungsstatistik	370
C.16 Anzahl simulierter und erfasster Fortzüge differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011	371
C.17 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2012	372
C.18 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2013	373
C.19 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2014	374
C.20 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2015	375
C.21 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2016	376
C.22 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2017	377
C.23 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2018	378
C.24 Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2019	379
C.25 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012	380
C.26 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013	380
C.27 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014	381
C.28 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015	381
C.29 Vergleich des relativen Anteils der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016	382
C.30 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017	382
C.31 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018	383
C.32 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019	383
C.33 Vergleich des relativen Anteils der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012	384

C.34 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013	384
C.35 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014	385
C.36 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015	385
C.37 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016	386
C.38 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017	386
C.39 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018	387
C.40 Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019	387
C.41 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014	388
C.42 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016	388
C.43 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018	389
C.44 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019	389
C.45 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014	390
C.46 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016	390
C.47 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018	391
C.48 Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019	391
C.49 Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus Deutschland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011	392
C.50 Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus dem Ausland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011	393

Tabellenverzeichnis

2.1	Basispopulationen für Mikrosimulationen	13
2.2	Vergleich: Mikrosimulation und Agentensimulation	21
2.3	Übersicht der Datensätze in Mikrosimulationen	29
3.1	Übersicht der Methoden zur Anpassung von Parametern	74
3.2	Beispiel zu Parameter-Alignment-Verfahren	81
3.3	Überblick: Endogene Variablen	83
3.4	Regressionsmodelle für Erwerbstätigkeit	83
3.5	Regressionsmodelle für Pflegebedürftigkeit	84
3.6	Szenarien: Unterschiedliche Stichprobengrößen	85
3.7	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – unterschiedliche Stichprobengrößen bei SRS	89
3.8	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – unterschiedliche Stichprobengrößen bei SRS	90
3.9	Szenarien: Disproportionale Ziehung exogener Variablen	92
3.10	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – disproportionale Ziehung exogener Variablen	95
3.11	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – disproportionale Ziehung exogener Variablen	96
3.12	Szenarien: Disproportionale Ziehung der endogenen Variable – Erwerbstätigkeit	101
3.13	Szenarien: Disproportionale Ziehung der endogenen Variable – Pflegebedürftigkeit	101
3.14	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – disproportionale Ziehung der endogenen Variable	105
3.15	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – disproportionale Ziehung der endogenen Variable	106
3.16	Szenarien: Stichprobengrößen zur Schätzung der Totalwerte	110

3.17	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – geschätzte Benchmarkwerte	112
3.18	Szenarien: Stichprobengrößen der Basispopulation	115
3.19	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit	118
3.20	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe	119
3.21	Szenarien: Stichprobengrößen für regionalisierte Schätzungen	122
3.22	Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte für ausgewählte Bundesländer	125
4.1	Wanderungsstatistik 2011 differenziert nach Alter	145
4.2	Wanderungsstatistik 2011 differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft	146
4.3	Individual- und Haushaltswahrscheinlichkeiten	151
4.4	Regressionsmodell zur Schätzung von Umzugswahrscheinlichkeiten	158
4.5	Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten – Durchschnittliche Werte über alle Kreise	162
4.6	Wanderungsbewegungen in der kreisfreien Stadt Trier 2011 bis 2019	167
4.7	Anzahl NUTS-3-Regionen pro Bundesland	175
4.8	Szenarien zur Simulation zukünftiger Wanderungsbewegungen	177
4.9	Relative Differenz der Anzahl simulierter Fortzüge zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019	179
4.10	Relative Differenz der Anzahl simulierter Zuzüge aus Deutschland zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019	187
4.11	Relative Differenz der Anzahl simulierter Zuzüge aus dem Ausland zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019	188
4.12	Relative Differenz der simulierten Einwohnerzahlen zum Jahr 2019 für die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungszunahmen	193
4.13	Relative Differenz der simulierten Einwohnerzahlen zum Jahr 2019 für die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungsabnahmen	194
5.1	Regressionsmodelle zur Schätzung der Übergangswahrscheinlichkeiten	214
5.2	Zielwerte für die Sensitivitätsanalyse	216
5.3	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_1^{(s)}$	216
5.4	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_2^{(s)}$	219

5.5	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	220
5.6	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_2^{(s)}$	221
5.7	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$	223
5.8	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Geburtenmodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	226
5.9	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Pflegemodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	228
5.10	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Erwerbstätigkeitsmodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$	230
5.11	Faktoren und Szenarien der regionalisierten Simulation	233
5.12	Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten – Vergleich verschiedener Szenarien für ausgewählte Kreise	236
A.1	Regressionsmodelle für Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit . . .	257
A.2	Methoden zur Simulation von Zuständen und Zustandsänderungen . .	259
A.3	Relativer Bias der geschätzten Koeffizienten	260
A.4	MSE der geschätzten Koeffizienten	261
A.5	Evaluation der vorhergesagten Zustände und Wahrscheinlichkeiten . .	263
B.1	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	268
B.2	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	269
B.3	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	270
B.4	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	271
B.5	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	272
B.6	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	273
B.7	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	274
B.8	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS	275

B.9	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – dispropo- portionale Ziehung exogener Variablen	278
B.10	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – disproportionale Ziehung exogener Variablen	279
B.11	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – dis- proportionale Ziehung exogener Variablen	280
B.12	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – disproportionale Ziehung exogener Variablen	281
B.13	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – dis- proportionale Ziehung exogener Variablen	282
B.14	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung exogener Variablen	283
B.15	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – dis- proportionale Ziehung exogener Variablen	284
B.16	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung exogener Variablen	285
B.17	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – dispro- portionale Ziehung der endogenen Variable	288
B.18	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen	289
B.19	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – dis- proportionale Ziehung der endogenen Variablen	290
B.20	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen	291
B.21	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – dis- proportionale Ziehung der endogenen Variablen	292
B.22	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen	293
B.23	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – dis- proportionale Ziehung der endogenen Variablen	294
B.24	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen	295
B.25	Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – geschätzte Bench- markwerte	297
B.26	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – geschätzte Benchmarkwerte	298
B.27	Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – geschätzte Bench- markwerte	299
B.28	Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – geschätzte Benchmark- werte	300

B.29 Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe	302
B.30 Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe	303
B.31 Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit	304
B.32 Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit	305
B.33 Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe	306
B.34 Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe	307
B.35 Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit	308
B.36 Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit	309
B.37 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	311
B.38 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	312
B.39 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	313
B.40 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	314
B.41 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	315
B.42 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	316
B.43 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	317
B.44 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	318
B.45 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$	319
B.46 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$	320
B.47 Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 32.000$	321

B.48	0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 32.000$	322
B.49	Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 16.000$	323
B.50	0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 16.000$	324
B.51	Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 8.000$	325
B.52	0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 8.000$	326
B.53	Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 4.000$	327
B.54	0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 4.000$	328
B.55	Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 2.000$	329
B.56	0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 2.000$	330
B.57	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	331
B.58	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	332
B.59	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	333
B.60	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	334
B.61	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	335
B.62	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	336
B.63	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	337
B.64	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	338
B.65	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$	339
B.66	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$	340

B.67	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 32.000$	341
B.68	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 32.000$	342
B.69	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	343
B.70	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$	344
B.71	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	345
B.72	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$	346
B.73	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	347
B.74	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$	348
B.75	Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	349
B.76	0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$	350
C.1	Beispiel zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten	356
D.1	Totaleffekte – Modellunsicherheit	396
D.2	Haupteffekte – Modellunsicherheit	397
D.3	Varianzkomponenten – Modellunsicherheit	398
D.4	Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell	400
D.5	Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell	401
D.6	Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell	402
D.7	Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell	403
D.8	Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell	404
D.9	Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell	405
D.10	Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell	406

D.11 Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell	407
D.12 Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell	408

Notation

Wenn nicht anders definiert, gelten folgende Bezeichnungen (Sortierung: Erst lateinisches, anschließend griechisches Alphabet):

b	Laufindex für Bundesländer $b = 1, \dots, 16$
$B(\cdot)$	Basisfunktion
B^m	Brier-Wert im m -ten Simulationsdurchlauf
$d(\cdot)$	Distanzfunktion
D	Stichprobe $D \subset \mathcal{U}$
\mathcal{E}	Messraum
$f(\cdot)$	Funktion
$g(\cdot)$	Kanonische Linkfunktion
$g_{r,h}^{(t)}$	Anpassungsfaktor bei Kalibrierung für Haushalt h in Region r zu Zeitpunkt t
i	Laufindex für Individuen der Stichprobe $i = 1, \dots, n$
I	Indikatorvariable
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
j	Laufindex für Zustände $j = 1, \dots, J$
J	Anzahl Zustände
$J_r^{em(t)}$	Anzahl soziodemographischer Klassen für Fortzüge aus NUTS-3-Region r zu Zeitpunkt t
$J_r^{im(t)}$	Anzahl soziodemographischer Klassen für Zuzüge in NUTS-3-Region r zu Zeitpunkt t
$J_{b,l}^{(t)}$	Anzahl soziodemographischer Klassen für Wanderungshäufigkeiten von Bundesland b nach Bundesland l zu Zeitpunkt t
k	Laufindex für Zustände $k = 1, \dots, J$
l	Laufindex für Bundesländer/Ausland bei Wanderungen $k = 1, \dots, 17$
$L(\cdot)$	Likelihood-Funktion
$LL(\cdot)$	Logarithmierte Likelihood-Funktion

LL^m	Logarithmierter Likelihood-Wert im m -ten Simulationsdurchlauf
$n^{(t)}$	Anzahl der Individuen in einer Stichprobe $\mathcal{D}^{(t)}$ zu Zeitpunkt t
$n_r^{(t)}$	Anzahl der Individuen in einer Stichprobe $\mathcal{D}_r^{(t)}$ in Region r zu Zeitpunkt t
$N^{(t)}$	Anzahl der Individuen in der Population $\mathcal{U}^{(t)}$ zu Zeitpunkt t
$\tilde{N}^{(s)}$	Anzahl der Individuen in der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ in (simulierter) Periode s
$N_r^{(t)}$	Anzahl der Individuen in Region r in der Population \mathcal{U} zu Zeitpunkt t
$\tilde{N}_r^{(s)}$	Anzahl der Individuen in Region r in der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ in (simulierter) Periode s
p	Anzahl an Kovariablen
$\mathbf{P}^{(s)}$	Stochastische Matrix mit Zustands-/Übergangswahrscheinlichkeiten für (simulierte) Periode s
$\mathbf{P}_u^{(s)}$	Stochastische Matrix mit Zustands-/Übergangswahrscheinlichkeiten für Individuum u aus der Population $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ für (simulierte) Periode s
$P(\cdot)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion
q	Anteilswert
\hat{q}	Geschätzter Anteilswert
$q_{r,j,h}^{(t)}$	Anzahl von Personen in Klasse j in Region r in Haushalt h zu Zeitpunkt t
r	Laufindex für Regionen $r = 1, \dots, R$
R	Anzahl Regionen
s	Laufindex für Simulationsperioden $s = 1, \dots, S$
S	Simulationshorizont
\mathcal{S}	Indexmenge
$S_k^{(s)M}$	Haupteffekt für Inputfaktor \mathcal{Z}_k in (simulierter) Periode s
$S_k^{(s)T}$	Totaleffekt für Inputfaktor \mathcal{Z}_k in (simulierter) Periode s
$S_{k,l}^{(s)M}$	Interaktionseffekt zwischen den Inputfaktoren \mathcal{Z}_k und \mathcal{Z}_l in (simulierter) Periode s
t	Laufindex für reale Zeitpunkte $t = 1, \dots, T$ (in der Population / in Paneldaten)
T	Anzahl realer Zeitpunkte (in der Population / in Paneldaten)
u	Laufindex für Individuen der Basispopulation $u = 1, \dots, \tilde{N}$
$\mathcal{U}^{(t)}$	Population mit N Individuen zu Zeitpunkt t
$\mathcal{U}_r^{(t)}$	Population der Region r mit $N_r^{(t)}$ Individuen zu Zeitpunkt t
$\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$	Basispopulation mit \tilde{N} Individuen in (simulierter) Periode s

$\tilde{\mathcal{U}}_r^{(s)}$	Basispopulation mit \tilde{N}_r Individuen in (simulierter) Periode s
$\mathbf{u}_{i,j}$	Teilvektor der Kovariablen in einem gemischten Modell
$Var(\cdot)$	Varianzfunktion
$V_k^{(s)}$	Varianzkomponente von Inputfaktor \mathcal{Z}_k in (simulierter) Periode s
$V_{k,l}^{(s)}$	Varianzkomponente für die Wechselwirkung zwischen Inputfaktor \mathcal{Z}_k und \mathcal{Z}_l in (simulierter) Periode s
w	Vektor mit Hochrechnungsfaktoren
W	Diagonalmatrix der Hochrechnungsfaktoren
\mathbf{X}	Zufallsvariablen $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)$
x_l	Vektor der l -ten Kovariablen
$\mathbf{x}_u^{(s)}$	Charakteristika für Person u aus der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ in simulierter Periode s
Y	Zufallsvariable
y	Vektor der endogenen (abhängigen) Variable
$y_u^{(s)}$	Ausprägung der erklärenden Variable für Person u aus der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ in (simulierter) Periode s
$y_i^{(t)}$	Ausprägung der erklärenden Variable für Person i aus der Stichprobe $\mathcal{D}^{(t)}$ zu Zeitpunkt t
\mathcal{Y}	Zustandsraum
\mathbf{Z}	Designmatrix für die Kovariablen aus der Basisfunktion
\mathcal{Z}_k	k -ter Inputfaktor einer Sensitivitätsanalyse
\mathcal{Z}	Matrix der Inputfaktoren einer Sensitivitätsanalyse
$z_{r,u}^{(t)}$	Klasse von Individuum u in Kreis r zu Zeitpunkt t
$z_{b,u}^{(t)}$	Klasse von in Bundesland b über Kreisgrenzen gezogenem Individuum u zu Zeitpunkt t
$z_{l,u}^{(t)}$	Klasse von in Bundesland l gezogenem Individuum u zu Zeitpunkt t
$\mathbf{1}(\cdot)$	Indikatorfunktion
β	Vektor der Regressionskoeffizienten
$\hat{\beta}$	Vektor der geschätzten Regressionskoeffizienten
γ_i	Vektor der zufälligen Effekte
Δ	Abweichung
δ_r	Zielwert für Region r (IPU)
ϵ	Vektor mit Residuen
ϵ^k	Tolerierte Abweichung für den vorhergesagten Totalwert für Zustand Y_k

η	Linearer Prädiktor
θ	Kanonischer Parameter
λ	Skalierungsparameter
Ξ	Anzahl simulierter Zustände bei der CA-Methode
π	Wahrscheinlichkeitsvektor
$\pi_u^{(s+1)k}$	Wahrscheinlichkeit für Person u in (simulierter) Periode $s + 1$ für Zustand Y_k
$\pi_u^{(s+1)j,k}$	Übergangswahrscheinlichkeit für Person u in (simulierter) Periode $s + 1$ von Zustand Y_j in Zustand Y_k zu wechseln
$\pi_{r,u}^{em(t)}$	Wahrscheinlichkeit für einen Fortzug über die Grenzen von NUTS-3-Region r für Person u zu Zeitpunkt t
$\pi_{r,u}^{im(t)}$	Wahrscheinlichkeit für einen Zuzug in NUTS-3-Region r für Person u zu Zeitpunkt t , bedingt auf den Zuzug in das übergeordnete Bundesland
$\pi_{b,u}^{(t)l}$	Wahrscheinlichkeit für einen Umzug von Bundesland b in Bundesland l für Person u zu Zeitpunkt t , bedingt einen Umzug über Kreisgrenzen (NUTS-3-Region)
ρ^{bp}	Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson
Σ	Varianz-Kovarianz-Matrix
$\tau^{(t)k}$	Totalwert für Zustand Y_k zu Zeitpunkt t
$\tau_{r,j}^{em(t)}$	Anzahl Fortzüge aus NUTS-3-Region r in Klasse j zu Zeitpunkt t
$\tau_{r,j}^{im(t)}$	Anzahl Zuzüge nach NUTS-3-Region r in Klasse j zu Zeitpunkt t
$\tau_{b,l,j}^{(t)}$	Anzahl Wanderungen von Bundesland b nach Bundesland l in Klasse j zu Zeitpunkt t
$\tau_{r,j}^{(t)}$	Anzahl Personen in Klasse j in NUTS-3-Region r zu Zeitpunkt t
$\tau_{b,j}^{(t)}$	Anzahl über Kreisgrenzen gezogener Personen in Klasse j in Bundesland b zu Zeitpunkt t
$\tau_{l,j}^{(t)}$	Anzahl nach Bundesland l gezogener Personen in Klasse j zu Zeitpunkt t
ϕ	Dispersionsparameter
$\Phi(\cdot)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
ς	Zugelassene Differenz bei Sidewalk-Methode
σ^2	Varianz
ψ	Anpassungsfaktor für Sidewalk-Methode
ω	Anpassungswert für Achsenabschnitt in einem Regressionsmodell
$\hat{\cdot}$	Geschätzter Wert/Parameter

Abkürzungsverzeichnis

AGS	Allgemeiner Gemeindeschlüssel
BB	Brandenburg
BE	Berlin
BIRLS	Benchmarked Iterative Randomized Logit Scaling
BW	Baden-Württemberg
BY	Bayern
CA	Methode zur schrittweisen Simulation von Zuständen
CML	Constraint Maximum Likelihood
CPA	Constraint Parameter Alignment
CTREE	Conditional Inference Tree
GLM	Generalisiertes lineares Modell
GAM	Generalisiertes additives Modell
HB	Bremen
HE	Hessen
HH	Hamburg
HID	Haushaltsidentifikationsnummer
IT	Inverse Transformationsmethode
KalLinear	Kalibrierungsmethode mit linearer Distanzfunktion
KalLogit	Kalibrierungsmethode Logit-Distanzfunktion
KalRak	Kalibrierungsmethode Raking-Distanzfunktion
LAU	Local Administrative Unit
LS	Logit-Scaling
MSE	Mean Squared Error
MZ	Mikrozensus
MV	Mecklenburg-Vorpommern
NI	Niedersachsen
NUTS	Nomenclature des unités territoriales statistiques
NW	Nordrhein-Westfalen
pairfam	Panel Analysis of Intimate Relationships and Family Dynamics
PID	Personenidentifikationsnummer
RBias	Relativer Bias
RP	Rheinland-Pfalz
Sfb3	Sonderforschungsbereich 3
SH	Schleswig-Holstein

SL	Sortierungsmethode zur Simulation von Zuständen mit logistisch verteilter Zufallszahl
SN	Sachsen
SU	Sortierungsmethode zur Simulation von Zuständen mit gleichverteilter Zufallszahl
SW	Sidewald-Methode mit nichtlinearer Transformation
SOEP	Sozio-Oekonomisches Panel
SRS	Simple Random Sampling
ST	Sachsen-Anhalt
SUF	Scientific Use File
SYS	Systematische Stichprobenziehung
SYS2	Systematische Stichprobenziehung (alternative Variante)
TH	Thüringen

Kapitel 1

Einleitung

Prognosemodelle unterschiedlichster Art sind fester Bestandteil in beinahe allen Bereichen der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften. Durch die Übersetzung von Abhängigkeitsstrukturen der realen Welt in statistische Modelle ermöglichen sie die Analyse gesellschaftlicher Entwicklungen und politischer Maßnahmen. Dadurch schaffen sie eine wissensbasierte Entscheidungsgrundlage für Politik und Wirtschaft. Je nach Untersuchungsobjekt und gewählter Methodik gibt es eine hohe Variation in der Komplexität der verschiedenen Modelle.

In seinem Aufsatz *A new type of socioeconomic system*, der häufig als Geburtsstunde der Mikrosimulation angesehen wird, wirft Guy H. Orcutt im Jahre 1957 den bestehenden Prognosemodellen vor, zu sehr auf der Makroebene zu agieren und dadurch der Komplexität und Vielschichtigkeit von Gesellschaften nicht gerecht zu werden (Orcutt, 1957, S. 116 ff.). Das zeigt auch Thomas Schelling in seinem berühmten Modell zur Analyse von Segregation und merkt an: „[...] *there is no simple correspondence of individual incentive to collective results*“ (Schelling, 1971, S. 143). Als Alternative zu Modellen, die Vorhersagen auf Grundlage von Total- oder Anteilswerten generieren, bieten Mikrosimulationen die Möglichkeit, Entwicklungen von Populationen über Mechanismen der kleinsten Bestandteile – in der Regel Individuen – zu prognostizieren, um szenariobasierte Analysen zu unterschiedlichen Fragestellungen durchführen zu können. Nach Li und O’Donoghue (2013, S. 4) lassen sich Mikrosimulationen beschreiben als „*a tool to generate synthetic micro-unit based data, which can then be used to answer many “what-if” questions that, otherwise, cannot be answered.*“

Obwohl es bereits kurz nach Orcutts Kritik erste konkrete Umsetzungen von Mikrosimulationen gab, wurden in den Folgejahren zunächst nur vereinzelt Modelle entwickelt. Allerdings beförderten der technologische Fortschritt und der damit einhergehende Anstieg der Rechenleistung sowie die verbesserte Verfügbarkeit von Individualdaten die fortlaufende Verbreitung der Methodik. Dass diese Entwicklung bis in die Gegenwart anhält, zeigt sich beispielsweise im Jahr 2016 an der Erweiterung

des Aufgabenbereichs des Statistischen Bundesamtes im Bundesstatistikgesetz, um die „Entwicklung und [...] Anwendung von Mikrosimulationsmodellen [...]“ (BStatG §3 Absatz 6).

Dynamische Mikrosimulationen bestehen aus zwei zentralen Komponenten: Ein Ausgangsdatensatz mit allen relevanten Informationen auf Individualebene – die sogenannte Basispopulation – und einen Fortschreibungsprozess zur Projektion dieser Daten in die Zukunft. Da politische wie auch ökonomische Entscheidungen meist nicht auf nationaler, sondern auf lokaler Ebene getroffen werden, steigt in den letzten Jahren insbesondere der Bedarf an regionalisierten Analysen stetig an. So spielen kleinräumige Informationen auch eine zentrale Rolle in der amtlichen europäischen Statistik (Eurostat, 2020). Auch wenn die allgemeine Methodik seit Jahren in vielen Bereichen der Forschung fest etabliert ist, stellt die konkrete Umsetzung von Mikrosimulationen unter dem Gesichtspunkt der Kleinräumigkeit Forschende noch immer vor große Herausforderungen. Wenn in der Literatur von Spatial- oder Small Area-Microsimulation die Rede ist, beschränkt sich die Thematik meist auf die synthetische Erstellung einer geographisch differenzierten Basispopulation für den Fall, dass keine geeigneten Daten verfügbar sind. Eine kleinräumig-differenzierte Population ist zwar notwendige jedoch nicht hinreichende Bedingung regionalisierter dynamischer Simulationen. Auch im Fortschreibungsprozess selbst müssen regionale Heterogenitäten - beispielsweise in Hinblick auf Geburtenneigung, Mortalitätsrisiko oder aber auch bei Wanderungsbewegungen - berücksichtigt werden. Wird dies ignoriert, besteht die Gefahr, Verzerrungen in der Analyse zukünftiger Entwicklungen zu erhalten. Im Rahmen dieser Arbeit werden daher grundlegende Komponenten dynamischer regionalisierter Mikrosimulationen beschrieben, weiterentwickelt und systematisch analysiert. Im Fokus steht dabei nicht die Erstellung von Basispopulationen, sondern deren Erweiterung und Fortschreibung in zukünftige Perioden. Dafür erfolgt zunächst eine systematische Analyse der Implikationen von Mikrosimulationsmodellen und der gängigen Methoden in der Umsetzung, um darauf aufbauend anwendungsbezogene Problemfelder zu identifizieren und zu bearbeiten.

Bei der Ergänzung und stochastischen Fortschreibung der Basispopulation gilt es die Strukturen auf der Mikroebene unter Berücksichtigung der multivariaten Verteilung zu erfassen. Das erfolgt in erster Linie über Methoden der statistischen Modellierung – insbesondere über (multinomiale) Logit-Regressionsmodelle – unter Verwendung von Datensätzen aus statistischen Erhebungen. Diese Daten können jedoch aufgrund geringer Stichprobengrößen, Disproportionen in der Verteilung und fehlender Möglichkeiten zur geographischen Differenzierung deutliche Einschränkungen mit sich bringen. Dies erschwert oder verhindert eine akkurate Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten anhand klassischer Methoden. Da in vielen Fällen gleichzeitig bekannte Totalwerte aus administrativen Quellen – beispielsweise zu Pflegebedürftigkeit und Erwerbstätigkeit – vorliegen, lassen sich die Differenzen direkt identifizieren.

Selbst bei relativ geringen Abweichungen kann ein Ignorieren zu problematischen Verzerrungen der ergänzten Variablen oder der simulierten Populationsdynamiken führen. Je weiter der Simulationshorizont angelegt ist, desto schwerwiegender können die Auswirkungen sein. Sogenannte Alignmentmethoden ermöglichen den Ausgleich dieser Differenzen, indem entweder die simulierten Zustände, die geschätzten Wahrscheinlichkeiten oder die zugrundeliegenden Parameter angepasst werden. Obwohl diese Verfahren in der Praxis häufig Anwendung finden, werden sie nur in den seltensten Fällen näher beschrieben. Zudem gibt es bisher wenige Erkenntnisse über die Unterschiede und Wirkungsweisen der verschiedenen Verfahren. Es stellt sich die zentrale Frage, welche Auswirkungen die Techniken auf die prognostische Güte und die Parameterschätzung haben, um konkrete methodische Empfehlungen zu geben. Dafür bedarf es umfassender Simulationsstudien unter möglichst realitätsnahen Bedingungen.

Für die Simulation der grundlegenden demographischen Entwicklung von Populationen können drei Hauptkomponenten identifiziert werden: Geburten, Sterbefälle und Wanderungen. Während Mortalität und Fertilität fester Bestandteil in nahezu allen dynamischen Mikrosimulationsmodellen sind, werden Wanderungen nur selten umgesetzt. Auch wenn Migrationsbewegungen eingebunden werden, begrenzen sich diese meist nur auf Umzüge zwischen der Basispopulation und dem Ausland. Für Simulationen ohne geographische Differenzierung ist dieses Vorgehen durchaus geeignet, führt jedoch bei regionalisierten Modellen aufgrund fehlender Berücksichtigung von Binnenmigrationsbewegungen zu großen Problemen. Es ist bekannt, dass von Wanderungsbewegungen innerhalb Deutschlands ein enormer Einfluss auf die demographische Entwicklung von kreisfreien Städten und kreisfreien Städten (NUTS-3-Ebene) und Gemeinden (LAU-Ebene) ausgeht. Besonders deutlich werden diese Effekte am Beispiel von Universitätsstädten, die sich durch einen großen Anteil junger Erwachsener mit einer hohen altersabhängigen Fluktuation auszeichnen. Wird die Simulation regionaler Mobilität ignoriert, besteht die Gefahr, dass bereits nach wenigen Perioden extreme Verzerrungen der demographischen Strukturen auftreten, was die Aussagekraft der Analyseergebnisse massiv einschränkt. Methoden zur konkreten Umsetzung von Binnenwanderungsbewegungen in regionalisierten Mikrosimulationen wurden bisher nicht systematisch analysiert und finden auch in Methodenberichten kaum Eingang. Es besteht somit Forschungsbedarf hinsichtlich statistischer Verfahren und Konzepte zur umfassenden Simulation regionaler Mobilität.

Der gesamte Simulationsprozess, angefangen bei der Stichprobenziehung der verwendeten Daten über die Modellierung und Parameterschätzung bis zur Simulation konkreter Ereignisse, birgt eine Vielzahl von Unsicherheitsquellen in sich. Obwohl die Thematik der Unsicherheitsmessung daher besondere Relevanz in komplexen Simulationsmodellen hat, findet diese im Kontext von dynamischen Mikrosimulationen kaum Beachtung. Während es zum wissenschaftlichen Standard gehört, bei quan-

titativen Analysen Varianzschätzungen für die Ergebnisse bereitzustellen, können viele etablierte Konzepte aufgrund der enormen inhärenten Komplexität auf dynamische Mikrosimulationen nicht angewendet werden. Ein flexibles Verfahren zur Quantifizierung von Unsicherheiten in komplexen Systemen ist die varianzbasierte Sensitivitätsanalyse. Auch im Bereich dynamischer Mikrosimulationen wird die Anwendung für unterschiedliche Zwecke gefordert. So bieten sich neben der Messung von Unsicherheit auch mögliche Anwendungsgebiete bei der direkten vergleichenden Analyse von Szenarien. Dennoch mangelt es bisher an konkreten Beschreibungen zur Umsetzung dieses Verfahrens im direkten Bezug zu Mikrosimulationen. Hierbei ist zu beachten, dass die Messung unter Berücksichtigung der stochastischen Prozesse nach Zielwert, Simulationsperiode und Region erfolgen muss.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 werden die Grundlagen dynamischer Mikrosimulationen vorgestellt. Dazu erfolgt eine theoretische Einordnung und Differenzierung der verschiedenen Arten von Mikrosimulationen. Des Weiteren werden die wichtigsten Methoden zur Erfassung und Vorhersage von Zuständen und Zustandsänderungen für die zeitdiskrete Fortschreibung der Basispopulation aufgeführt und strukturelle Aspekte des Erstellungsprozesses dargelegt.

Die zentralen wissenschaftlichen Beiträge dieser Dissertation werden in den nachfolgenden drei Kapiteln behandelt. In Kapitel 3 werden Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten an externe Totalwerte thematisiert. Im Rahmen umfassender Simulationsstudien werden die Wirkungsweisen unterschiedlicher Techniken zur Anpassung modellbasierter Vorhersagen unter praxisrelevanten Szenarien analysiert und miteinander verglichen.

Die Erstellung von Konzepten zur dynamischen Simulation regionaler Mobilität in Deutschland wird in Kapitel 4 umgesetzt. Dafür werden zunächst die Bedeutung von Wanderungen sowie theoretische Aspekte im Mikrosimulationskontext dargelegt. Anschließend folgt die Beschreibung der Datengrundlage und der Methodik für die Simulation von Migrationsbewegungen in Deutschland auf NUTS-3-Ebene. Im letzten Teil des Kapitels werden die erstellten Konzeptionen im Rahmen einer Simulationsstudie evaluiert und die daraus resultierenden Bevölkerungsprognosen vergleichend gegenübergestellt.

Kapitel 5 behandelt die Anwendung von Sensitivitätsanalysen zur Messung von Unsicherheiten. Dafür wird die Thematik der Unsicherheitsmessung im Kontext dynamischer Mikrosimulationen vorgestellt und die Methode varianzbasierter Sensitivitätsanalysen beschrieben. In verschiedenen Simulationsstudien erfolgt eine Anwendung zur Quantifizierung von Modell- und Parameterunsicherheit sowie zum Vergleich verschiedener regionalisierter Szenarien.

Abschließend werden in Kapitel 6 die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst und es wird ein Ausblick auf weiterführende Forschungspotentiale und mögliche Anknüpfungspunkte gegeben.

Kapitel 2

Grundlagen dynamischer Mikrosimulationen

Im nachfolgenden Kapitel werden die Grundlagen von Mikrosimulationen aus theoretischer und methodischer Sicht aufgeführt. Ziel ist es, einen umfassenden Überblick über die allgemeinen Grundlagen von Mikrosimulationen im Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften zu geben, um anschließend ausgewählte methodische Aspekte explizit mit dem Fokus auf der Erstellung zeitdiskreter dynamischer Modelle zu betrachten. Mit den Ausführungen in diesem Kapitel wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben. Insbesondere die Aspekte und Methoden, welche für den weiteren Verlauf der Arbeit von besonderer Bedeutung sind, werden thematisiert. Für eine umfassende Übersicht zu Mikrosimulationen sei auf Arbeiten von beispielsweise Li und O’Donoghue (2013), Hannappel und Troitzsch (2015), Lovelace und Dumont (2017), Schnell und Handke (2020), Burgard et al. (2020a) und O’Donoghue (2021) verwiesen.

Das Kapitel ist wie folgt strukturiert: Zunächst werden in Abschnitt 2.1 Mikrosimulationen definiert. In Abschnitt 2.2 folgt ein historischer Abriss der nationalen wie auch internationalen Entwicklungen. Abschnitt 2.3 beschäftigt sich mit verschiedenen Arten von Basispopulationen als Ausgangsdatensätze für Mikrosimulationen. Methodische Differenzierungen dynamischer Mikrosimulationen finden sich in Abschnitt 2.4. Anschließend wird ein Business-Modell vorgestellt, das den vollständigen Erstellungsprozess dynamischer Mikrosimulationen von der Konzeption bis zur Analyse und Validierung einschließt (Abschnitt 2.5). Der Modellierungs- und Simulationsprozess von Zuständen und Zustandsänderungen wird in Abschnitt 2.6 näher beschrieben. Die Betrachtung der Organisation von Mikrosimulationen mit Bezug auf die Modularisierung und sequenzielle Anordnung der Ereignisse findet sich in Abschnitt 2.7. Im letzten Abschnitt 2.8 werden die zwei Mikrosimulationsprojekte, in deren Rahmen die vorliegende Arbeit entstanden ist, vorgestellt.

2.1 Definition von Mikrosimulationen

Unter Mikrosimulationen versteht man grundsätzlich die Simulation von Systemen auf Basis der kleinsten enthaltenen Einheiten. Hierbei muss es sich nicht um Personen und Haushalte handeln, auch beispielsweise Fahrzeuge oder Unternehmen können je nach Definition des Systems als Merkmalsträger der kleinsten Ebene dienen (Li und O’Donoghue, 2013; Hollander und Liu, 2008). Das Hauptaugenmerk von Mikrosimulationen in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften liegt primär auf der Abschätzung zukünftiger gesellschaftlicher Entwicklungen durch die Simulation von Populationen unter alternativen (politischen) Szenarien. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich Mikrosimulationen behandelt, deren Population sich aus Personen und Haushalten zusammensetzt (Burgard et al., 2020a; Münnich et al., 2021).

Mikrosimulationen ermöglichen es, Phänomene auf der Makroebene durch die Modellierung individuellen Verhaltens auf Mikroebene zu erfassen und zu erklären. Gleichzeitig lassen sich wirtschafts- und sozialpolitische Einflüsse auf Individuen untersuchen, wodurch differenziertere datenbasierte Beurteilungs- und Vergleichskriterien geschaffen werden können (Merz, 1991). Es lassen sich somit zwei Analysestrategien unterscheiden (Zagheni, 2015). Bei Bottom-up-Analysen werden die Auswirkungen individueller Entscheidungen oder von Änderungen auf Individual-ebene auf aggregierte Zielwerte untersucht. Auch wenn Zagheni (2015) diese Art der Simulation primär mit Agentensimulationen (Siehe Abschnitt 2.4.4) in Verbindung bringt, findet sich diese ebenso in klassischen Mikrosimulationsmodellen. Szenarien werden dabei auf Mikroebene implementiert, um deren gesamtgesellschaftliche Auswirkungen zu analysieren. Top-Down-Analysen zielen hingegen auf die Analyse der Auswirkungen von auf der Makroebene implementierten Szenarien auf die Verteilung individueller Charakteristika ab. Die Grenzen sind jedoch fließend, da viele Szenarien, wie beispielsweise zu Steuerreformen, nicht eindeutig der Makro- oder Mikroebene zugewiesen werden können.

Für die Realisierung von Mikrosimulationen beschreibt Merz (1993, S. 9 ff.) die 4M-Strategie, welche die Vereinigung folgender Elemente darstellt:

- Mikrotheorie
- Mikrodaten und Anpassung von Mikrodaten
- Mikroschätzung und Mikroökometrie
- Mikrosimulation

Der Begriff der Mikrotheorie bezieht sich in erster Linie auf ökonomische Theorien, wie Gleichgewichtsmodelle und individuelle Nutzenfunktionen, lässt sich aber auch auf andere Bereiche der Sozialwissenschaften erweitern. So ist eine theoretische Fundierung Grundvoraussetzung jeglicher Simulation. In populationsbasierten

Mikrosimulationsmodellen schließt dies neben ökonomischen Feldern auch sämtliche soziodemographische Prozesse mit ein. Als Grundlage muss ein Ausgangsdatensatz (Mikrodaten) identifiziert oder erstellt werden. Gegebenenfalls können bestehende Datensätze auch über statistische Verfahren angepasst oder erweitert werden. Mikroökonomie und Mikroschätzung umfasst alle relevanten – in der Regel empirischen – Methoden zur Quantifizierung individueller Entscheidungsregeln. Die eigentliche Mikrosimulation wird als Kombination von Mikrotheorie, Mikrodaten und Mikroökometrie verstanden (Merz, 1993; Merz, 1994b; Merz, 1995).

2.2 Historische Entwicklung

Der Grundstein für Mikrosimulationen in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften wird von Guy H. Orcutt gelegt, indem er in seinem 1957 veröffentlichten Aufsatz *A new type of socio-economic system* die limitierte Prognosefähigkeit der gebräuchlichen Modellierungen kritisiert (Orcutt, 1957). Insbesondere bei der Überprüfung alternativer politischer Maßnahmen scheitern nach Orcutt's Auffassung die Vorhersagen für längere aber auch bereits für kürzere Zeiträume. Als Grund dafür wird die Fokussierung auf eine Makroperspektive angeführt, während individuelle Struktureigenschaften ignoriert werden. Somit können auch nur aggregierte Vorhersagen getroffen, jedoch keine Verteilungen von beispielsweise Individuen, Haushalten oder Firmen dargestellt werden (Orcutt, 1957).

Die Problematik der Aggregation von individuellen Zusammenhängen zeigt Orcutt anhand einer beispielhaften Population mit 100 Individuen, von denen jedes Individuum i einen Output y_i als Resultat eines Inputs x_i produziert. Als Entscheidungsregel gilt, $y_i = 1$, falls $x_i \in \{1, 2\}$ und $y_i = 0$, falls $x_i = 0$. Das Aggregat von $\sum_{i=1}^{100} x_i$ ergibt in Orcutt's Beispiel 100, wenn entweder alle Individuen einen Wert von 1 oder 50 Individuen einen Wert von 2 und 50 Individuen einen Wert von 0 aufweisen. Hierbei wird deutlich, dass selbst in diesem einfachen Beispiel die Kenntnis der Verteilung der Inputvariable x_i notwendig ist, um valide Vorhersagen zu generieren (Orcutt, 1957). Er plädiert deshalb für eine neue Art der Modellierung:

„This new type of Model consists of various sorts of interacting units which receive inputs and generate outputs. The outputs of each unit are, in part, functionally related to prior events and, in part, are the result of a series of random drawings from discrete probability distributions“ (Orcutt, 1957, S. 117).

Das Modell nach Orcutt beinhaltet als grundlegende Komponenten (1) Einheiten (*units*), (2) Eingaben (*inputs*), (3) Ausgaben (*outputs*) und (4) operierende Charakteristiken (*operating characteristics*). Die entscheidungstreffenden Einheiten entsprechen den Merkmalen auf kleinster Ebene wie Personen, Haushalte oder Firmen. Eingaben beschreiben alle Mechanismen, welche auf die Individuen in jeglicher

Form wirken. Alles, was aus Einheiten hervorgeht oder von ihnen erzeugt wird, kann als Ausgaben bezeichnet werden, wobei diese auch gleichzeitig wieder Eingabe sein können. Operierende Charakteristiken sind beispielsweise Gleichungen oder Tabellen, die Einfluss auf die Ausgaben haben (Orcutt, 1957).

Parallel zur Weiterentwicklung von Computern und der damit einhergehenden Steigerung der Rechenleistung wurden die ersten großen Mikrosimulationsmodelle im Laufe der 1970er Jahre in den USA aufgebaut. Eine der ersten größeren Modelle ist DYNASIM (Dynamic Simulation of Income Model), welches vom Urban Institute unter maßgeblicher Beteiligung von Orcutt entwickelt wurde (Zaidi und Rake, 2001). Bereits zuvor konnten in kleineren Projekten Mikrosimulationsmodelle in den USA erstellt werden, die im internationalen Diskurs jedoch weitaus weniger Beachtung fanden (Merz, 1991). Die erste Version des DYNASIM-Modells entspricht einer dynamischen Mikrosimulation zur Untersuchung zukünftiger Effekte politischer Maßnahmen (Orcutt et al., 1976). Die Weiterentwicklung und Verbreitung von Mikrosimulationsmodellen wurden neben dem technologischen Fortschritt maßgeblich durch transnationale Kooperationen vorangetrieben. So ließen sich bestehende Mikrosimulationsinfrastrukturen für den Aufbau neuer Modelle verwenden. Ein solcher Transfer fand beispielsweise auf Basis des CORSIM-Modells aus den USA statt, dessen Grundlagen in Kanada und Schweden für den Aufbau eigener Modelle verwendet wurden (Baroni und Richiardi, 2007).

Zu Beginn der 1970er Jahre wurden Mikrosimulationen im Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften noch als neuartige Methode beschrieben, die ausschließlich in den USA verwendet wird (Möller, 1982). Die erste Umsetzung eines umfangreichen Simulationsmodells in Deutschland wurde jedoch bereits im Jahre 1972 im Rahmen des DFG-Projekts *Sozial Politisches Entscheidungs- und Indikatorensystem für die Bundesrepublik Deutschland* (SPES) an der Universität Frankfurt aufgebaut (Krupp und Zapf, 1977; Möller, 1982; Helberger und Palamidis, 1986; Zwick und Emmenegger, 2020). Ziel des SPES Projektes war die Untersuchung demographischer Effekte und beruflicher Aktivitäten in Deutschland durch die Erstellung von Zukunftsprognosen (Hecheltjen, 1974; Möller, 1982). Zu diesem Zeitpunkt wurde die Methode noch als stochastische Simulation von Individualdaten (Hecheltjen, 1974) bezeichnet.

Im direkten Anschluss an das SPES-Projekt wurde ein erweitertes Modell im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Sonderforschungsbereich 3 (Mikroanalytische Grundlagen der Gesellschaftspolitik) an den Universitäten Frankfurt und Mannheim entwickelt (Zwick, 2007; Zwick und Emmenegger, 2020). Ein Schwerpunkt des sogenannten Sfb3-Modells (oder auch: Frankfurter Modell) lag auf der Untersuchung der westdeutschen Einkommensbesteuerung und Sozialabgaben (Glatzer, 2010). Der Sonderforschungsbereich wurde in zwei große Projektbereiche (A und B) gegliedert, wobei der Fokus in Projektbereich

B auf der methodisch- empirischen Forschung lag (Mayer, 1989). Die Entwicklung von Mikrosimulationsmodellen in Deutschland wurde auch nach Beendigung des Sfb3 weitergeführt, jedoch hauptsächlich im Rahmen kleinerer Projekte mit thematischer Beschränkung (Wagenhals, 2004; Bonin et al., 2013; Hannappel, 2015; Zwick und Emmenegger, 2020). Einen Überblick zu aktuelleren Modellen in Deutschland geben Schnell und Handke (2020).

Trotz der in Europa bereits verbreiteten Anwendung von Mikrosimulationsmodellen fand die Methode in der amtlichen Statistik in Deutschland lange keine explizite Anwendung. Inzwischen wurde das Potential von Mikrosimulationen erkannt und im Jahr 2016 sogar in das Bundesstatistikgesetz (BStatG) aufgenommen. Somit hat das Statistische Bundesamt den gesetzlichen Auftrag, Mikrosimulationen durchzuführen (Zwick und Emmenegger, 2020). Im Jahre 2019 startete an den Universitäten Trier und Duisburg-Essen die DFG-geförderte Forschungsgruppe FOR-2559 (Sektorenübergreifendes kleinräumiges Mikrosimulationsmodell) mit der Entwicklung einer groß angelegten Simulationsstruktur für Deutschland in enger Kooperation mit dem Statistischen Bundesamt (Münnich et al., 2020). Der Aufbau und die Ziele des daraus entstandenen MikroSim-Modells werden näher in Abschnitt 2.8 beschrieben. Inzwischen ist die Forschungsgruppe in der zweiten Projektphase. Neben den Projektpartnern der ersten Phase wurde die Forschungsgruppe um das Deutsche Institut für Wirtschaftsforschung (DIW) und das Statistische Bundesamt erweitert.

Für einen historischen Abriss von Mikrosimulationen und insbesondere deren Entwicklung in Deutschland sei auf Zwick und Emmenegger (2020) verwiesen.

2.3 Ausgangsdatensätze für Mikrosimulationen

Notwendiger Ausgangspunkt für alle Arten von Mikrosimulationen ist ein geeigneter Basisdatensatz, der alle relevanten Informationen zu den interessierenden Mikroeinheiten enthält. Soll eine Population über einen zeitlichen Horizont in die Zukunft fortgeschrieben werden, repräsentiert die Basispopulation die interessierende Population zum Startzeitpunkt (Li, 2011; Li und O’Donoghue, 2013; Li et al., 2014). Die Auswahl eines geeigneten Datensatzes hängt insbesondere von zwei Faktoren ab: Der zu untersuchenden Fragestellung und der Verfügbarkeit der Daten. Li et al. (2014) untersuchen internationale Mikrosimulationsmodelle deren verwendeten Basisdatensätzen. Sie unterscheiden hierbei zwischen:

- administrativen Daten,
- Zensusdaten,
- Surveydaten und
- synthetischen Daten.

Eine systematische Analyse internationaler Mikrosimulationsmodelle zeigt, dass die meisten Modelle Datensätze aus statistischen Erhebungen (Surveydaten) verwenden, gefolgt von Zensusdaten, administrativen Daten und synthetischen Daten (Li et al., 2014).

Administrative Daten werden primär für Verwaltungszweige und die Aufgabenerfüllung öffentlicher Institutionen – beispielsweise für die Arbeitsvermittlung oder die Ermittlung von Sozialversicherungsleistungen – erhoben (Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, 2017). Charakteristisch für diese Daten ist der große Umfang enthaltener Beobachtungen. In der Regel werden in diesen Datensätzen komplette (Sub-)Populationen erfasst. So liegen für Deutschland beispielsweise Vollerhebungen zu Beschäftigten, Arbeitslosen, Leistungsempfängern und Betrieben vor (Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung, 2017). Administrative Daten beinhalten oft sehr feingliedrige regionale Informationen, unterliegen jedoch besonderen datenschutzrechtlichen Bestimmungen, was die Nutzung im akademischen Kontext erschwert. Inzwischen gibt es jedoch auch Möglichkeiten, ausgewählte administrative Daten wie das Tax Payer Panel (TPP) für wissenschaftliche Zwecke zu nutzen (Gerber und Hammer, 2013). Die Daten sind oft regional kleinräumig aufgliedert. Bezüglich der enthaltenen Informationen gelten die Datensätze als äußerst zuverlässig, jedoch ist die Anzahl verfügbarer Variablen meist sehr restriktiv (Li et al., 2014; Spanier et al., 2015). Weitergehende soziodemographische und sozioökonomische Variablen sowie Informationen zu Haushalts- und Beziehungsstrukturen sind üblicherweise nicht enthalten. Eine Hauptproblematik hinsichtlich der Nutzung dieser Daten als Basispopulation für Mikrosimulationen liegt oft in der Beschränkung auf Subpopulationen, wie im TPP auf die steuerpflichtig erwerbstätige Bevölkerung. Somit sind beispielsweise im TPP keine Informationen zu erwerbslosen Personen oder Nichterwerbspersonen enthalten. Soll eine Basispopulation für die Gesamtbevölkerung erstellt werden, ist die Ergänzung der fehlenden Personen – sowohl hinsichtlich der Anzahl enthaltener Variablen als auch der Individuen – erforderlich.

Als Zensusdaten werden Informationen bezeichnet, die im Rahmen einer Volkszählung erhoben wurden (Heckel und Heyde, 2015). Die Anforderungen an Zensusdaten sind besonders hoch hinsichtlich der zu beantwortenden Fragestellungen wie Einwohnerzahl, Zahl der Haushalte, Familien, Erwerbspersonen, Gebäuden und Wohnungen. Darüber hinaus wird eine kleinräumige Gliederung der Daten ermöglicht (Grohmann, 2009). Ähnlich zu administrativen Datenquellen bieten Zensusdaten eine hohe Datenqualität und sind regional differenzierbar, jedoch ist auch hier der Informationsumfang in Bezug auf die Anzahl enthaltener Variablen stark eingeschränkt.

Unter Surveydaten werden Datensätzen verstanden, die im Rahmen statistischer Erhebungen generiert werden und generell eine Stichprobe der für die jeweilige Fragestellung interessierenden Population darstellen. Grund für die häufige Verwendung von Surveydaten ist die gute Verfügbarkeit und der große Umfang an enthaltenen Variablen. Im Gegensatz zu administrativen Erhebungen und Zensusdaten ist der Stichprobenumfang jedoch relativ gering. So ist es oft aufgrund fehlender regionaler Identifikatoren oder geringer Anzahl an Beobachtungen selbst bei sehr großen Erhebungen nicht möglich, verlässliche Aussagen über regional kleinräumige Gebiete zu treffen. Ein weiteres Problem ergibt sich aus ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten, welche bei einfachen Analysen durch die Berücksichtigung von Hochrechnungsfaktoren (inverse Inklusionswahrscheinlichkeiten) bei komplexen Stichprobendesigns ausgeglichen werden können (Pfeffermann, 1993). Im Falle statischer Mikrosimulationen können Zielwerte aufgrund der unveränderlichen Basispopulation leicht unter Verwendung von Hochrechnungsfaktoren berechnet werden (Sutherland und Figari, 2013). Der Umgang mit Gewichten im Kontext dynamischer Mikrosimulationen ist bisher aber noch wenig untersucht. *„However, there is limited understanding on how the use of weight would affect the final outcomes of simulation models“* (Li und O’Donoghue, 2013, S. 17). Eine Möglichkeit mit Gewichten umzugehen bietet das Replizieren der Haushalte entsprechend der Hochrechnungsfaktoren. Anschließend kann entweder der erweiterte Datensatz oder eine Stichprobe, die mittels uneingeschränkter Zufallsziehung generiert wird, als Basispopulation verwendet werden (Dekkers und Cumpston, 2012; Hannappel und Troitzsch, 2015). Ein besonderer Vorteil von Surveydaten ergibt sich, wenn die Populationsdynamiken direkt aus den Daten geschätzt werden können, wodurch eine aufwändige Harmonisierung verschiedener Datenbestände weitestgehend vermieden werden kann.

Synthetische Datensätze werden insbesondere bei fehlender Verfügbarkeit von Alternativen herangezogen. Liegen keine verfügbaren Datensätze vor, die den Ansprüchen der zu erstellenden Simulation gerecht werden, verbleibt als einzige Möglichkeit die Generierung einer synthetischen Population. Die Erstellung synthetischer Datensätze wurde ursprünglich zur Sicherstellung der statischen Geheimhaltung eingeführt (Rubin, 1993). Auf Basis von Makrogrößen und Verteilungsannahmen können Datensätze unter Verwendung spezieller Algorithmen mit allen benötigten Variablen erstellt werden. Ebenso können bestehende Mikrodaten – beispielsweise aus statistischen Erhebungen – als Grundlage in den Generierungsprozess eingebracht werden. Die Methoden zur Erstellung synthetischer Daten sind vielfältig und ermöglichen auch die Verbindung von verfügbaren Informationen unterschiedlicher Granularität (Kolb, 2013). Ein häufiges Anwendungsfeld ergibt sich im Bereich regionalisierter Mikrosimulationen, da verfügbare Datensätze aufgrund der geringen Anzahl an Beobachtungen oder fehlender Informationen keine oder nur unzureichende geographische Differenzierungen zulassen. In den letzten Jahren haben diese Methoden unter den Begriffen *Small-Area Microsimulation* und *Spatial Microsimulation*

immer mehr an Bedeutung gewonnen (Rahman et al., 2010; Tanton und Edwards, 2012; Tanton, 2014; Lovelace und Dumont, 2017). Das primäre Ziel besteht in der Verbindung von Surveydaten mit regionalisierten Benchmarkwerten (üblicherweise in Form von Totalwerten), um kleinräumige synthetische Datensätze zu erzeugen (Lovelace und Dumont, 2017). Dafür werden unter anderem Kalibrierungs- und Gewichtungsverfahren, aber auch heuristische Optimierungsmethoden wie Simulated Annealing herangezogen (Kolb, 2013; O’Donoghue et al., 2014).

Ergänzung des Erwerbsstatus

PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus
1	1	22	männlich	ledig	
3	2	35	männlich	verheiratet	
4	2	29	weiblich	verheiratet	

Ergänzung des Einkommens

PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus	Einkommen			
5	2	4							
6	3	49							
7	3	18	1	1	22	männlich	ledig	erwerbstätig	
8	4	50	3	2	35	männlich	verheiratet	nicht erwerbstätig	
			4	2	29	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	

PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus	Einkommen			
5	2	4							
6	3	49							
7	3	18	1	1	22	männlich	ledig	nicht erwerbstätig	/
8	4	50	3	2	35	männlich	verheiratet	erwerbstätig	2.000
			4	2	29	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.500
			5	2	4	weiblich	ledig	nicht erwerbstätig	/
			6	3	49	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.800
			7	3	18	männlich	ledig	nicht erwerbstätig	/
			8	4	50	männlich	geschieden	erwerbstätig	3.400

Abbildung 2.1: Ergänzung einzelner Variablen in der Basispopulation

Ein im Kontext von Mikrosimulationen wenig thematisiertes Feld ist die synthetische Ergänzung einzelner Informationen in der Basispopulation. Hierbei ist es grundsätzlich unbedeutend, welche Art von Datensatz verwendet wird. Häufig zeigt sich, dass notwendige Informationen für die Durchführung einer Mikrosimulation oder Untersuchung der Forschungsfrage fehlen (Münnich et al., 2020; Ertz, 2022, S. 123 ff.). Die synthetische Ergänzung einzelner Variablen kann als Imputationsproblem verstanden werden (Van Buuren et al., 2006). Jedoch werden hierbei keine einzelnen fehlenden Werte, sondern die gesamten Ausprägungen ergänzt. Die Erzeugung der Variablen kann ebenfalls mithilfe von Methoden der synthetischen Datenerzeugung erfolgen. Eine einfache Möglichkeit bietet die *Fully Conditional Specification* (FCS), wobei die Ergänzung sequenziell erfolgt, indem die Verteilungen auf die bereits enthaltenen Informationen bedingt werden (Van Buuren et al., 2006; Drechsler, 2011, S. 15 ff.). Dafür werden üblicherweise Methoden der statistischen Modellierung angewendet (siehe dazu Abschnitt 2.6). In Abbildung 2.1 wird der Prozess der Variablenergänzung veranschaulicht. Im ersten Schritt wird in einer fik-

tiven Basispopulation mit 8 Personen der Erwerbsstatus ergänzt. Dafür können alle enthaltenen Informationen (in diesem Fall zu Haushalt, Alter, Geschlecht und Beziehungsstatus) für die Modellierung und anschließende Ergänzung herangezogen werden. Im zweiten Schritt wird zusätzlich eine Variable für das individuelle Einkommen ergänzt. Daher wird neben den ursprünglich enthaltenen Variablen auch der im vorangegangenen Schritt ergänzte Erwerbsstatus berücksichtigt.

Tabelle 2.1: Basispopulationen für Mikrosimulationen

	Vorteile	Nachteile
Administrative Daten/ Zensusdaten	Großer Umfang an Beobachtungen (oft Vollerhebungen); Kleinräumige regionale Differenzierung	Geringe Anzahl an Variablen; Datenschutzrechtliche Beschränkungen; eingeschränkte Verfügbarkeit (Abhängig von Nutzergruppe)
Surveydaten	Große Anzahl an Variablen; Einfache Verfügbarkeit	Geringe Anzahl an Beobachtungen; Komplexe Erhebungsdesigns; Oft eingeschränkte regionale Informationen
Synthetische Daten	Umfang (Beobachtungen wie auch Variablen) individuell wählbar; Flexibel erweiterbar; Verbindung verschiedener Datenquellen möglich	Qualität abhängig von verfügbaren Informationen; Komplexe Methoden; Zeitlicher Aufwand; Unsicherheit im Generierungsprozess

Tabelle 2.1 gibt einen Überblick über die möglichen Datenquellen und deren Vor- und Nachteile. Neben den hier aufgeführten Daten verweisen Burgard et al. (2020a) noch auf Big Data, was bisher noch keine Rolle im Bereich der Mikrosimulationen spielt aber zukünftig durchaus Potentiale bietet. Big Data steht hierbei für weitestgehend automatisiert gesammelte Datenmengen, die aufgrund des enormen Umfangs – nicht zuletzt wegen eingeschränkter Hardware – nicht über die klassischen statistischen Methoden ausgewertet werden können (Tsai et al., 2015). Gleichzeitig erschließen sich durch detaillierte und umfassende Informationen Möglichkeiten zur Erfassung sozialer Netzwerke und Verhaltensmuster. Eine systematische Analyse der Anwendungspotentiale im Mikrosimulationskontext existiert bisher nicht.

2.4 Methodische Differenzierung

Dynamische Mikrosimulationen lassen sich entsprechend der verwendeten Simulationstechniken differenzieren. Nachfolgend werden die wichtigsten methodischen Unterscheidungen vorgestellt. Diese umfassen den Fortschreibungsprozess (Abschnitt 2.4.1), die interessierende Population (Abschnitt 2.4.2), die Art wie Individuen im Simulationsverlauf in die Basispopulation hinzukommen oder diese verlassen können (Abschnitt 2.4.3) sowie die Abgrenzung zu Agentensimulationen (Abschnitt 2.4.4). Darüber hinaus werden regionalisierte dynamische Mikrosimulationen als eigene Kategorie in Abschnitt 2.4.5 eingeführt.

2.4.1 Fortschreibungsprozess

Die wohl bedeutendste Unterscheidung im Kontext von Mikrosimulationen lässt sich anhand des Fortschreibungsprozesses vornehmen. Dieser beschreibt die Technik, mit der eine Basispopulation in die Zukunft fortgeschrieben wird. Teilweise wird auch ganz auf eine Fortschreibung verzichtet. In diesem Fall spricht man von statischen Mikrosimulationen, während Modelle, die Entwicklungen von Populationen über eine vordefinierte Zeitspanne simulieren, als dynamische Mikrosimulationen bezeichnet werden (Merz, 1994b; O’Donoghue, 2001).

In statischen Mikrosimulationen werden normalerweise neben Anpassungen einzelner zu evaluierender Faktoren (Verhaltensregeln oder institutionelle Konditionen) keine Veränderungen in den individuellen Merkmalsstrukturen vorgenommen (Merz, 1991; Merz, 1994b; Li et al., 2014). Eines der bekanntesten statischen Mikrosimulationsmodelle ist EUROMOD, das auf Basis von European Union Statistics on Income and Living Conditions-Daten (EU-SILC) primär der Untersuchung von Steuer- und Sozialleistungsmodellen dient und in Kooperation von Forschenden aus 15 EU-Staaten aufgebaut wurde (Baroni und Richiardi, 2007). Durch die Modifizierung einzelner Sozialleistungen und Steuerkomponenten lassen sich die direkten Auswirkungen einzelner Anpassungen auf bestimmte Zielgrößen, wie Armuts- und Ungleichheitsmaße, untersuchen (Sutherland und Figari, 2013). Zur Einbindung einer zeitlichen Komponente kann in statischen Modellen ein sogenanntes *static ageing* implementiert werden. Hierbei wird die Population durch eine Veränderung der individuellen Gewichte (Reweighting) an bekannte oder angenommene Entwicklungen angepasst (Dekkers, 2015b). Vereinfacht bedeutet dies, dass eine alternde Bevölkerung durch die Erhöhung der Gewichte älterer Personen bei gleichzeitig stagnierender oder sinkender Gewichte jüngerer Individuen simuliert wird (Li et al., 2014). Darüber hinaus lassen sich monetäre Größen über Inflationierung bzw. Deflationierung (Uprating) an exogene Projektionen anpassen (Dekkers, 2015b). Reweighting-Verfahren wie der Adjust-Algorithmus (Merz, 1994a) kommen beispielsweise in deutschen

MIKMOD-EST-Modell (Flory und Stöwhase, 2012) und im belgischen STATION-Modell (Dekkers, 2015b) zum Einsatz. Bei STATION werden außerdem Upgrading-Methoden angewendet, um individuelle Einkommenskomponenten sowie Einkünfte des Rentensystems an zukünftige Entwicklungen anzupassen.

Im Gegensatz zu statischen Mikrosimulationen ist bei dynamischen Modellen die Fortschreibung in die Zukunft immer zentraler Bestandteil. Über den Fortschreibungsprozess werden die Merkmale von Personen auf Basis individueller Entscheidungsmuster verändert. Somit kommt es zu einer direkten Veränderung des Basisdatensatzes sowie der individuellen Merkmalskombinationen (Merz, 1991; Merz, 1994b; Li und O’Donoghue, 2013; Lomax und Smith, 2017). Dabei können komplexe Abhängigkeiten auf Mikroebene bis hin zu möglichen Interaktionen der Individuen berücksichtigt werden. Dadurch wird es ermöglicht, langfristige Projektionen und zeitabhängiges Verhalten zu simulieren. Das Ziel dynamischer Mikrosimulationen liegt gewöhnlich nicht in der Erstellung von Punktschätzwerten für die Prognose genauer Verteilungen in der Zukunft, sondern in umfassenden *ceteris paribus* Analysen unter Berücksichtigung der Komplexität der zugrundeliegenden Population (Li und O’Donoghue, 2013; Burgard et al., 2020a). Durch die Generierung von Datensätzen zu unterschiedlichen Zeitpunkten lassen sich zeitliche Prozesse und Verhalten sowohl in aggregierter als auch in individueller Form uni- und multivariat auswerten (Li, 2011; O’Donoghue, 2021). Für eine dynamische Simulation wird zunächst ein Simulationshorizont S festgelegt, der den Zeitraum der Simulation definiert. Die Elemente $s \in \mathcal{S}$ beschreiben Zeitpunkte innerhalb der Simulation, in denen Zustandsänderungen durchgeführt werden können. Die Projektion der Basispopulation in die Zukunft kann entweder zeitstetig oder zeitdiskret erfolgen.

Bei einer zeitstetigen Fortschreibung werden Zustandswechsls über die Verweildauer in einem Zustand bis zum Eintritt eines konkreten Zustandswechsls simuliert. Hierbei gilt $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}_{\geq 0}$, da die Simulation in zeitstetigen Intervall $[0, S]$ ausgeführt wird. Zustände können zu jedem Zeitpunkt $s \leq S$ eintreten. Die zeitstetige Simulation erfordert die Schätzung von sogenannten Verweildauern, welche die Dauer bis zum Eintreten eines bestimmten Events angeben (Galler, 1995). Dafür können Methoden der Ereignisdatenanalyse herangezogen werden (u.a. Elandt-Johnson und N. L. Johnson, 1980; Willekens, 2009). Zeitstetige Modelle können folglich als ereignisdiskret beschrieben werden Zinn (2011). Dieses Vorgehen impliziert beispielsweise, dass für eine ledige Person die Verweildauer bis zum Eintritt des Ereignisses einer Eheschließung simuliert wird. Sofern der Eintritt dieses Ereignisses Einfluss auf den Eintritt weiterer Ereignisse hat, werden die entsprechenden Verweildauern neu geschätzt. Hannappel und Troitzsch (2015) beschreiben diese Art der Simulation als ereignisorientierte Mikrosimulation.

Abbildung 2.2 zeigt einen zeitstetigen Simulationsablauf beispielhaft für den Beziehungsstatus einer zu Beginn der Simulation ledigen Person. Das einzig mögliche Ereignis ist zunächst eine Heirat, da diese notwendige Voraussetzung für eine Scheidung oder Verwitmung ist. Die Person befindet sich bis zur Eheschließung im Ausgangszustand. Anschließend werden die Verweildauern für eine Scheidung und eine Verwitmung geschätzt, wobei die Dauer für erstere kürzer ausfällt, weshalb als nächstes Ereignis eine Scheidung eintritt. Anschließend wird die Verweildauer in diesem Zustand bis zu einer Heirat geschätzt, welche das in diesem Fall einzig mögliche Ereignis darstellt. Übersteigt die Verweildauer den Simulationshorizont, wie es in Abbildung 2.2 bei Scheidung und Verwitmung der Fall ist, bleibt die Person verheiratet.

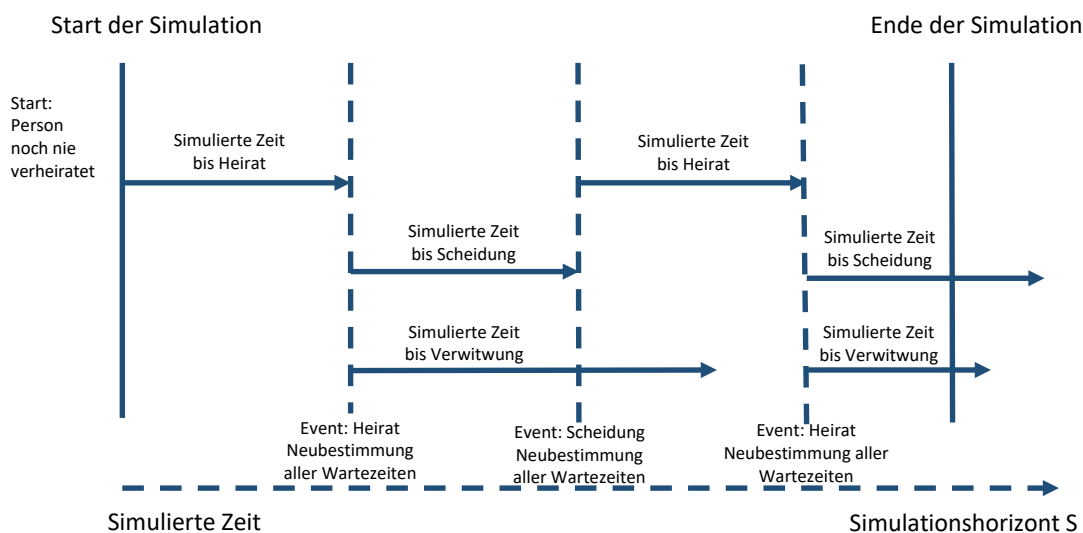


Abbildung 2.2: Zeitstetiger Fortschreibungsprozess

In zeitdiskreten Modellen werden Zustandswechsel zwischen diskreten Zeitintervallen simuliert (O'Donoghue, 2001; Li et al., 2014; Burgard et al., 2020a). In den überwiegenden Fällen werden jährliche Intervalle gewählt, grundsätzlich kann aber jede beliebige Einheit (bspw. Wochen, Monate, Quartale) verwendet werden. Für den Mengenindex der Simulationszeitpunkte gilt $\mathcal{S} \in \mathbb{N}$. Die Fortschreibung findet zu den vordefinierten Simulationsperioden $\{0, 1, 2, \dots, S\}$ statt. Anstelle von Verweildauern werden Zustände auf Basis von Übergangswahrscheinlichkeiten (Wahrscheinlichkeit für den Übergang in einen bestimmten Zustand; siehe dazu Definition 1 in Abschnitt 2.6.2) geändert. Modelle mit zeitdiskreter Fortschreibung werden auch als periodenorientierte Mikrosimulation bezeichnet (Hannappel und Troitzsch, 2015).

In Abbildung 2.3 wird ein zeitdiskreter Fortschreibungsprozess anhand einer beispielhaften Population verdeutlicht. An der Alterung der Individuen lässt sich erkennen, dass jährliche Perioden verwendet werden. Die Veränderung individueller Zustände ist an der zweiten Person erkennbar, deren Erwerbsstatus von der ersten zur zweiten simulierten Periode zu *nicht erwerbstätig* wechselt. Entsprechend wird zur zweiten simulierten Periode kein Einkommen mehr angegeben.

Basispopulation										
PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus	Einkommen				
1	1	22	männlich	ledig	nicht erwerbstätig	/				
3	2	35	männlich	verheiratet	erwerbstätig	2.000				
4	2	29	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.500				
1. simulierte Periode										
PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus	Einkommen				
5	2	4	weibli							
6	3	49	weibli							
7	3	18	männ	1	1	23	männlich	ledig	nicht erwerbstätig	/
8	4	50	männ	3	2	36	männlich	verheiratet	erwerbstätig	2.000
2. simulierte Periode										
PID	HID	Alter	Geschlecht	Beziehungsstatus	Erwerbsstatus	Einkommen				
4	2	30	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.800				
5	2	5	weibli							
6	3	50	weibli							
7	3	19	männ	1	1	24	männlich	ledig	erwerbstätig	1.800
8	4	51	männ	3	2	37	männlich	verheiratet	nicht erwerbstätig	/
4	2	31	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.800				
5	2	6	weiblich	ledig	nicht erwerbstätig	/				
6	3	51	weiblich	verheiratet	erwerbstätig	2.800				
7	3	20	männlich	ledig	nicht erwerbstätig	/				
8	4	52	männlich	geschieden	erwerbstätig	3.400				

Abbildung 2.3: Zeitdiskreter Fortschreibungsprozess

Sowohl zeitdiskrete als auch zeitstetige Modellierungen von Populationsdynamiken finden Anwendung in Mikrosimulationen (Zinn, 2011; Li und O'Donoghue, 2013; Hannappel und Troitzsch, 2015; Burgard et al., 2020b). Oft wird die Entscheidung für eine Methode auf Basis der Forschungsfrage und der damit verbundenen Notwendigkeit flexibler Zustandsänderungen getroffen. So bedürfen zeitdiskrete Modelle weniger Annahmen, sind aber auch weniger flexibel bei der Berücksichtigung komplex interagierender Zustandswechsel (Willekens, 2009; Burgard et al., 2020a). Unterjährige Veränderungen, beispielsweise bei Erwerbstätigkeit, können bei Verwendung jährlicher Perioden nicht direkt abgebildet werden und müssen gegebenenfalls zusätzlich modelliert werden (Li und O'Donoghue, 2013). Gleichzeitig liegen die zur Modellierung von Zustandsänderungen verwendeten Datensätze fast immer auf Jahresebene vor, sodass genaue Aussagen zu der Reihenfolge und den Zeitpunkten bestimmter Ereignisse grundsätzlich nicht getroffen werden können. Die Herausforderungen beider Methoden hinsichtlich der Rechendauer sind wiederum von der Art des Gesamtmodells abhängig. Sofern verschiedene Zustände weitestgehend unabhängig auf Individualebene simuliert werden, kann eine zeitstetige Mikrosimulation sehr effizient gestaltet werden. So muss eine Person, deren kürzeste

Verweildauer in 10 Jahren zu einer ersten Zustandsänderung führt, nicht jedes Jahr, wie im zeitdiskreten Modell, durch eine Vielzahl von stochastischen Entscheidungsprozessen laufen. Je komplexer jedoch die Interaktionen in zeitstetigen Modellen berücksichtigt werden, desto häufiger müssen Verweildauern neu vorhergesagt werden, was wiederum ebenfalls zu deutlich längeren Simulationszeiten führt. Pauschale Aussagen über den Rechenaufwand hinsichtlich der Art der Fortschreibung können ohne detaillierte Informationen zum Aufbau des gesamten Modells nicht getroffen werden.

2.4.2 Interessierende Subpopulation

Eine weitere Differenzierung lässt sich anhand der Population vornehmen, die einer Simulation zugrunde liegt. In der Literatur werden Populationsmodelle von Kohortenmodellen unterschieden (Harding, 1991, S. 29 ff. Li und O'Donoghue, 2013). Im Fokus steht die Frage, ob die Simulation auf einer Basispopulation durchgeführt wird, welche einen Querschnitt der gesamten Population repräsentiert oder nur einen Ausschnitt. Hierbei geht es nicht um die Unterscheidung zwischen Grundgesamtheitsdaten und Stichproben, sondern um inhaltlich festgelegte Subgruppen.

Bei Kohortenmodellen entspricht die Basispopulation einer inhaltlich eingegrenzten Teilmenge, die über einen bestimmten Zeitraum fortgeschrieben wird. Oft besteht diese aus vordefinierten Geburtenjahrgängen (Hannappel und Troitzsch, 2015; Spielauer, 2006). Die Eingrenzung lässt sich jedoch auch nach weiteren Merkmalen, wie Erwerbsstatus oder Geschlecht vornehmen (Van De Ven und Creedy, 1999). Ein bedeutender Vorteil von Kohortenmodellen liegt in der deutlich reduzierten Modellkomplexität und der damit einhergehenden Reduktion der Rechendauer. Durch den Ausschluss klar definierter Personengruppen wird nicht nur die Anzahl an Beobachtungen verringert, auch Module, die auf die ausgeschlossene Population zugeschnitten sind, werden redundant. Beschränkt sich ein Modell beispielsweise ausschließlich auf Rentner, so ist es nicht notwendig, Geburten und Schulabschlüsse zu simulieren. Der Ausschluss von Teilmengen der Population schränkt allerdings auch deutlich die Auswertungsmöglichkeiten ein. Die Berücksichtigung von Haushaltsstrukturen und intergenerationalen Effekten sowie die Berechnung von Anteilswerten auf der gesamten Population ist kaum noch möglich (Burgard et al., 2020a).

In Populationsmodellen wird hingegen, unabhängig von der konkreten Fragestellung, grundsätzlich entweder die gesamte Population oder ein repräsentativer Querschnitt betrachtet. Daher müssen die Individuen alle Module durchlaufen, auch wenn die spätere Analyse auf einer Subpopulation stattfindet. Dadurch steigt zwar die Rechendauer stark an, jedoch können auch Haushaltsstrukturen und Interaktionen auf Individual- und Haushaltsebene in die Analyse eingebunden werden (O'Donoghue, 2001; Li, 2011; Li und O'Donoghue, 2013).

2.4.3 Ein- und Austritt von Individuen

Dynamische Mikrosimulationen können auf Basis offener oder geschlossener Populationen umgesetzt werden. Die Unterscheidung ist abhängig davon, wie Individuen der Basispopulation im Simulationsverlauf hinzugefügt oder daraus entfernt werden (Van Imhoff und Post, 1998; O’Donoghue, 2001; Spielauer, 2009; Li, 2011). Grundsätzlich gilt, dass in geschlossenen Modellierungen alle Ereignisse innerhalb der Population stattfinden, während in offenen Modellierungen flexibel Individuen ergänzt oder entfernt werden können. So lassen sich beispielsweise synthetische Personen der Basispopulation hinzufügen, wenn das Ereignis einer Partnerschaft für eine bereits enthaltene Person simuliert wird (Bonin et al., 2013). Dadurch können rechenaufwendige Interaktionen weitestgehend vermeiden werden da kein Partnermatching durchgeführt werden muss.

Die Unterscheidung zwischen offenen und geschlossenen Modellen ist in der Literatur jedoch nicht eindeutig. So werden Modelle teilweise als geschlossen klassifiziert, wenn Individuen ausschließlich durch Geburten und Sterbefälle beitreten oder diese verlassen können während die Existenz eines Wanderungsmoduls ein offenes Modell begründet (Hannappel und Troitzsch, 2015). Teilweise gelten jedoch Modelle auch als geschlossen, wenn Wanderungen zugelassen werden (O’Donoghue, 2001; Li und O’Donoghue, 2013).

Um Unklarheiten zu vermeiden, bietet es sich an, offene Komponenten innerhalb einzelner Modelle direkt zu definieren. Die Simulation von Wanderungen aus einer externen Population, die nicht durch die Basispopulation abgebildet wird (in der Regel Zuzüge aus dem Ausland), benötigt beispielsweise grundsätzlich eine offene Komponente, da es unmöglich ist, die gesamte Weltpopulation zu simulieren. Binnenmigration kann hingegen sowohl geschlossen als auch offen gestaltet werden (siehe dazu Kapitel 4).

2.4.4 Agentenbasierte Simulationen

Die Individuen innerhalb einer Mikrosimulation können auch als Agenten bezeichnet werden. Somit lässt sich jede Mikrosimulation auch als agentenbasierte Simulation (bzw. Agentensimulation) klassifizieren. Ebenso kann jede agentenbasierte Simulation auch als Mikrosimulation definiert werden, da der Fokus klar auf der Modellierung und Simulation auf Grundlage der kleinsten Einheiten eines Systems liegt.

Auch wenn die Grenzen teilweise nicht trennscharf sind, lassen sich dennoch innerhalb der wissenschaftlichen Literatur klare Unterschiede von Mikro- zu Agentensimulationen feststellen. Dabei ist letztere Art insbesondere im Rahmen der Coronapandemie sehr in den Fokus der Öffentlichkeit gerückt (Bracher et al., 2021; Jahn et al., 2022). Agentensimulationen basieren auf einer Anzahl von autonomen ent-

scheidungstreffenden Individuen, die als Agenten bezeichnet werden und innerhalb der definierten Umwelt miteinander interagieren (Li und O'Donoghue, 2013; Jahn et al., 2022). Willekens (2022, S. 3) bezeichnet eine Agentensimulation als „*a microsimulation model with actors that have attributes and agency.*“ Agenten sind in eine bestimmte Umgebung eingebettet und können, unabhängig von externen Reizen, Aktionen durchführen. Dabei wird das Verhalten der Agenten oft mit Methoden der künstlichen Intelligenz integriert, um dieses möglichst nahe an kognitive Entscheidungsprozesse anzupassen (Bonabeau, 2002). Agenten besitzen in der Regel klare Präferenzen, die durch Interaktionen mit anderen Agenten und der Umwelt verfolgt werden (Krause et al., 2019). Während in dynamischen Mikrosimulationen die Fortschreibung der Basispopulation über einen festgesetzten Simulationshorizont erfolgt, spielt die zeitliche Komponente in Agentensimulationen meist – wenn überhaupt – eine untergeordnete Rolle. Die Fragestellungen in dynamischen Mikrosimulationen fokussieren die Entwicklung der Population in die Zukunft, in Agentensimulationen die Auswirkungen individueller Verhaltensweisen auf die Populationsstrukturen (Spielauer, 2009).

Theoretisch sind auch Interaktionen in klassischen Mikrosimulationsmodellen möglich, wenn Personen beispielsweise in Partnerschaft gehen, sich trennen oder durch Zustandsänderungen weiterer Haushaltsmitglieder beeinflusst werden. Da in dynamischen Mikrosimulationen die Entscheidungsregeln hauptsächlich auf empirische Modellierungen zurückgehen, werden die Möglichkeiten der Simulation durch die Verfügbarkeit und den Umfang von Informationen aus Modellierungsdatensätzen begrenzt. Dabei beinhalten statistische Erhebungen nur in den seltensten Fällen Informationen über Beziehungsstrukturen von Individuen, die über Haushaltsebene hinausgehen (Hannappel und Troitzsch, 2015). Die individuellen Entscheidungsregeln in agentenbasierten Simulationen stützen sich hingegen häufig nicht auf empirische Erkenntnisse, sondern auf theorie- und annahmegestützte Regeln, um das Verhalten der Agenten gegenüber der Umwelt und anderen Agenten zu organisieren (Heard et al., 2015). Aufgrund dieser Tatsache unterscheidet Spielauer (2009) *datenbasierte* von *agentenbasierten* Mikrosimulationen.

Unterschiede liegen auch in den Zielen der jeweiligen Simulationen. Spielauer (2009) differenziert zwischen *erklären* und *vorhersagen*. Agentenbasierte Simulationen werden für den Zweck der Erklärung angewendet mit dem Ziel, soziale Phänomene durch die Aktionen und Interaktionen der Agenten zu erzeugen, die mit denen der realen Welt übereinstimmen. Dadurch liefert diese Art der Simulation einen Beitrag zur Entwicklung von Theorien. Ziel von datenbasierten Simulationen liegt hingegen in der detaillierten Vorhersage, was unter Anwendung etablierter empirischer Methoden der statistischen Modellierung und einer umfangreichen Datenbasis erfolgt (Spielauer, 2009). Auch agentenbasierte Simulationen werden im Bereich der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften angewendet. Eines der bekann-

testen Beispiele für agentenbasierte Simulationen ist das Segregationsmodell von Thomas Schelling (Schelling, 1971). Durch die Zuweisung von Wohnpräferenzen zu Individuen beziehungsweise Agenten in Abhängigkeit der ethnischen Verteilung in der Nachbarschaft lebenden Personen wurde das Phänomen der Segregation untersucht. Durch diese Modellierung wurde gezeigt, dass, selbst wenn die Personen (bis zu einem gewissen Grad) bereit sind als Minderheit in einer Nachbarschaft zu leben, dies dennoch zu einer stark segregierten Gesellschaft führen kann. Dieses Beispiel verdeutlicht den von Spielauer (2009) beschriebenen Zweck agentenbasierter Simulationen der Theoriebildung, da nicht die Prognose (zukünftiger) Lebensverhältnisse in einer realen Umwelt, sondern die Erklärung gesellschaftlicher Phänomene über individuelle Verhaltensannahmen untersucht wird. Tabelle 2.2 gibt einen an die Ausführungen von Spielauer (2009) angelehnten Überblick über die Unterschiede zwischen Mikrosimulationen und Agentensimulationen. Dabei ist zu beachten, dass eine eindeutige Abgrenzung oft nicht möglich ist und manche Punkte bei einzelnen Modellen nicht (eindeutig) zutreffen.

Tabelle 2.2: Vergleich: Mikrosimulation und Agentensimulation

	Mikrosimulation	Agentensimulation
Art der Modellierung	Datenbasiert; Statistische Modellierungen	Annahmebasiert; Entscheidungsregeln; KI-Methoden; Zelluläre Automaten
Simulation von Zustandsänderungen	Stochastische Prozesse Übergangswahrscheinlichkeiten, Verweildauern	Individuelle Verhaltens- und Entscheidungsregeln
Interaktionen von Individuen	Seltene Einbindung von Interaktionen; Häufig beschränkt auf Partnerschaften und Haushaltsebene, meist Reaktion statt Interaktion	Zentral; Komplexe Interaktionen zwischen Individuen
Zeitl. Komponente	Fortschreibung der Population über die Zeit	Interaktion ohne konkrete zeitl. Komponente
Ziele	Projektionen, Vergleich von Szenarien	Theoriebildung

Es ist jedoch auch möglich, datenbasierte und agentenbasierte Simulationen sinnvoll zu verknüpfen (Bae et al., 2016; Krause et al., 2019; Ballas et al., 2019). Während ein Teil der Simulation auf empirischen Modellierungen basiert, wird ein anderer mittels theoretischer Entscheidungsregeln durchgeführt. Insbesondere wenn die Datenlage keine empirische Modellbildung zulässt, kann es dadurch gelingen, diese Lücken zu schließen. In der Praxis gibt es verschiedene Beispiele zur erfolgreichen Verknüpfung beider Komponenten. Krause et al. (2019) verwenden dynamische da-

tenbasierte Mikrosimulationen zur Projektion der Basispopulation in zukünftige Perioden. Soziodemographische Merkmale sowie die Pflegebedürftigkeit der Individuen werden anhand von Übergangswahrscheinlichkeiten, die auf statistischen Modellierungen basieren, simuliert. Am Ende jeder simulierten Periode setzt die Agentensimulation ein und bestimmt die Art der Pflege auf Basis individueller Präferenzen und Entscheidungsregeln, die auch von nachbarschaftlichen Mustern geprägt werden (Krause et al., 2019). Grundsätzlich bieten Methoden agentenbasierter Simulationen viele Möglichkeiten zur Erweiterung dynamischer Mikrosimulationen, besonders wenn empirische Modelle aufgrund zu großer Komplexität oder fehlender Daten an ihre Grenzen stoßen.

2.4.5 Regionalisierte dynamische Mikrosimulationen

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, werden in der Literatur häufig die Begriffe der *Small-Area Microsimulation* und *Spatial Microsimulation* verwendet (Rahman et al., 2010; Tanton und Edwards, 2012; Tanton, 2014; Lovelace und Dumont, 2017). In erster Linie verbergen sich dahinter jedoch keine umfassenden Simulationsstrategien für kleinräumige Mikrosimulationen, sondern Methoden und Konzepte zur synthetischen Erzeugung kleinräumiger Basispopulationen. Es finden sich aber auch Modelle, die als *Dynamic Spatial Microsimulation* bezeichnet werden (Birkin, 2012). Tanton (2014) bezeichnet diese als „one of the most complex forms of spatial microsimulation, and the most data intensive“ (Tanton, 2014, S. 15 f.). Diese Art der Simulation – nachfolgend als regionalisierte dynamische Mikrosimulation bezeichnet – bedarf neben einer kleinräumigen Basispopulation auch den Einbezug aller Prozesse, die zur dynamischen Simulation von Populationen unter Berücksichtigung räumlicher Strukturen notwendig sind.

Für die besten Resultate dieser Art von Simulation, stellt Tanton (2014) fest, müssen Übergangswahrscheinlichkeiten für jede Region verfügbar sein, können bei eingeschränkter regionaler Variabilität jedoch auch von größeren auf kleinere Region übertragen werden. International existieren unterschiedliche regionalisierte dynamische Mikrosimulationsmodelle, wie SVERIGE (System for Visualising Economic and Regional Influences Governing the Environment; Rephann und Holm, 2004; Holm et al., 2006) in Schweden, SMILE (Simulation Model for the Irish Local Economy; Ballas et al., 2005) in Irland und MOSES (Modelling and Simulation for e-Social Science; Wu und Birkin, 2012; Birkin et al., 2017) für Großbritannien. Modelle für Deutschland spielten in diesem Kontext lange keine Rolle. Im Rahmen der 2019 gestarteten DFG-Forschungsgruppe MikroSim (siehe dazu auch Abschnitt 2.8) wurde jedoch mit dem Aufbau eines Simulationsmodells begonnen, das eindeutig als regionalisierte dynamische Mikrosimulation klassifiziert werden kann.

Eine explizite und einheitliche Definition, welche Kriterien bei regionalisierten dynamischen Mikrosimulationen erfüllt sein müssen, existiert bislang jedoch nicht. Daher werden nachfolgend die wichtigsten Merkmale zusammengefasst, deren Erfüllung grundsätzliche Voraussetzung regionalisierter Modelle ist:

- Regionalisierte Basispopulation
- Regionalisierte dynamische Prozesse (bspw. Übergangswahrscheinlichkeiten)
- Berücksichtigungen von Wanderungen auf regionaler Ebene
- Durchführung kleinräumiger Analysen

Regionalisierte Basispopulationen sind dabei die Grundvoraussetzung und inkludieren sämtliche Datensätze, die einen geographisch eingegrenzten Fokus erlauben, unabhängig vom zugrundeliegenden Datengenerierungsprozess. Die Basispopulation kann demnach entweder aus eindeutig identifizierbaren geographischen Regionen bestehen oder sich auf ausgewählte Regionen beschränken. Ausschlaggebend ist, dass die regionalen Strukturen hinsichtlich der Verteilung auf Mikroebene realistisch abgebildet werden.

Für die Projektion der Population in die Zukunft sollten auch regionalisierte Übergangswahrscheinlichkeiten – oder im Falle zeitstetiger Mikrosimulationen Verweildauern – Anwendung finden. Im Idealfall liegen die Daten zur Modellierung in derselben Granularität vor wie die Basispopulation, sodass die Schätzung regionalisierter Modelle direkt erfolgen kann. Da die Basispopulation üblicherweise die interessierende Population zu einem zurückliegenden Zeitpunkt repräsentiert, sind für die ersten Simulationsperioden meist Totalwerte für soziodemographische und sozioökonomische Entwicklungen (bspw. zu Geburten, Sterbefällen, Eheschließungen und Erwerbstätigkeit) verfügbar. Sofern die regionalen Entwicklungen durch einfache Modellierungen, beispielsweise aufgrund der fehlenden Möglichkeit der Einbindung regionaler Informationen, nicht nachgebildet werden können, lassen sich die Wahrscheinlichkeiten oder Modelle auch nachträglich auf diese übergeordneten Totalwerte kalibrieren. Diese Art der Kalibrierung – im Mikrosimulationskontext *Alignment* genannt – wird in Kapitel 3 näher beschrieben. Dadurch lässt sich Alignment explizit als Methode regionalisierter dynamischer Mikrosimulationen verstehen.

Die Berücksichtigung von Wanderungen ist nicht nur ein wichtiger Teil in regionalisierten Mikrosimulationen, sondern auch eine wichtige Komponente in allen dynamischen Simulationen, deren Ziel die Generierung plausibler demographischer Strukturen ist. Sofern Wanderungen simuliert werden, beschränken sich diese hauptsächlich auf Zu- und Abwanderung aus dem Ausland, was bedeutet, dass Binnenwanderungsbewegungen innerhalb der Basispopulation ignoriert werden. In regionalisierten Modellen ist genau diese Art der Wanderung jedoch konstitutiv, da der Einfluss der inländischen Migration enormen Einfluss auf die demographische

Entwicklung einzelner Regionen ausübt und teilweise die Effekte der Migration aus dem Ausland übersteigt (Busch, 2016). In Kapitel 4 wird die Bedeutung herausgearbeitet und die methodische wie auch praktische Umsetzung von Wanderungen in regionalisierten dynamischen Mikrosimulationen für Deutschland beschrieben.

Das Ziel von regionalisierten Mikrosimulationen ist die Ermöglichung kleinräumiger Analysen. Um dies zu gewährleisten, müssen alle zuvor genannten Punkte erfüllt sein. Als Teil der Analysen lässt sich auch die Messung von Unsicherheiten verstehen, welche unter Berücksichtigung der Granularität des Simulationsmodells durchgeführt werden sollte (siehe dazu Kapitel 5).

2.5 Erstellungsprozess dynamischer Mikrosimulationen

Der Aufbau eines dynamischen Mikrosimulationsmodells ist extrem umfangreich und stellt Forschende vor enorme Herausforderungen. Darum ist es sinnvoll, die Erstellung in strukturierte Arbeitsschritte zu unterteilen. Eine Hilfestellung bietet das generische Business-Modell nach Burgard et al. (2020a). Hierbei wird die Umsetzung von Mikrosimulationen in insgesamt neun sukzessiv aufeinander aufbauende Kategorien untergliedert, die wiederum verschiedene Arbeitsschritte beinhalten. Die Kategorien orientieren sich am Entwicklungsstand des Mikrosimulationsmodells und führen systematisch durch alle Phasen. Abbildung 2.4 gibt einen Überblick über alle Kategorien und Arbeitsschritte.

Prozesse								
Festlegung des Bedarfs	Datenauswahl	Datenaufbereitung	Design der Mikrosimulation	Populationsdynamiken	Durchführung der Simulation	Analyse der Ergebnisse	Veröffentlichung	Evaluation
1.1 Forschungsfrage	2.1 Datenanforderungen festlegen	3.1 Kalibrierung / Imputation	4.1 Auswahl der Software	5.1 Definition von Zustandsänderungen	6.1 Implementierung der Szenarios	7.1 Überarbeitung des Programmcodes	8.1 Aktualisierungen	9.1 Informationssuche
1.2 Hypothesenbildung	2.2 Datenverfügbarkeit prüfen	3.2 Synthetische Datengenerierung	4.2 Erstellung der Simulationsmodule	5.2 Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten	6.2 Fortschreibung der Basispopulation	7.2 Unsicherheitsanalyse	8.2 Überprüfung der Veröffentlichung	9.2 Durchführung der Evaluation
1.3 Art der Mikrosimulation	2.3 Inputdaten definieren	3.3 Editing und Anpassungen	4.3 Festlegung der Modulreihenfolge	5.3 Überprüfung der Übergangsdynamik	6.3 Überwachen der Fortschreibung	7.3 Evaluation der Hypothesen	8.3 Förderung von Veröffentlichungen	9.3 Festlegung eines Handlungsplans
1.4 Definition von Szenarios	2.4 Beurteilung der Datenqualität		4.4 Überprüfung der Plausibilität	5.4 Anpassung der Übergangsdynamik	6.4 Prüfung der Plausibilität	7.4 Visualisierung der Ergebnisse	8.4 Unterstützung der Nutzer	

Abbildung 2.4: Business Model für dynamische Mikrosimulationen (Burgard et al., 2020a)

Zu Beginn ist eine Bedarfsanalyse durchzuführen, welche die präzise Formulierung einer konkreten Forschungsfrage sowie der dazugehörigen Hypothesen umfasst. Selbst wenn das Ziel der Forschenden nicht in der konkreten Untersuchung von Hy-

pothesen, sondern in der Erstellung einer allgemeinen Simulationsstruktur liegt, sollten mögliche zukünftige Fragestellungen berücksichtigt werden. Nur dadurch lässt sich gewährleisten, dass die Struktur des Modells den Ansprüchen der zukünftigen Anwendung gerecht wird. Abhängig von der zu untersuchenden Fragestellung ist auch die Art der Mikrosimulation zu bestimmen. Entsprechend der methodischen Differenzierungen in Abschnitt 2.4 gilt es zu entscheiden, ob die Simulation statisch oder dynamisch durchgeführt werden soll und auf welche Art gegebenenfalls eine Projektion in die Zukunft erfolgt. Zudem ist festzulegen, ob die Simulation auf eine interessierende Subpopulation beschränkt werden kann, oder ob eine Repräsentation der gesamten Bevölkerung benötigt wird. Ebenfalls in der frühen Entwicklungsphase sollten Szenarien zur Untersuchung der aufgestellten Hypothesen entwickelt werden. Das Aufstellen von Forschungsfragen und -hypothesen sowie die Festlegung des Simulationsansatzes und die Definition von Szenarien rahmen den weiteren Aufbau des Modells ein. Alle weiteren Schritte werden direkt auf die Erfüllung des damit vorgegebenen Bedarfs ausgerichtet.

Einer der zeitintensivsten und umfangreichsten Prozesse liegt in der Identifizierung und Auswahl geeigneter Datensätze. Zunächst sind die Anforderungen an die Datensätze, die entweder als Basispopulation oder zur Modellierung von Populationsdynamiken benötigt werden, herauszuarbeiten. Anschließend werden diese mit den zur Verfügung stehenden Daten abgeglichen, um die Selektion und Qualitätskontrolle durchführen zu können.

Nach Auswahl und Beurteilung der Daten werden notwendige Anpassungen vorgenommen, die wiederum von der Beschaffenheit der Datensätze abhängen. Bei Surveydaten ist beispielsweise das Erhebungsdesign zu berücksichtigen (Dekkers und Cumpston, 2012). Zudem erfordern fehlende Werte gegebenenfalls den Einsatz von Imputations- und Gewichtungsverfahren (Meinfelder, 2014). Administrative Daten müssen meist um weitere Informationen ergänzt werden. Steht keine geeignete Basispopulation zur Verfügung, ist eine synthetische Grundgesamtheit zu erstellen. Abschließend erfolgt die Überprüfung der Datensätze in Bezug auf die Plausibilität der Merkmalskombinationen. Unplausible Ausprägungen können sowohl aus der synthetischen Datenerzeugung als auch der Datenerhebung resultieren, was den Einsatz von statistischen Editing- und Imputationsverfahren zur Identifizierung und entsprechenden Anpassung dieser Fälle erfordert (De Waal et al., 2011; Drechsler, 2011).

Abhängig von der Art der bereits getroffenen methodischen Entscheidungen werden Design und Simulationsstruktur festgelegt. Dies erfordert zunächst die Auswahl einer geeigneten Simulationssoftware, die den Anforderungen des Modells entspricht. Für die Erstellung von Mikrosimulationen existiert diesbezüglich ein breites Angebot geeigneter Software. Li und O'Donoghue (2013) geben einen Überblick und zählen Vor- und Nachteile verschiedener Programme auf. Hierbei lässt sich zusammenfassen,

dass eine höhere Flexibilität mit hohen Anforderungen an die Programmierkenntnisse der Forschenden einhergeht. Auch fertige Interfaces für Mikrosimulationen, wie LIAM2, Modgen oder EUROMOD können verwendet werden (Spielauer, 2006; Sutherland und Figari, 2013; Menten et al., 2014; Bélanger et al., 2017). Diese bieten aufgrund bereits implementierter Simulationsstrukturen den Vorteil der Anwenderfreundlichkeit, sind dafür jedoch weniger flexibel hinsichtlich der Ausgestaltung der Module und Verwendung eigener Funktionen.

Zur Organisation der dynamischen Prozesse wird die Simulation der Zustandsänderungen in Modulen organisiert, die anschließend von allen Individuen sukzessive durchlaufen werden. Module können sowohl für einzelne wie auch für inhaltlich oder strukturell zusammenhängende Zustandsänderungen erstellt werden und regeln neben der Simulation der Vorhersage auch alle notwendigen Anpassungen. Eine genauere Beschreibung der Funktionsweise von Modulen findet sich in Abschnitt 2.7.1. Bei zeitdiskreten Fortschreibungsprozessen ist eine sinnvolle Reihenfolge festzulegen, in der die Module durchlaufen werden. Dabei ist es wichtig, verschiedene Faktoren bei der Entscheidung miteinzubeziehen (siehe Abschnitt 2.7.2). Sowohl innerhalb als auch zwischen den Modulen sollten Plausibilitätsprüfungen stattfinden, um mögliche Fehler bei der Programmierung und Modellierung frühzeitig aufzudecken und die Konsistenz der fortgeschriebenen Population zu gewährleisten.

Nach Festlegung der Grundstruktur der Module sowie deren Reihenfolge werden die Populationsdynamiken eingebunden. Die Art der Modellierung hängt von der Definition der Übergänge (zeitdiskret oder zeitstetig) ab und wird nicht zuletzt durch die Verfügbarkeit potentieller Daten eingegrenzt (siehe Abschnitt 2.4.1). Durch Validierungsverfahren kann die Funktionalität des Gesamtmodells und insbesondere der Transitionsdynamiken überprüft werden (siehe dazu bspw. Lütz und Stein, 2020). Diese lassen sich nach Methoden interner und externer Validierung differenzieren. Bei interner Validierung wird sichergestellt, dass die gewählte Art der Modellierung die Dynamik der zugrundeliegenden Daten erfassen kann. Gelingt dies nicht, müssen gegebenenfalls die Daten transformiert, die Modelle angepasst oder die Methoden ausgetauscht werden. Bei externer Validierung werden die Modelle auf der Basispopulation angewendet, um die Prognosen mit bekannten Übergangsraten oder Verteilungen abzugleichen. Sofern es zu inakzeptablen Differenzen kommt, lassen sich durch die Anwendung von Alignmentverfahren Anpassungen an den Modellen oder Wahrscheinlichkeiten vornehmen (Li et al., 2014). Eine umfassendere Beschreibung dieser Verfahren findet sich in Kapitel 3.

Bevor die eigentliche Projektion der der Basispopulation erfolgt, werden zunächst Szenarien implementiert, die zur Untersuchung der Forschungsfrage verglichen werden sollen. Die Einbindung der Szenarien erfolgt nicht nach einem standardisierten Vorgehen. Vielmehr gilt es unter Berücksichtigung der Art der Simulation und der damit verbundenen Modifikation passende Verfahren zu identifizieren. Über die Ma-

nipulation einzelner Koeffizienten lassen sich beispielsweise einfach direkte Effekte erzielen. Es können jedoch auch verschiedene normative Ansätze und Entwicklungsszenarien eingebunden werden. Entscheidend für eine sinnvolle szenariobasierte Analyse ist die Abstimmung mit der Simulationsstruktur. Beginnt die Simulation in einer zeitlich zurückliegenden Periode und die Wahrscheinlichkeiten werden gleichzeitig an bekannte Totalwerte angepasst, so sollten die Auswirkungen eines Szenarios erst in den zukünftigen Perioden greifen. Andernfalls besteht die Gefahr, dass die Auswirkungen der Szenarien durch die Anpassungsmethoden überdeckt werden. Entwicklungsszenarien entsprechen häufig aggregierten Werten, an welche die Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Anpassungsmethoden kalibriert werden (Bækgaard, 2002; Li et al., 2014). Dadurch können Veränderungen unterschiedlicher Ereignisse – beispielsweise von Geburten und Sterbefällen – in die Mikrosimulation integriert werden. Diesbezüglich ist jedoch zu beachten, dass die Verwendung fester Totalwerte auf Makroebene, wie a priori festgelegte Geburtenzahlen, zu einer Unterwanderung des eigentlichen Zwecks von Mikrosimulationen führen. Werden die Werte von Anfang an festgesetzt, sind die Ereignisse nicht länger das Resultat individueller Prozesse und Veränderungen der Verteilungen auf Mikroebene haben keinen funktionalen Einfluss mehr auf die Ergebnisse – zumindest bezüglich der festgelegten Ereignissen – auf der Makroebene. Eine Alternative bietet sich durch die Formulierung der Szenarien als Entwicklungstendenzen zu Beginn der Simulation. Anpassungen werden dabei über die Veränderung der Wahrscheinlichkeiten oder Parameter unter *ceteris paribus* Bedingungen implementiert (Burgard et al., 2020b). Erst nach Durchführung aller bisherigen Schritte erfolgt die Fortschreibung der Basispopulation, was der Simulation im eigentlichen Sinne entspricht. Dabei werden die Ergebnisse fortlaufend überwacht und auf Plausibilität überprüft.

Sobald die Analyseergebnisse vorliegen, werden weitere Überprüfungen sowie gegebenenfalls Anpassungen der zugrundeliegenden Algorithmen vollzogen. Unsicherheitsanalysen können zwar erst nach der Generierung von Ergebnissen durchgeführt werden, die Konzeption sollte jedoch bereits im frühen Erstellungsprozess der Simulationsstruktur entstehen. Die Arten möglicher Unsicherheiten in Mikrosimulationen sind vielfältig, was besondere Herausforderungen an die Unsicherheitsmessung stellt. Je nach Art der Unsicherheit können unterschiedliche Methoden zur Erfassung zum Einsatz kommen (siehe dazu Kapitel 5). Es folgt die Evaluation der Hypothesen auf Grundlage der Simulationsergebnisse sowie die Visualisierung der Ergebnisse. Abschließend werden die Ergebnisse der Simulation veröffentlicht. Neben den Auswertungen der Ergebnisse sollten auch möglichst detaillierte Informationen zum technischen Vorgehen sowie – sofern es aus datenschutzrechtlichen Gründen möglich ist – zu den zugrundeliegenden Daten und Modellen bereitgestellt werden.

Auch wenn die zeitliche Abfolge im Erstellungsprozess vorgegeben ist und die Evaluation dem letzten Punkt entspricht, ist es notwendig die vorangegangenen Entscheidungen und Festlegungen fortlaufend zu reflektieren, um gegebenenfalls Anpassungen vorzunehmen. Zusammenfassend lässt sich die Erstellung von Mikrosimulationen als iterativer Prozess verstehen, der wiederum starke Pfadabhängigkeiten aufweist. Eine detailliertere Beschreibung der Prozesse zur Erstellung einer dynamischen Mikrosimulation findet sich in Burgard et al. (2020a).

2.6 Modellierung und Simulation von Zuständen und Übergängen

Grundlegend für die Durchführung dynamischer Mikrosimulationen sind zwei Komponenten: Die Basispopulation als Ausgangspunkt und der Fortschreibungsprozess zur Projektion der Population in die Zukunft. In beiden Fällen sind die Modellierung und Simulation von Zuständen von zentraler Bedeutung.

Die Fortschreibung erfolgt in zeitdiskreten dynamischen Modellen auf Basis stochastischer Prozesse über die Simulation von Zustandsänderungen auf individueller Ebene (siehe Abschnitt 2.4.1). Gleichzeitig kann bei fehlenden Informationen in der Basispopulation eine Ergänzung einzelner Variablen (bzw. Zustände) notwendig sein. Diese Ergänzung kann als einmalige und fixe Erweiterung der Basispopulation oder als Teil der Simulation in jedem Simulationsdurchlauf durchgeführt werden. Das Vorgehen bei der Erfassung von Strukturen auf Mikroebene ist für die Ergänzung und die Fortschreibung von Merkmalen durchaus ähnlich. So müssen zuerst Wahrscheinlichkeiten geschätzt werden, um anschließend auf deren Grundlage über stochastische Prozesse zu entscheiden, ob ein Zustand oder ein Zustandswechsel eintritt. Im Folgenden werden zunächst die verwendeten Populationen vorgestellt und anschließend die gebräuchlichsten Methoden zur Modellierung und Simulation von diskreten Zuständen und Zustandsänderungen dargelegt.

2.6.1 Struktur und Definition der verwendeten Populationen

Allgemein können für dynamische Mikrosimulationen drei Arten von Populationen unterschieden werden: Die *interessierende Population*, über welche Aussagen getroffen werden soll, die *Basispopulation* als Repräsentation der interessierenden Population und die *Modellierungsdaten* (siehe Tabelle 2.3).

$\mathcal{U}^{(t)}$ sei eine Population mit den Individuen $i, \dots, N^{(t)}$ zum Zeitpunkt t , die sich in R regional differenzierte, paarweise disjunkte Subpopulationen $\mathcal{U}_r^{(t)}$ untergliedert,

wobei gilt: $\mathcal{U}^{(t)} = \bigcup_{r=1}^R \mathcal{U}_r^{(t)}$. Bei den Regionen kann es sich um jede beliebige administrative Ebene handeln, wie beispielsweise um NUTS-Regionen oder Postleitzahlgebiete. Die Größe der Population innerhalb einer regionalen Einheit r zu Zeitpunkt t sei $N_r^{(t)}$. Es gilt $\sum_{r=1}^R N_r^{(t)} = N^{(t)}$.

Ziel von Mikrosimulationen ist es, die Auswirkungen von Prozessen auf der Mikroebene zu analysieren. Für diesen Zweck wird eine Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ mit den Individuen $u = 1, \dots, \tilde{N}^{(s)}$ als Abbild der wahren Population benötigt (siehe dazu Abschnitt 2.3). Der zeitliche Index für die Basispopulation wird als s definiert, da im Laufe der dynamischen Simulation simulierte Perioden die retrospektiven Zeitpunkte ablösen. Für die Basispopulation ist diese zeitliche Unterscheidung redundant, da der Ausgangszeitpunkt üblicherweise in der Vergangenheit liegt. Für die Basispopulation wird nachfolgend $s = 0$ bzw. für die Population zum entsprechenden Zeitpunkt $t = 0$ festgelegt.

Tabelle 2.3: Übersicht der Datensätze in Mikrosimulationen

	Beschreibung	Beobachtungen	Beispiele
$\mathcal{U}^{(t)}$	Wahre Population	$i = 1, \dots, N^{(t)}$	Deutsche Bevölkerung
$\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$	Basispopulation (Abbild der Population)	$u = 1, \dots, \tilde{N}^{(s)}$	MikroSim Basispopulation
$\mathcal{D}^{(t)}$	Surveydatensatz	$i = 1, \dots, n^{(t)}$	MZ, SOEP

Sofern eine echte Grundgesamtheit der interessierenden Population vorliegt, gilt: $\tilde{\mathcal{U}}^{(0)} = \mathcal{U}^{(0)}$ und $\tilde{N}^{(0)} = N^{(0)}$. Da in der Praxis jedoch meist keine vollständigen Informationen der Population verfügbar sind, werden für $\tilde{\mathcal{U}}^{(0)}$ oft Stichprobendaten oder synthetische Nachbildungen der Population verwendet (siehe dazu Abschnitt 2.3). Sofern es sich um regionalisierte Modelle handelt, muss die Basispopulation entweder die interessierende geographische Subpopulation repräsentieren oder sich ebenfalls aus geographischen Subpopulationen $\tilde{\mathcal{U}}_r^{(0)}$ zusammensetzen. Das ist eine grundlegende Voraussetzung für die Durchführung regionalisierter Mikrosimulationen. Im vorliegenden Fall wird angenommen, dass $\tilde{\mathcal{U}}^{(0)}$ einer synthetischen aber realitätsnahen Nachbildung von $\mathcal{U}^{(0)}$ entspricht und somit alle geographischen und soziodemographischen Informationen enthält (Münnich et al., 2021).

Als dritte Population wird ein Erhebungsdatensatz $\mathcal{D}^{(t)} \in \mathcal{U}^{(t)}$ eingeführt. Dieser entstammt einer Stichprobe aus der Population $\mathcal{U}^{(t)}$ mit den Einheiten $i = 1, \dots, n^{(t)}$ für Zeitpunkt t für $t = 1, \dots, T$. Somit handelt es sich für $T > 1$ um eine Art der Panelerhebung, da Informationen zu den enthaltenen Individuen über mehrere Zeitpunkte hinweg vorliegen (siehe dazu zum Beispiel Baltagi, 2022, S. 1 ff.; Wooldridge, 2010, S. 6 f.; Hsiao, 2014, S. 1 ff.). $\mathcal{D}^{(t)}$ dient als Infor-

mationsgrundlage für die Schätzung von Wahrscheinlichkeiten von Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten zur Ergänzung und Fortschreibung der Basispopulation $\tilde{U}^{(0)}$. Es besteht die Möglichkeit, dass $\mathcal{D}^{(t)}$ ebenso wie die Basispopulation in geographische Subpopulationen $\mathcal{D}_r^{(t)} \in \mathcal{U}_r^{(t)}$ mit $n_r^{(t)}$ enthaltenen Beobachtungen unterteilt werden kann. Dies ermöglicht die Berücksichtigung dieser Informationen bei der Modellierung von Zuständen oder Übergängen.

Geeignete Paneldatensätze, die für die Erfassung und Modellierung von Populationsdynamiken für Mikrosimulationen in Deutschland herangezogen werden können, sind beispielsweise der Mikrozensus (MZ), welcher sich ab dem Jahr 2012 auf Personenebene verknüpfen lässt und das Sozio-oekonomische Panel (SOEP) (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012; Goebel et al., 2019).

Jede Einheit der Basispopulation besitzt verschiedene Informationen beziehungsweise Charakteristika, durch die individuelle Eigenschaften sowie Beziehungsstrukturen zu anderen Einheiten repräsentiert werden. Der Umfang und die Art der enthaltenen Informationen sind wiederum abhängig vom Typ der Mikrosimulation und der jeweiligen Forschungsfrage. Für Mikrosimulationen im Bereich von Sozial- und Wirtschaftswissenschaften handelt es sich dabei üblicherweise um klassische soziodemographische und sozioökonomische Merkmale wie Alter, Geschlecht, Erwerbs- und Beziehungsstatus sowie Einkommen (Münnich et al., 2021). Beziehungsstrukturen sind meist beschränkt auf Haushalte und die darin lebenden Personen, jedoch können theoretisch auch komplexere Netzwerke zwischen den Individuen, wie nachbarschaftliche Strukturen (siehe dazu bspw. Krause et al., 2019), berücksichtigt werden.

In zeitdiskreten dynamischen Simulationen wird die Basispopulation $\tilde{U}^{(0)}$ über einen vorgegebenen Simulationshorizont S fortgeschrieben, wodurch sich individuelle Merkmale im Simulationsverlauf zu jeder Periode $s = \{1, \dots, S\}$ verändern können. $Y : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{E}$ sei eine polytome Zufallsvariable mit dem Messraum \mathcal{E} , die in der Basispopulation ergänzt oder in die Zukunft fortgeschrieben werden soll. Y repräsentiert demnach eine Variable mit Individualinformationen und kann insgesamt J mögliche Zustände aus dem Zustandsraum $\mathcal{Y} = \{Y_1, \dots, Y_J\}$ annehmen. Die Ausprägung für Individuum u in Periode s wird mit $y_u^{(s)}$ angegeben. Die Simulation der Zustände oder Zustandswechsel erfolgt auf Grundlage von (Übergangs-)Wahrscheinlichkeiten.

2.6.2 Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten

Die Simulation individueller Zustände und Zustandswechsel in Mikrosimulationen folgen nahezu ausschließlich stochastischen Prozessen. Das impliziert, dass bei wiederholter Durchführung der Simulation unterschiedliche Ergebnisse resultieren können. Nachfolgend wird der Fokus auf diskrete stochastische Prozesse in Mikrosimula-

tionen nach Definition 1 gelegt (Mangel, 1985, S. 6 ff.; Ross, 1995, S. 41 ff.; Burgard et al., 2021, S. 3).

Definition 1 $(\mathcal{Y}, \mathcal{F}, P)$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum, \mathcal{E} ein Messraum und $\mathcal{S} \neq \emptyset$ eine Indexmenge. Angenommen, für jedes $s \in \mathcal{S}$ sei ein $Y : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{E}$ definiert auf $(\mathcal{Y}, \mathcal{F}, P)$. Dann ist die Funktion $Y : \mathcal{S} \times \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{E}$ ein diskreter stochastischer Prozess.

Der Eintritt oder die Änderung von Zuständen wird über Wahrscheinlichkeiten bestimmt, die mit bestimmten Charakteristika der Individuen verknüpft sind. Für einen Zustandseintritt ist nicht notwendigerweise der aktuelle bzw. vorangegangene Zustand eines Individuums relevant. Insbesondere wenn bestimmte Charakteristika in der Basispopulation ergänzt werden, existieren keine Werte zu vorangegangenen Zeitpunkten. Die in diesem Fall zutreffende Definition eines Zustandseintritts ergibt sich aus Definition 2.

Definition 2 $y_u^{(s)}$ sei eine Realisation von Y für eine Mikroeinheit $u \in \tilde{\mathcal{U}}_r$ in Periode $s \in \mathcal{S}$. Ein Zustandseintritt ist das Resultat eines stochastischen Prozesses, wobei $y_u^{(s)} = Y_j$ für $Y_j \in \mathcal{Y}$. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt von Y_j ist $\pi_u^{(s)j} := P(y_u^{(s)} = Y_j)$.

Sobald jedoch dynamische Simulationen über den Simulationshorizont \mathcal{S} durchgeführt werden und nicht nur der Eintritt, sondern der Übergang zwischen bestimmten Zuständen relevant wird, spricht man von einer Zustandsänderung nach Definition 3.

Definition 3 $y_u^{(s)}$ sei eine Realisation von Y für Mikroeinheit $u \in \tilde{\mathcal{U}}$ in Periode $s \in \mathcal{S}$. Eine Zustandsänderung ist das Resultat eines stochastischen Prozesses, wobei $y_u^{(s)} = Y_j$ und $y_u^{(s+1)} = Y_k$ mit $Y_j, Y_k \in \mathcal{Y}$ für $Y_j \neq Y_k$. Die Wahrscheinlichkeit für den Wechsel des Zustands ist $\pi_u^{(s+1)j,k} := P(y_u^{(s+1)} = Y_k | y_u^{(s)} = Y_j)$.

Die Zustandsänderung kann folglich als Sonderfall des Zustandseintritts betrachtet werden, wobei der Zustand zur aktuellen beziehungsweise vorangegangenen Periode berücksichtigt wird.

Auch wenn eine grundlegende Charakteristik dynamischer Mikrosimulationen die Existenz stochastischer Prozesse darstellt, sollte an dieser Stelle eine zusätzliche Differenzierung eingeführt werden. Bei einer erheblichen Anzahl an Zuständen und Zustandsänderungen ist keine zufällige Komponente beteiligt, daher lassen sich diese als deterministische Zustände oder Zustandsänderungen klassifizieren (Klevmarken, 2008; Burgard et al., 2020b). Deterministische Übergänge zeichnen sich dadurch aus, dass sie von eindeutigen, a priori festgelegten Regeln abhängen und ausschließlich vom Ausgangszustand oder externen Faktoren bedingt werden. Ein typisches

Beispiel für einen deterministischen Übergang in dynamischen Mikrosimulationen ist der Anstieg des Alters der Individuen im Simulationsverlauf. Deterministische Regeln kommen auch bei der Bestimmung von Steuerkomponenten zum Einsatz. In dynamischen Modellen sind deterministische Übergänge jedoch meist auch eine direkte oder indirekte Folge von stochastischen Prozessen. So kann beispielsweise die Veränderung des Beziehungsstatus von *verheiratet* zu *verwitwet* deterministische Folge des stochastischen Ereignisses des Todes eines Ehepartners sein. Ebenso ist die Veränderung des Alters eine deterministische Folge des Überlebens des vorangegangenen Zeitpunkts, was wiederum einem stochastischen Prozess entspricht.

Deterministische Abhängigkeiten finden sich ebenso bei der Ergänzung von Merkmalen, da bestimmte Zustände oder Kombinationen verschiedener Merkmale zu eindeutigen Ausprägungen bei verknüpften Variablen führen können. So führt beispielsweise die Zugehörigkeit einer bestimmten Altersklasse (z.B. unter 15 Jahre im MZ) eindeutig zu der Klassifikation als Nichterwerbsperson. Daher ist es vor jeder Variablenergänzung notwendig, alle deterministischen Verknüpfungen zu den übrigen Variablen detailliert zu erfassen, um unplausible Kombinationen zu vermeiden und die Konsistenz der resultierenden Population zu gewährleisten.

Im Folgenden wird der Fokus ausschließlich auf stochastische Prozesse gelegt. Wie beschrieben werden in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen Zustandsänderungen auf Grundlage von Übergangswahrscheinlichkeiten simuliert. In der Regel lassen sich Übergänge als Markovprozesse erster Ordnung ausdrücken, sofern die Markov-Eigenschaft erfüllt ist. Diese impliziert, dass ein Zustand ausschließlich vom vorangegangenen Zustand abhängt und nicht von weiter zurückliegenden Zuständen beeinflusst wird (Cox und Miller, 1977, S. 76 f.; Howard, 1971, S. 3 f.). Die Übergangswahrscheinlichkeit von Zustand Y_j in Periode s zu Zustand Y_k in Periode $(s + 1)$ zu wechseln lässt sich demnach wie folgt ausdrücken:

$$\pi_u^{(s+1)j,k} := P(y_u^{(s+1)} = Y_k | y_u^{(s)} = Y_j). \quad (2.1)$$

Hierbei gilt: $Y_j, Y_k \in \mathcal{Y}$ und $\pi_u^{(s+1)j,k} \in [0, 1]$. Sofern die Übergangswahrscheinlichkeit unabhängig von der (simulierten) Periode s sind, handelt es sich um einen zeithomogenen, andernfalls um einen zeitinhomogenen, Markov-Prozess (Hermanns, 2002, S. 36 f.). Die Übergangswahrscheinlichkeiten können in einer $J \times J$ Übergangsmatrix $\mathbf{P}_u^{(s+1)}$ zusammenfasst werden:

$$\mathbf{P}_u^{(s+1)} = \begin{pmatrix} \pi_u^{(s+1)1,1} & \pi_u^{(s+1)1,2} & \dots & \pi_u^{(s+1)1,J} \\ \pi_u^{(s+1)2,1} & \pi_u^{(s+1)2,2} & \dots & \pi_u^{(s+1)2,J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_u^{(s+1)J,1} & \pi_u^{(s+1)J,2} & \dots & \pi_u^{(s+1)J,J} \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Da immer gilt $\sum_{j=1}^J \pi_u^{(s+1)j,k} = 1$, entspricht $\mathbf{P}_u^{(s+1)}$ einer zeilenstochastischen Matrix (Gagniuc, 2017, S. 9 f.; Lunze, 2017). $\mathbf{P}_u^{(s+1)}$ muss theoretisch für jedes Individuum u einzeln definiert werden, obwohl der vorangegangene Zustand bekannt ist und somit $J - 1$ Zeilen der individuellen Matrix redundant sind. Demnach ist es beispielsweise überflüssig, eine Übergangswahrscheinlichkeit von *verheiratet* zu *verwitwet* zu definieren, wenn bekannt ist, dass die entsprechende Person ledig ist. Im weiteren Verlauf wird die alternative Darstellung der stochastischen $\tilde{N}^{(t)} \times J$ Matrix mit allen Individuen der Basispopulation $u \in \tilde{U}^{(t)}$ als

$$\mathbf{P}^{(s+1)} = \begin{pmatrix} \pi_1^{(s+1)1} \left(y_1^{(s)} \right) & \pi_1^{(s+1)2} \left(y_1^{(s)} \right) & \cdots & \pi_1^{(s+1)J} \left(y_1^{(s)} \right) \\ \pi_2^{(s+1)1} \left(y_2^{(s)} \right) & \pi_2^{(s+1)2} \left(y_2^{(s)} \right) & \cdots & \pi_2^{(s+1)J} \left(y_2^{(s)} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)1} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)} \right) & \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)J} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)} \right) & \cdots & \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)J} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)} \right) \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

herangezogen, wobei $\pi_u^{(s+1)k} \left(y_u^{(s)} \right)$ die auf $y_u^{(s)}$ bedingte Wahrscheinlichkeit für Individuum u angibt, in Zustand Y_k zu wechseln. $\mathbf{P}^{(s+1)}$ ist ebenfalls zeilenstochastisch, da $\sum_{j=1}^J \pi_u^{(s+1)j,k} \left(y_u^{(s)} \right) = 1$. Die Spaltensumme $\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(t)}} \pi_u^{(s+1)k} \left(y_u^{(s)} \right)$ entspricht der erwarteten Anzahl an Individuen in Zustand k zu Zeitpunkt $s + 1$.

Zur Berücksichtigung der individuellen Merkmale bei der Simulation von Zustandsänderungen lassen sich Wahrscheinlichkeiten differenziert nach ausgewählten Merkmalen $\mathbf{x}_u^{(s+1)}$ bestimmen. Die, auf die exogenen Merkmale bedingte, Übergangswahrscheinlichkeit für Individuum $u \in \tilde{U}^{(s)}$ von Zustand Y_j in Zustand Y_k zu wechseln sei:

$$\pi_u^{(s+1)j,k} \left(y_u^{(s)}, \mathbf{x}_u^{(s+1)} \right) := P \left(y_u^{(s+1)} = Y_k | y_u^{(s)} = Y_j, \mathbf{X} = \mathbf{x}_u^{(s+1)} \right). \quad (2.4)$$

Entsprechend lässt sich die Übergangsmatrix aus Gleichung 2.3 erweitern:

$$\mathbf{P}^{(s+1)} = \begin{pmatrix} \pi_1^{(s+1)1} \left(y_1^{(s)}, \mathbf{x}_1^{(s+1)} \right) & \pi_1^{(s+1)2} \left(y_1^{(s)}, \mathbf{x}_1^{(s+1)} \right) & \cdots & \pi_1^{(s+1)J} \left(y_1^{(s)}, \mathbf{x}_1^{(s+1)} \right) \\ \pi_2^{(s+1)1} \left(y_2^{(s)}, \mathbf{x}_2^{(s+1)} \right) & \pi_2^{(s+1)2} \left(y_2^{(s)}, \mathbf{x}_2^{(s+1)} \right) & \cdots & \pi_2^{(s+1)J} \left(y_2^{(s)}, \mathbf{x}_2^{(s+1)} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)1} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)}, \mathbf{x}_{\tilde{N}}^{(s+1)} \right) & \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)2} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)}, \mathbf{x}_{\tilde{N}}^{(s+1)} \right) & \cdots & \pi_{\tilde{N}}^{(s+1)J} \left(y_{\tilde{N}}^{(s)}, \mathbf{x}_{\tilde{N}}^{(s+1)} \right) \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Grundsätzlich kann für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten jede Art der Modellierung im Quer- und Längsschnitt herangezogen werden. Nachfolgend werden zentrale Vorgehensweisen einführend vorgestellt.

2.6.3 Direkte Schätzung

Um Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmen zu können, ist es notwendig, dass Daten verfügbar sind, die Zustandsänderungen auf Individualebene abbilden.

In den überwiegenden Fällen werden die Wahrscheinlichkeiten auf Basis von Erhebungsdaten $\mathcal{D}^{(t)}$ geschätzt, die Beobachtungen auf individueller Ebene zu mindestens zwei Zeitpunkten beinhalten. Die beobachtete Ausprägung für ein Individuum $i \in \mathcal{D}^{(t)}$ ist $y_i^{(t)}$. Daraus ergibt sich die Übergangswahrscheinlichkeit für Person u aus der Basispopulation von Zustand Y_j in Zustand Y_k zu wechseln über:

$$\hat{\pi}_u^{(s+1)j,k} (y_u^{(s)}) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbb{1} (y_i^{(t)} = Y_j) \mathbb{1} (y_i^{(t+1)} = Y_k)}{\sum_{i=1}^n \mathbb{1} (y_i^{(t)} = Y_j)}. \quad (2.6)$$

Hierbei ist $\mathbb{1}(\cdot)$ eine Indikatorfunktion, die den Wert 1 annimmt, sofern die enthaltene Bedingung erfüllt ist. Ungleiche Auswahlwahrscheinlichkeiten aufgrund komplexer Stichprobendesigns der Erhebungen können durch das Multiplizieren von Zähler und Nenner mit den individuellen Surveygewichten w_i berücksichtigt werden.

Analog zu Gleichung 2.6 lassen sich die Übergangswahrscheinlichkeiten nun bedingt auf weitere exogene Merkmalen der Individuen bestimmen. Die beobachteten Werte von \mathbf{X} für die Individuen $i \in \mathcal{D}^{(t)}$ mit den zeit- und personenspezifische Ausprägungen sind hierbei $\mathbf{x}_i^{(t)}$. Die Wahrscheinlichkeit für Person u in Zustand Y_k zu wechseln, bedingt auf den aktuellen Zustand und die exogenen Merkmale, ergibt sich folglich aus:

$$\hat{\pi}_u^{(s+1)k} (y_u^{(s)}, \mathbf{x}_u^{(s+1)}) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbb{1} (y_i^{(t)} = y_u^{(s)}) \mathbb{1} (y_i^{(t+1)} = Y_k) \mathbb{1} (\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \mathbf{x}_u^{(s+1)})}{\sum_{i=1}^n \mathbb{1} (y_i^{(t)} = y_u^{(s)}) \mathbb{1} (\mathbf{x}_i^{(t+1)} = \mathbf{x}_u^{(s+1)})}, \quad (2.7)$$

Idealerweise sollte die Schätzung der Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Zustände Y_1, Y_2, \dots, Y_J einer Variable auf dem selben Datensatz erfolgen. Dadurch kann gewährleistet werden, dass $\sum_{k=1}^J \hat{\pi}_u^{(s+1)k} (y_u^{(s)}, \mathbf{x}_u^{(s+1)}) = 1$.

Das beschriebene Vorgehen lässt sich ebenso für die Schätzung von Zustandswahrscheinlichkeiten für die Ergänzung von Variablen anwenden, wobei die Bedingung auf den Zustand $y_u^{(s)}$ wegfällt. In diesem Fall ist $\hat{\pi}_u^{(s+1)k} (\mathbf{x}_u^{(s+1)})$ die bedingte Wahrscheinlichkeit für Person u zu Zeitpunkt $s+1$ in Zustand Y_k zu sein. Nachfolgend gilt: $\hat{\pi}_u^{(s+1)j,k} := \hat{\pi}_u^{(s+1)k} (y_u^{(s)}, \mathbf{x}_u^{(s+1)})$ oder $\hat{\pi}_u^{(s+1)k} := \hat{\pi}_u^{(s+1)k} (\mathbf{x}_u^{(s+1)})$.

(Übergangs-)Wahrscheinlichkeiten können nicht nur auf Basis von Erhebungsdaten geschätzt werden, auch tabellarische zusammengefasste Totalwerte, beispielsweise

se aus der amtlichen Statistik oder weiteren administrativen Erhebungen, lassen sich heranziehen. Bedingte Verteilungen bieten eine einfache und intuitive Möglichkeit, Wahrscheinlichkeiten unter Berücksichtigung verschiedener soziodemographischer Merkmale zu bestimmen. Das beschriebene Vorgehen ist durchaus sinnvoll anwendbar, wenn die Wahrscheinlichkeiten nach wenigen Merkmalen differenziert werden und ausreichend viele Beobachten in $\mathcal{D}^{(t)}$ vorliegen. Dabei gilt, je mehr relevante Merkmale zur Differenzierung der Wahrscheinlichkeiten verwendet werden, desto präziser werden die Vorhersagen. Existiert eine große Anzahl möglicher erklärender Variablen, die sowohl in $\mathcal{D}^{(t)}$ als auch in $\mathcal{U}^{(s)}$ enthalten sind, so kann die Anzahl an Beobachtungen innerhalb der soziodemographischen Klassen jedoch schnell sehr klein werden, was eine Erhöhung der klassenspezifischen Unsicherheit der Wahrscheinlichkeiten zur Folge hat. Gleichzeitig muss beurteilt werden, welche Faktoren überhaupt einen bedeutenden Erklärungsgehalt für Zustände oder Zustandsänderungen haben. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeiten so präzise wie möglich vorherzusagen und gleichzeitig eine Überanpassung des Modells zu verhindern. Ein Vergleich alternativer Vorgehensweisen kann zum Beispiel über Methoden der Kreuzvalidierung erfolgen (Kuhn und K. Johnson, 2013, S. 69 ff.).

Vor diesem Hintergrund ist es zudem sinnvoll, aus verschiedenen Merkmalsträgern möglichst homogene Gruppen zu bilden, die eine ähnliche Struktur im Sinne ähnlicher Zustände oder Zustandsänderungen aufweisen. Die Bildung dieser Gruppen kann auf Grundlage logischer Regeln individuell von den Forschenden durchgeführt werden, was jedoch bei großer Anzahl an erklärenden Merkmalen kaum noch praktikabel ist. Zu diesem Zweck lassen sich beispielsweise Klassifikations- und Regressionsbäume (TREES) heranziehen. Dabei werden über die Aufsplittung der Daten anhand statistischer Heterogenitätsmaße sukzessive homogene Knoten erzeugt (Hude, 2020, S. 137 ff.).

Eine bereits im Kontext von dynamischen Mikrosimulationen angewendete Methode zur Klassifikation sind Conditional Inference Trees (CTREES; Zeileis et al., 2008; Rasmussen et al., 2013; Hansen et al., 2013). Der verwendete Algorithmus der rekursiven binären Partitionierung wird in mehreren Schritten durchgeführt (Hothorn et al., 2006). Im ersten Schritt wird die globale Nullhypothese der Unabhängigkeit aller erklärenden Variablen getestet. Kann die Nullhypothese nicht verworfen werden, bricht der Algorithmus ab, andernfalls werden die Kovariaten mit dem stärksten Einfluss auf Y ausgewählt. Im zweiten Schritt erfolgt eine binäre Aufteilung der im ersten Schritt ausgewählten Variablen, um anschließend die ersten beiden Schritte respektive zu wiederholen. Ein bedeutender Vorteil dieser Methode ergibt sich bei der Verhinderung des Auftretens unplausibler Merkmalskombinationen – unter der Voraussetzung der Konsistenz der zur Modellierung verwendeten Daten. So werden von den erklärenden Merkmalen Abhängigkeiten relativ zuverlässig erkannt. Ist es für Personen unter 15 Jahren nicht möglich, erwerbstätig zu sein,

so gelingt es dem Algorithmus meist, diese Strukturen zu erkennen, sodass keine positiven Wahrscheinlichkeiten generiert werden. Ein weiteres Beispiel für unplausible Zustandsänderungen sind Übergänge in einen niedrigeren Bildungsabschluss. Für umfassendere Informationen zu CTREEs sei auf Hothorn et al. (2006) und Hothorn und Zeileis (2015) verwiesen. Einfache Beispiele zur direkten Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten auf Basis des Mikrozensus finden sich in Abschnitt A.1 im Anhang der Arbeit.

2.6.4 Modellbasierte Schätzung

Es gibt unzählige Methoden zur Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten. Multinomiale und binäre Regressionsmodelle kommen dabei in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationsmodellen besonders häufig zum Einsatz (u.a. Li, 2011; Lymer et al., 2009; Stephensen, 2016; Burgard et al., 2020b). Im nachfolgenden Abschnitt wird eine knappe Übersicht der gebräuchlichsten Methoden gegeben. Für einen umfassenden Überblick zu Methoden der statistischen Modellierung sei beispielsweise auf Fahrmeir et al. (2009) und Wooldridge (2010) verwiesen. Die Notation basiert maßgeblich auf Greene (2003), Kutner et al. (2004) und Fahrmeir et al. (2009). Zum Zwecke der Übersichtlichkeit wird im folgenden Abschnitt auf die zeitliche Differenzierung in der Notation verzichtet.

Generalisierte lineare Modelle

Allgemein versteht man unter Regressionsmodellen Methoden zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen einer endogenen oder abhängigen Variable und einer oder mehreren exogenen oder unabhängigen Variablen (Kutner et al., 2004, S. 2). Sofern mehr als eine Prädiktorvariable zur Erklärung der endogenen Variable verwendet wird, handelt es sich um multiple Regressionen. Im Falle multipler linearer Regressionen wird der Zusammenhang zwischen exogenen Variablen und der endogenen Variable wie folgt dargestellt:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p) = \beta_0 + x_1' \beta_1 + x_2' \beta_2 + \dots + x_p' \beta_p + \epsilon = \mathbf{X} \beta + \epsilon, \quad (2.8)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}).$$

Dabei ist \mathbf{X} eine $n \times (p + 1)$ Matrix mit erklärenden Variablen $(1, x_1, x_2, \dots, x_p)$ und besitzt vollen Rang, y ein Vektor der zu erklärenden Variable, β der Vektor der Koeffizienten und ϵ der Vektor der unabhängigen, normalverteilten Fehlerterme. Ziel ist es, die Koeffizienten β so zu bestimmen, dass die quadrierten Abweichungen der vorhergesagten zu den beobachteten Werten minimiert werden (Greene, 2003, S. 10 ff.; Fahrmeir et al., 2009, S. 90 ff.). Als Lösung des Minimierungsproblems

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin}_{\beta} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \operatorname{argmin}_{\beta} ((y - \mathbf{X}\beta)'(y - \mathbf{X}\beta)) \quad (2.9)$$

ergibt sich

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'y. \quad (2.10)$$

Hierbei lässt sich zeigen, dass die Maximierung der Likelihood von β :

$$L(\beta) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^n} \exp^{-\frac{(y-\mathbf{X}\beta)'(y-\mathbf{X}\beta)}{2\sigma^2}} \quad (2.11)$$

zur selben Lösung wie Gleichung 2.9 führt, weshalb die Kleinste-Quadrate-Methode (KQ) bei linearen Regressionsmodellen der Maximum-Likelihood-Schätzung (ML) entspricht. Für die klassische lineare Regression müssen eine Reihe von Annahmen erfüllt sein: Der Zusammenhang zwischen abhängiger Variable und den unabhängigen Variablen ist linear, \mathbf{X} besitzt vollen Spalten-Rang und zwischen den exogenen Variablen besteht keine lineare Abhängigkeit. Zudem sind die erklärenden Variablen exogen, beinhalten keine Informationen über die Fehlerterme ϵ , die wiederum normalverteilt, homoskedastisch und nicht autokorreliert sind, also die gleiche Varianz besitzen und keine Korrelation untereinander aufweisen. Der Datengenerierungsprozess verläuft exogen, liegt somit außerhalb der Modellannahmen und ist unabhängig vom Prozess, der die Fehlerterme erzeugt (Greene, 2003, S. 20 ff.; Fahrmeir et al., 2009, S. 59 ff.).

Für die Schätzung von Modellen werden in der Regel Stichprobendaten verwendet, deren Elemente mit ungleichen Auswahlwahrscheinlichkeiten gezogen wurden. Zur Korrektur möglicher Disproportionalitäten von Stichprobendaten im Vergleich zur interessierenden Population sollten die Surveygewichte bzw. Hochrechnungsfaktoren w berücksichtigt werden. Die Schätzung der Koeffizienten ergibt dann

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{W}y), \quad (2.12)$$

wobei \mathbf{W} eine $n \times n$ Diagonalmatrix mit den Hochrechnungsfaktoren w als Diagonalelementen ist (DuMouchel und Duncan, 1983, S. 535 f.; Pfeffermann, 1993, S. 318; Winship und Radbill, 1994, S. 254; Fahrmeir et al., 2009, S. 125 ff.).

Ein Großteil der Variablen in Mikrosimulationen ist jedoch nicht metrisch, sondern binär oder kategorial verteilt. In diesem Fall werden sogenannte generalisierte oder verallgemeinerte lineare Modelle (GLM) zur Schätzung von Zuständen und Zustandsänderungen verwendet. GLMs stellen eine Verallgemeinerung der linearen Regressionsmodelle dar, wobei die Zielvariable im Gegensatz zu linearen Modellen nicht mehr normalverteilt sein muss, sondern aus der Familie der Exponentialverteilungen stammen kann. Die drei Komponenten von generalisierten linearen Modellen

bestehen aus Annahmen über die Verteilung der endogenen Variable (Zufallskomponente), einer systematischen Komponente um die Kovariaten mit den linearen Prädiktor zu verknüpfen und einer Linkfunktion $g(\cdot)$ (Nelder und Wedderburn, 1972, S. 370 ff.). Zulässig sind Verteilungen, deren Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen aus der Familie der Exponentialverteilungen stammen und die Form

$$f(y|\theta, \phi) = \exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{\phi} + c(y, \phi)\right) \quad (2.13)$$

aufweisen, mit den Funktionen $b(\cdot)$ und $c(\cdot)$, dem Dispersionsparameter ϕ und dem kanonischen Parameter der Verteilung θ . Die Funktion $b(\cdot)$ muss zweifach differenzierbar und so definiert sein, dass sich $f(y|\theta)$ normieren lässt (McCullagh und Nelder, 1983, S. 28 ff.; Fahrmeir et al., 2009, S. 218). Mit dieser Form lassen sich beispielsweise die Normal-, Binomial-, Poisson-, Gamma- und inverse Gaußverteilung beschreiben. Da bei einer linearen Regression eine Normalverteilung angenommen wird, ist diese somit ein Spezialfall von GLMs.

Anders als im linearen Modell wird der funktionale lineare Zusammenhang nicht direkt, sondern über eine Linkfunktion $g(\cdot)$ modelliert:

$$E(y) = \mu = g(\mathbf{X}\beta) = g(\eta). \quad (2.14)$$

η ist hierbei ein Vektor der linearen Prädiktoren (Fahrmeir et al., 2009, S. 217 ff.). Für die Modellierung von Zuständen und Zustandsänderungen sind binäre und multinomiale Regressionsmodelle von besonderer Bedeutung. Daher werden GLMs nachfolgend ausschließlich in diesem Kontext betrachtet. Im binären Fall kann die interessierende Variable y nur zwei Zustände $\{Y_1, Y_2\}$ (nachfolgenden zur Einhaltung der Notation: $\{1, 0\}$) annehmen. Die abhängige Variable entspricht somit einer Bernoulli-verteilten Zufallsvariable und besitzt folglich die Wahrscheinlichkeitsverteilung (Greene, 2003, S. 670 ff.):

$$P(y_i = 1) = \pi_i \quad (2.15)$$

$$P(y_i = 0) = 1 - \pi_i. \quad (2.16)$$

Um die die Restriktion $0 \leq P(\cdot) \leq 1$ einhalten zu können, kann eine Logit- oder Probit-Linkfunktion angewendet werden (Fahrmeir et al., 2009, S. 190 ff.).

Eine Logit-Linkfunktion resultiert aus dem Logarithmieren der Odds-Ratio (sog. LogOdds), die sich aus dem Chancen- bzw. Quotenverhältnis von Wahrscheinlichkeit π_i und Gegenwahrscheinlichkeit $1 - \pi_i$ ergibt:

$$g(\pi_i) = \text{logit}(\pi_i) = \log\left(\frac{\pi_i}{1 - \pi_i}\right). \quad (2.17)$$

Durch die inverse Linkfunktion $g^{-1}(\cdot)$ können die LogOdds wieder in eine Wahrscheinlichkeit rücktransformiert werden:

$$\pi_i = g^{-1}(g(\pi_i)) = \frac{\exp(\mathbf{x}'_i\beta)}{1 + \exp(\mathbf{x}'_i\beta)} = \frac{\exp(\eta)}{1 + \exp(\eta)}. \quad (2.18)$$

Alternativ zur Logit-Linkfunktion kann auch eine Probit-Linkfunktion angewendet werden. Sie ist definiert als

$$g(\pi_i) = \text{probit}(\pi_i) = \Phi(\pi_i), \quad (2.19)$$

wobei Φ die Verteilungsfunktion einer Standardnormalverteilung darstellt (Aldrich und Nelson, 1984, S. 41). Entsprechend kann eine Rücktransformationen zu Wahrscheinlichkeiten erfolgen:

$$\pi_i = g^{-1}(g(\pi_i)) = \Phi(\mathbf{x}'_i\beta). \quad (2.20)$$

Abbildung 2.5 veranschaulicht graphisch die Logit- und Probit- Verteilungen. Zu erkennen ist dabei, dass die Logit-Verteilung etwas dickere Ränder aufweist als die Probit-Verteilung. In der Praxis können oft nur sehr geringe Unterschiede zwischen geschätzten Wahrscheinlichkeiten ausgemacht werden. In Mikrosimulationen finden beide Linkfunktionen Anwendung (u.a. Bruckmeier und Wiemers, 2017; Burgard et al., 2020b). Im weiteren Verlauf der Arbeit wird der Fokus auf Logit-Modelle gelegt, die als gebräuchlichste Methode für dynamische Mikrosimulationen gelten (Stephensen, 2016).

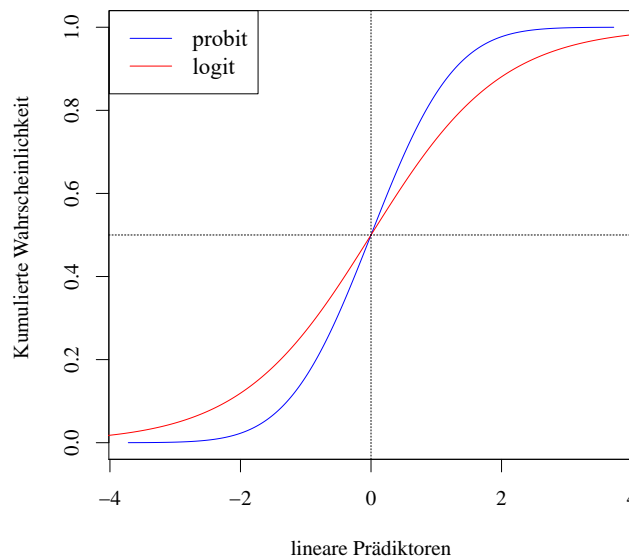


Abbildung 2.5: Vergleich: Logit- und Probit-Verteilung

Die Schätzung der Koeffizienten erfolgt über die Maximierung der Likelihood-Funktion $L(\beta)$. Diese ergibt sich aufgrund der Unabhängigkeit der Zielvariablen für GLMs aus

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\beta, \mathbf{x}_i), \quad (2.21)$$

mit $f(\cdot)$ als Verteilung aus der Exponentialfamilie (Fahrmeir et al., 2009). Da es sich bei Logit-Modellen um eine Bernoulli Verteilung handelt, kann die Likelihood-Funktion als

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n L_i(\beta) = \prod_{i=1}^n [g(\mathbf{x}'_i\beta)]^{y_i} [1 - g(\mathbf{x}'_i\beta)]^{1-y_i} \quad (2.22)$$

und entsprechend die logarithmierte Likelihood-Funktion als

$$LL(\beta) = \sum_{i=1}^n [y_i \log g(\mathbf{x}'_i\beta) + (1 - y_i) \log (1 - g(\mathbf{x}'_i\beta))] \quad (2.23)$$

berechnet werden (Greene, 2003, S. 670 f.; Fahrmeir et al., 2009, S. 198 ff.). Die Parameterschätzung erfolgt durch die Maximierung der logarithmierten Likelihoodfunktion durch das Newton-Raphson- beziehungsweise Fisher-Scoring-Verfahren (Nelder und Wedderburn, 1972; Green, 1984; Fahrmeir et al., 2009, S. 200 ff.).

Falls y mehr als zwei Ausprägungen besitzt, können multinomiale logistische Regressionsmodelle zur Schätzung der Wahrscheinlichkeiten verwendet werden. Diese ist eine Verallgemeinerung der logistischen Regression, bei der eine Kategorie als Referenzkategorie klassifiziert und für jede weitere Kategorie ein eigenes Regressionsmodell geschätzt wird (Greene, 2003). Das Logit-Modell entspricht also einem Spezialfall des multinomialen Logit-Modells für $J = 2$. Die Wahrscheinlichkeit für $y_i = Y_k$ ergibt sich für J mögliche Zustände aus

$$\pi_i^k = \frac{\exp(\mathbf{x}'_i\beta_k)}{\sum_{j=1}^J \exp(\mathbf{x}'_i\beta_j)}, \quad (2.24)$$

mit Y_1 als Referenzkategorie. Dabei sind alle Parameter in Vektor β_1 gleich Null. Die Schätzung der Parameter erfolgt ebenfalls über die ML-Methode. Die zu Maximierende logarithmierte Likelihood-Funktion ist hierbei

$$LL(\beta) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^J \mathbf{1}(y_i = Y_k) \log \left[\frac{\exp(\mathbf{x}'_i\beta_k)}{\sum_{j=1}^J \exp(\mathbf{x}'_i\beta_j)} \right] \quad (2.25)$$

Zur Maximierung der Modell-Likelihood können unterschiedliche numerische Methoden angewendet werden, unter anderem die Iteratively Reweighted Least Squared- (IRLS) oder die Fisher-Scoring bzw. Newton-Raphson-Methode (siehe dazu Fahrmeir et al., 2009, S. 202; Green, 1984; Böhning, 1992).

Gemischte Modelle

Es lassen sich auch gemischte Modelle für die Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten heranziehen. Hierbei werden neben den Koeffizienten, die als fixe Effekte bezeichnet werden, zufällige Effekte (Random Effects) berücksichtigt (Fahrmeir et al., 2009, S. 253 ff.). Die Anwendung dieser Art der Modellierung ist im Bereich von dynamischen zeitdiskreten Mikrosimulationen aus zweierlei Gründen relevant. Zum einen eignen sich gemischte Modelle für die Modellierung unter Verwendung von Paneldaten und zum anderen können Clusterstrukturen, beispielsweise in Form geographischer Regionen, berücksichtigt werden.

Wie beschrieben, werden für die Schätzung der Regressionsmodelle oft Paneldaten verwendet. Dabei liegen individuelle Informationen über mehrere Perioden (in der Regel Jahre) hinweg vor. Die Beobachtungen liegen folglich ebenfalls in einer Clusterstruktur vor, wobei die Individuen den Clustern entsprechen. Alle Beobachtungen über alle Zeitpunkte hinweg in ein Modell zu integrieren, kann zu Problemen in der Schätzung führen, da die Struktur der Daten in der Modellierung nicht berücksichtigt wird. Wenn die longitudinalen Daten analog zu einem Querschnittsdatensatz behandelt werden, wird angenommen, dass Unabhängigkeit der Beobachtungen vorliegt und die Koeffizienten über die Zeitpunkte gleich bleiben. Die Vernachlässigung der Datenstruktur kann folglich zu fehlerhaften Inferenzen führen (Stimson, 1985; Wooldridge, 2010, S. 170 f.; Hsiao, 2014, S. 11 ff.).

Eine ähnliche Problematik ergibt sich bei der Schätzung auf Daten, die anderweitige Clusterstrukturen, wie beispielsweise geographische Strukturen, aufweisen (Fahrmeir et al., 2009, S. 253 ff.). Dies spielt insbesondere in regionalisierten Mikrosimulationen eine wichtige Rolle. Bei geringer Anzahl an Subgruppen lassen sich die Effekte über die direkte Aufnahme der Regionen als Dummy-Variablen berücksichtigen, was jedoch bei zu einer zu großen Anzahl (beispielsweise für NUTS- oder LAU-Ebenen) nicht mehr sinnvoll umsetzbar ist. Individuelle Modellierungen für die Regionen sind zudem oft aufgrund der geringen Anzahl an Beobachtungen innerhalb der Cluster nicht möglich. Mehrebenenmodelle bieten die Möglichkeit, die Heterogenitäten sowohl bei Paneldatensätzen als auch bei geclusterten Daten über die Aufnahme zufälliger Effekte in ein Regressionsmodell zu integrieren.

Der Notation von Fahrmeir et al. (2009, S. 253 ff.) folgend liegen die Daten in der Form $(y_{i,j}, x_{i,j})$ für jedes Individuum oder Cluster $i = 1, \dots, m$ und $j = 1, \dots, n_i$ für Beobachtungen aus unterschiedlichen Zeitpunkten oder Gruppen vor. Die Bedeutung von $y_{i,j}$ unterscheidet sich bei Cluster- und Longitudinaldaten. Bei Longitu-

dinaldaten steht $y_{i,j}$ für die Beobachtung von Individuum i zum Zeitpunkt $t_{i,j}$. Bei geclusterten Daten beschreibt $y_{i,j}$ den j -ten Wert aus Cluster i . n_i ist somit entweder die Anzahl der Beobachtungen eines Individuums über verschiedene Zeitpunkte oder die jeweilige Clustergröße (z.B. Anzahl an Personen in einem Kreis).

Die allgemeine Form von Mehrebenenmodellen lässt sich wie folgt darstellen als

$$y_{i,j} = \mathbf{x}'_{i,j}\beta + \mathbf{u}'_{i,j}\gamma_i + \epsilon_{i,j} \quad (2.26)$$

$$\gamma_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \Sigma_\gamma), \quad \epsilon_{i,j} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\epsilon)$$

mit γ_i als Vektor der zufälligen Effekte, $\mathbf{u}_{i,j}$ als Teilvektor der Kovariablen und Σ_γ als positiv definite Kovarianz-Matrix der zufälligen Effekte. Für die Schätzung linearer gemischter Modelle kann neben der ML- auch die Restricted Maximum-Likelihood-Methode (REML) verwendet werden (Kutner et al., 2004, S. 1077; McCulloch und Searle, 2004, S. 248 ff.; Fahrmeir et al., 2009, S. 263 f.).

Mehrebenenmodellen lassen sich ebenfalls für Zielvariablen, deren Wahrscheinlichkeitsdichte aus der Familie der Exponentialverteilungen stammt, verallgemeinern. In diesem Fall ergibt sich der funktionale Zusammenhang des linearen Prädiktors aus:

$$\eta_{i,j} = \mathbf{x}'_{i,j}\beta + \mathbf{u}_{i,j}\gamma_i. \quad (2.27)$$

Bei nichtlinearen Modellen wird üblicherweise ein penalisiertes iterativ gewichtetes Kleinst-Quadrate Verfahren oder die Laplace-Approximation zur Likelihood-Schätzung verwendet (Bates et al., 2015).

Neben zufälligen Achsenabschnitten (Random-Intercepts) können auch zufällige Steigungsparameter (Random-Slopes) in das Modell integriert werden (Hadler, 2004, S. 64 ff; Fahrmeir et al., 2009, S. 256 ff.). Falls davon auszugehen ist, dass die zufälligen Achsenabschnitte und Steigungsparameter nicht unabhängig voneinander sind und beispielsweise ein hoher Random-Intercept zu einem größeren Random Slope führt, so kann bei der Schätzung eine Korrelation zwischen Random-Intercepts und Random-Slopes zugelassen werden (Gelman, 2007).

Auch wenn in diesem Abschnitt Mehrebenenmodelle für Cluster (insb. in Form regionaler Einheiten) und Zeitpunkte unabhängig beschrieben wurden, so ist es durchaus sinnvoll, im Kontext von Mikrosimulationen die Kombination zu betrachten. So können Beobachtungen durchaus über mehrere Zeitpunkte hinweg und gleichzeitig regional differenziert vorliegen. In diesem Fall lassen sich zufällige Effekte sowohl für Personen über die Zeitpunkte als auch für die regionalen Cluster integrieren. Für umfassende Informationen zur Modellierung von Paneldaten sei auf Hsiao (2014) und Wooldridge (2010) verwiesen. Eine intensive Diskussion panelanalytischer Modelle im konkreten Anwendungsfeld dynamischer Mikrosimulationen findet sich in Bekalarczyk und Depenbrock (2020).

Generalisierte additive Modelle

Der funktionale Zusammenhang zwischen exogenen und endogenen Variablen wird in linearen Regressionsmodellen per Definition als linear angenommen. Oftmals lassen sich Zusammenhänge jedoch nicht sinnvoll in linearer Form beschreiben. Im Bereich von Mikrosimulationen stellt sich insbesondere der Effekt des Alters auf Wahrscheinlichkeiten für Zustände und Zustandsänderungen in den allermeisten Fällen als nichtlinear dar. Eine Möglichkeit damit umzugehen bietet die Anwendung polynomialer Regressionen (Kutner et al., 2004). Dabei wird die Anzahl an Parametern durch die Aufnahme von Effekten höherer Ordnung erweitert.

Im Falle einer unabhängigen Variable ergibt sich folgende Gleichung für die Aufnahme eines Polynoms g -ter Ordnung:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 (x_1)^2 + \dots + \beta_g (x_1)^g + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}) \quad (2.28)$$

Polynomiale Regressionen haben jedoch auch bedeutende Nachteile. Die Ableitungen aller Ordnungen werden an allen Stellen gleichermaßen verwendet, wodurch die Modellierung von Verläufen unflexibel ist. Auch können einzelne Beobachtungen starken Einfluss auf den Verlauf der Kurven haben. Der Grad des Polynoms kann zudem nicht stetig kontrolliert werden (Fan und Gijbels, 1996).

Eine Möglichkeit, mit nichtlinearen Effekten umzugehen, ist die Anwendung von generalisierten additiven Modellen (Hastie und Tibshirani, 1985). Ein additives Modell entspricht der Grundform einer einfachen Regression mit einem linearen Prädiktor, der wiederum eine Summe von Glättungsfunktionen $f(\cdot)$ von Kovariaten enthält (Wood, 2017, S. 249 ff.). Additive Modelle können sich aus einer Reihe linearer Effekte und verschiedenen Glättungsfunktionen zusammensetzen. Entsprechend der Notation von Fahrmeir et al. (2009, S. 299) liegen neben den bereits definierten Kovariablen x_1, \dots, x_p noch weitere metrische Kovariablen z_1, \dots, z_q vor, deren Einfluss nichtlinear modelliert werden soll. Dadurch kommt es zu einer Erweiterung des linearen Modells zu

$$y = \mathbf{X}\beta + f_1(z_1) + f_2(z_2) + \dots + f_q(z_q) + \epsilon; \quad \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2 \mathbf{I}) \quad (2.29)$$

Die neue Regressionsfunktion setzt sich nun aus einem linearen Prädiktor $\eta^{lin} = \mathbf{X}\beta$ und einem additiven Prädiktor $\eta^{add} = f_1(z_1) + f_2(z_2) + \dots + f_q(z_q)$ zusammen. Die Funktionen $f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_q(\cdot)$ sind nichtlineare, glatte Effekte und können als

$$f_j(z_j) = \sum_{l=1}^{d_j} \gamma_{j,l} B_{j,l}(z_j) \quad (2.30)$$

dargestellt werden, wobei $B_{j,l}$ bekannten Basisfunktionen entsprechen. Gängige Ba-

sisfunktionen in additiven Modelle sind kubische Regressionssplines, zyklische kubische Regressionssplines, P-Splines, adaptive Glättungen, sowie SCOP-Splines (Wood, 2017, S. 195 ff.).

Mit den Vektoren der Koeffizienten $\gamma_1, \dots, \gamma_q$ und den Designmatrizen $\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_q$, welche die Ausprägungen der Kovariablen aus den Basisfunktionen beinhalten, ergibt sich der funktionale Zusammenhang:

$$y = \mathbf{Z}_1\gamma_1 + \mathbf{Z}_2\gamma_2 + \dots + \mathbf{Z}_q\gamma_q + \mathbf{X}\beta + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2\mathbf{I}) \quad (2.31)$$

Ebenso lässt sich dieses Vorgehen für generalisierte additive Modelle, beispielsweise für Logit-Regressionen, anwenden, wobei hier der neue lineare Prädiktor ($\eta^{add} + \eta^{lin}$) über

$$\eta = \mathbf{Z}_1\gamma_1 + \mathbf{Z}_2\gamma_2 + \dots + \mathbf{Z}_q\gamma_q + \mathbf{X}\beta \quad (2.32)$$

modelliert wird.

Um die Flexibilität der Modellierung zu erhöhen, werden Kovariablen über Knoten aufgeteilt, sodass die Basisfunktionen individuell für die entsprechenden Abschnitte und nicht über den gesamten Wertebereich definiert sind. Die Festlegung der idealen Anzahl an Knoten kann über Kreuzvalidierung erfolgen. Häufig wird die Anzahl an Knoten so groß gesetzt, dass eine Überanpassung (Overfitting) zu erwarten ist. Für die Kontrolle der Glätte zur Vermeidung von Überanpassung kann die Schätzung daher durch Straffunktionen der Form

$$\lambda_1\gamma_1'\mathbf{K}_1\gamma_1, \lambda_2\gamma_2'\mathbf{K}_2\gamma_2, \dots, \lambda_q\gamma_q'\mathbf{K}_q\gamma_q \quad (2.33)$$

regularisiert werden mit $\mathbf{K}_1, \dots, \mathbf{K}_q$ als Strafmatrizen, die aus der Ableitung der Basisfunktionen bestimmt werden und $\lambda_1, \dots, \lambda_q \geq 0$ als Penalisierungsterme zur Kontrolle des Trade-offs zwischen Anpassung an die Daten und Glätte (Fahrmeir et al., 2009). Die genaue Form der Strafmatrizen hängt von der jeweiligen Basisfunktion ab. Je größer der Wert von λ gewählt wird, desto glatter ist die resultierende Funktion. Die Wahl von λ kann zwar a priori festgelegt werden, wird jedoch in der Regel im Modellierungsprozess, beispielsweise über Methoden der Kreuzvalidierung, geschätzt (Wood, 2017, S. 325 ff.).

Für eine detaillierte Beschreibung generalisierter additiver Modelle sowie möglicher Glättungsfunktionen sei auf Hastie und Tibshirani (1985), Fahrmeir et al. (2009) und Wood (2017) verwiesen. Ein anschauliches Beispiel zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten über GAMs findet sich in Abschnitt A.1.3 im Anhang der Arbeit.

2.6.5 Simulation von Zuständen und Übergängen

Sobald Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Zustände oder Zustandsänderungen geschätzt wurden, wird auf deren Basis innerhalb der Simulation entschieden, ob ein Zustand eintritt beziehungsweise ob es zu einer konkreten Zustandsänderungen kommt. Dieser Prozess kann als die eigentliche Simulation verstanden werden und stellt den Kern eines Moduls dar. Ziel ist es, dass die erwartete Anzahl an Übergängen für die interessierenden Mikroeinheiten (im vorliegenden Fall Personen) in einer Periode der individuellen Wahrscheinlichkeit entspricht. Grundsätzlich sollten deshalb keine deterministischen Regeln für den Eintritt eines Ereignisses verwendet werden (ausgenommen sind Ereignisse, deren Eintritt deterministische Folge anderer Ereignisse ist), sondern zufällige Komponenten im Sinne von Monte-Carlo-Simulationen (Hannappel und Troitzsch, 2015). Entsprechend des Gesetzes der Großen Zahlen soll bei wiederholten Simulationsdurchläufen die relative Häufigkeit des Eintritts eines Ereignisses gegen die zugrundeliegende Wahrscheinlichkeit konvergieren (Mises, 1936, S. 129 ff.; Bolthausen, 2010). Das bedeutet, dass sich bei einer individuellen Wahrscheinlichkeit von $\pi_u^{(s+1)k} = 0,2$ die Person u in 20% der Fälle in Periode $s + 1$ in Zustand Y_k befindet, wenn die Anzahl an Wiederholungen gegen Unendlich geht.

Das klassische und intuitivste Vorgehen bei der Simulation von Zuständen in dynamischen zeitdiskreten Mikrosimulationen ist aufgrund der einfachen und effizienten Umsetzung die inverse Transformationsmethode bzw. Inversionsmethode (IT; Raeside, 1976, S. 187 f.; Devroye, 1986, S. 85 ff.; Rubinstein und Kroese, 2016, S. 55 f.). Dafür wird zunächst ausgehend von der stochastischen Matrix $\mathbf{P}^{(s+1)}$ die kumulative stochastische Matrix $\mathbf{P}^{c(s+1)}$ berechnet:

$$\mathbf{P}^{c(s+1)} = \begin{pmatrix} \pi_1^{c(s+1)1} = \pi_1^{(s+1)1} & \pi_1^{c(s+1)2} = \sum_{l=1}^2 \pi_1^{(s+1)l} & \cdots & \pi_1^{c(s+1)J} = \sum_{l=1}^J \pi_1^{(s+1)l} \\ \pi_2^{c(s+1)1} = \pi_2^{(s+1),1} & \pi_2^{c(s+1)2} = \sum_{l=1}^2 \pi_2^{(s+1),l} & \cdots & \pi_2^{c(s+1)J} = \sum_{l=1}^J \pi_2^{(s+1),l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{\tilde{N}}^{c(s+1)1} = \pi_{\tilde{N}}^{(s+1),1} & \pi_{\tilde{N}}^{c(s+1)2} = \sum_{l=1}^2 \pi_{\tilde{N}}^{(s+1),l} & \cdots & \pi_{\tilde{N}}^{c(s+1)J} = \sum_{l=1}^J \pi_{\tilde{N}}^{(s+1),l} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Anschließend wird für jede Person $u \in \tilde{\mathcal{U}}$ eine gleichverteilte Zufallszahl $r_u \sim \text{Unif}(0, 1)$ gezogen. Falls $\pi_u^{c(s+1)k} \geq r_u > \pi_u^{c(s+1)k-1}$ mit $\pi_u^{c(s+1)0} = 0$, wird $y_u^{(s+1)}$ zu Y_k .

Auch wenn die inverse Transformationsmethode weitestgehend Standard für die Bestimmung von Zuständen in zeitdiskreten Mikrosimulation ist, können auch weitere Methoden herangezogen werden. Die Wahl fällt insbesondere dann auf alternative

Verfahren, wenn die Gesamtzahl an Übergängen oder an bestimmten Zuständen a priori festgelegt werden soll. So kann sich bei der inversen Transformationsmethode nicht nur der individuelle Zustand einzelner Personen zwischen den Simulationsdurchläufen unterscheiden, auch die Gesamtzahl an simulierten Zuständen variiert.

Um diese Variation zu reduzieren oder komplett zu unterdrücken, können sogenannte *Variance Reduction*-Verfahren angewendet werden. Im Kontext von Mikrosimulationen werden diese Techniken zu den Alignmentmethoden gezählt, die in Kapitel 3 detaillierter methodisch eingeordnet werden (Bækgaard, 2002; Li und O’Donoghue, 2014). Entgegengesetzt des primären Zwecks von Alignmentmethoden – nämlich der Anpassung der erwarteten Anzahl an Zuständen – können diese Verfahren zur Fixierung der Gesamtzahl an Übergängen ohne direkte Modifizierung der durchschnittlichen Übergangsrate angewendet werden.

Eine Methode, die nicht als Alignmentverfahren aufgeführt wird und auch keine explizite Erwähnung im Kontext dynamischer Mikrosimulationen findet, ist die einfache systematische Stichprobenziehung (SYS). Im Falle binärer Variablen werden dabei die individuellen Wahrscheinlichkeiten zunächst in randomisierter Reihenfolge kumuliert:

$$\pi_1^{c(s+1)k} = \pi_1^{(s+1)k}, \pi_2^{c(s+1)k} = \pi_1^{(s+1)k} + \pi_2^{(s+1)k}, \dots, \pi_{\tilde{N}}^{c(s+1)k} = \sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}. \quad (2.35)$$

Nachfolgend wird nur zu Beginn eine gleichverteilte Zufallszahl $r \sim Unif(0, 1)$ gezogen und anschließend der Zustand von Individuum u zu Y_k , falls $\pi_u^{c(s+1)k} \geq r > \pi_{u-1}^{c(s+1)k}$ mit $\pi_0^{c(s+1)k} = 0$. Für jeden weiteren Schritt wird nun 1 auf die ursprüngliche Zufallszahl aufaddiert und wieder überprüft in welchem Intervall diese Zahl liegt. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt bis $r \geq \pi_{\tilde{N}}^{c(s+1)k}$ (Berger und Tillé, 2009, S. 42 f.; Särndal et al., 2003, S. 73 ff.).

Auch wenn die systematische Ziehung keine explizite Erwähnung findet, beschreibt Neufeld (2000, S. 368 f.) mit der Sidewalk-Methode (SW) ein durchaus ähnliches Vorgehen. Dabei werden die Wahrscheinlichkeiten schrittweise für $u = 1, u = 2, \dots$ aufsummiert: $C = \sum_{l=1}^u \pi_l^{(s+1)k}$. Sobald $C \geq 1$, tritt der Zustand für Individuum u ein und C wird auf $C - 1$ gesetzt. Da das Vorgehen abhängig von der Reihenfolge ist, ist es auch hier notwendig, zu Beginn eine Randomisierung durchzuführen.

Eine weitere Methode wird von Bækgaard (2002) als zufällige systematische Ziehung ohne Zurücklegen (SYS2) beschrieben (Bækgaard, 2002). Diese Methode beginnt mit der zufälligen Anordnung und dem kumulieren aller individuellen Wahrscheinlichkeiten. Es wird anschließend eine Zufallszahl $r \in \left[0, \sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}\right]$ gezogen und geprüft, in welchem Intervall diese liegt. Der Zustand der entsprechenden Person wird zu Y_k , woraufhin die Wahrscheinlichkeit der Person auf Null gesetzt wird

und die aktualisierten Wahrscheinlichkeiten neu kumuliert werden. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt bis die Anzahl der Individuen mit Zustand Y_k der Summe der Wahrscheinlichkeiten $\sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}$ entspricht. Auch wenn diese Methode Ähnlichkeit zur systematischen Ziehung aufweist, führen diese zu unterschiedlichen Resultaten. Diese Tatsache lässt sich an einem einfachen Beispiel verdeutlichen: Angenommen, ein Ereignis soll mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 für eine Person einer Population eintreten. Da es sich hierbei um ein sicheres Ereignis handelt, impliziert dies, dass das Ereignis in jedem Simulationsdurchlauf für diese Person eintreten soll. Während sowohl bei der Transformationsmethode wie auch bei der klassischen systematischen Ziehung und der Sidewalk-Methode der Eintritt des Ereignisses sichergestellt ist, kann dies bei der systematischen Ziehung nach Bækgaard (2002) nicht gewährleistet werden. Das bedeutet, die tatsächliche realisierte Eintrittswahrscheinlichkeit fällt für die entsprechenden Individuen zu niedrig aus. Da die Anzahl der Zustände bzw. Zustandsänderungen jedoch a priori festgesetzt wird, führt das zu einer fälschlichen Erhöhung anderer Wahrscheinlichkeiten. Daher ist diese Methode für Mikrosimulationen als grundsätzlich ungeeignet einzustufen.

Weitere Möglichkeiten zur Simulation von Zustandsänderungen ergeben sich aus der deterministischen Auswahl anhand der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten über sogenannte Sortieralgorithmen (Li und O’Donoghue, 2014). Dabei werden die $\sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}$ Personen mit den höchsten Wahrscheinlichkeit ausgewählt und deren Zustand in Periode $s+1$ auf Y_k gesetzt. Dieses Vorgehen kann jedoch zu enormen Verzerrungen hinsichtlich der Verteilungen führen, da Individuen mit den geringsten Wahrscheinlichkeiten keine Möglichkeit haben, in die jeweiligen Zustände zu wechseln. Um der Problematik der deterministischen Auswahl entgegenzuwirken, wird vorgeschlagen, dass gleichverteilte Zufallszahlen (SU) auf die Wahrscheinlichkeiten addiert oder subtrahiert werden, bevor die Auswahl der Individuen erfolgt (Bækgaard, 2002; Li und O’Donoghue, 2014). Eine Alternative bietet die sogenannte SBDL- (Sort by the difference between logistic adjusted predicted probability and random number) Methode (Li und O’Donoghue, 2014). In diesem Fall werden auf die logarithmierten Odds-Ratio-Werte logistisch verteilte Zufallszahlen mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ aufaddiert und anschließend der Größe nach absteigend sortiert. Von den sortierten modifizierten Wahrscheinlichkeiten werden ebenfalls die größten Werte für einen Übergang ausgewählt.

Eine aufwendigere Lösung bietet die hybride Sidewalk-Methode (HSW), die einer Erweiterung der Sidewalk-Methode entspricht. Dabei werden die Wahrscheinlichkeit für das Eintritt eines Ereignisses über die Modifizierung der gleichverteilt gezogenen Zufallszahlen angepasst (Neufeld, 2000, S. 387 ff.; Morrison, 2006). Die Anzahl der bereits eingetretenen Ereignisse wird parallel über einen sogenannten Akkumulator kontrolliert. Liegt die Anzahl über dem bisherigen Erwartungswert, so wird ein Wert auf die Zufallszahl addiert und die Eintrittswahrscheinlichkeit da-

durch reduziert. Andernfalls wird die Zufallszahl reduziert, wodurch es mit höherer Wahrscheinlichkeit zu einem Eintreten kommt. Die über Algorithmus 1 beschriebene Methode wird als hybride Sidewalk-Methode mit nichtlinearer Transformation bezeichnet, welche beispielsweise im DYNACAN-Modell angewendet wurde (Li und O'Donoghue, 2014). Insgesamt müssen zwei Parameter festgelegt werden, welche das Maß an Ähnlichkeit zur Monte-Carlo Methode regulieren: Die zugelassene Differenz ς und der Anpassungsfaktor ψ . In der originalen Umsetzung werden $\psi = 0,03$ und $\varsigma = 0,5$ gesetzt (Neufeld, 2000, S. 370; Li und O'Donoghue, 2014). Zustandswechsel werden nach zufälliger Anordnung der Individuen über Algorithmus 1 simuliert (Li und O'Donoghue, 2014). Da im vorliegenden Fall keine Veränderung des Erwartungswerts der simulierten Zustände vorgenommen werden soll, ist die nichtlineare Transformation redundant und die erste Zeile in Algorithmus 1 kann durch $a = 1$ ersetzt werden. Analog kann für q^k (gewünschter Anteilswert) der Erwartungswert der Zustände eingesetzt werden: $q^k = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}$, was ebenfalls zu $a = 1$ führt.

Algorithmus 1 Sidewalk Methode mit nichtlinearer Transformation

```

Setze  $a$ , so dass  $q^k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \frac{a\pi_u^{(s+1)k}}{1+(a-1)\pi_u^{(s+1)k}}$ 
 $e_u = \frac{a\pi_u^{(s+1)k}}{1+(a-1)\pi_u^{(s+1)k}}$  Transformation der Wahrscheinlichkeiten
 $C = 0$ 
for  $u = 1, \dots, \tilde{N}$  do
   $c = \min(\frac{e_u}{2}, \frac{1-e_u}{2}, \psi)$  Anpassungswert fuer Zufallszahl
  if  $\left( \sum_{l=1}^u \mathbf{1}(y_l^{(s+1)} = Y_k) - C \right) > \varsigma$  then Falls Anzahl Ereignisse zu groß:
     $c = -c$  Multipliziere Anpassungswert mit  $-1$ 
  end if
   $r = \text{runif}(1, 0, 1)$  Ziehung gleichverteilter Zufallszahl zw. 0 und 1
  if  $(r + c) < e_u$  then
     $y_u^{(s+1)} = Y_k$  Eintritt des Ereignisses
  end if
   $C = C + \mathbf{1}(y_u^{(s+1)} = Y_k)$  Erfassung bereits simulierter Zustände
end for

```

Li und O'Donoghue (2014) beschreiben einen als Central Limit Theorem Approach (CA) benannten Algorithmus, der die Wahrscheinlichkeiten schrittweise multiplikativ anpasst (Li und O'Donoghue, 2014). Der Algorithmus basiert auf den Ausführungen von (Morrison, 2006). Hierbei wird der Anpassungsfaktor c in jedem Auswahlschritt neu bestimmt. Dadurch wird Wahrscheinlichkeit eines Eintritts durch die Anzahl bereits umgesetzter Zustände C beeinflusst. Je mehr Zustände

zum Erreichen des Erwartungswertes noch umgesetzt werden müssen und je geringer die Erwartungswert der noch zu simulierenden Zustände, desto größer fällt der Anpassungsfaktor und demnach die Wahrscheinlichkeit für einen Eintritt aus. Wenn die Anzahl gewünschter Zustände erreicht ist, kann kein weiteres Individuum den jeweiligen Zustand mehr annehmen. In diesem Fall gilt $C = \sum_{u=1}^{\tilde{N}} \pi_u^{(s+1)k}$ und der Anpassungsfaktor c wird folglich zu 0. Das Vorgehen wird unter anderem in Li (2011) und Li und O'Donoghue (2014) beschrieben, jedoch ist eine eindeutige Identifizierung des Algorithmus anhand der Literatur nicht möglich, weswegen das über Algorithmus 2 beschriebene Vorgehen einer Abwandlung des von Li und O'Donoghue (2014) aufgeführten Algorithmus entspricht.

Algorithmus 2 Schrittweise Auswahl (Central Limit Theorem Approach) nach Li und O'Donoghue (2014)

```

C = 0
b_u = \sum_{j=1}^u \pi_j^{(s+1)k} mit b_0 = 0           Kumulieren der Wahrscheinlichkeiten
for u = 1, \dots, \tilde{N} do
    r = runif(1, 0, 1)           Ziehung gleichverteilter Zufallszahl zw. 0 und 1
    c = \frac{q^k \cdot N - C}{b_N - b_{u-1}}           Bestimmung des Anpassungsfaktors
    q_u = p_u \cdot c           Anpassung der Wahrscheinlichkeit
    if (q_u > r) then
        y_u^{(s+1)} = Y_k           Eintritt d. Ereignisses
    end if
    C = C + \mathbb{1}(y_l^{(s+1)} = Y_k)           Erfassung bereits simulierter Zustände
end for

```

Die Auswahl der Methodik zur Simulation von Zuständen oder Zustandsänderungen kann durchaus Einfluss auf die entstehenden Strukturen haben. Teilweise können die Verfahren klar als ungeeignet eingestuft werden (z.B. SU oder SYS2). Auch die subjektive Wahl von Koeffizienten (bspw. bei HSW) oder eine relativ zeitintensive Umsetzung (z.B. HSW und CA) schränken die Anwendbarkeit der Methoden deutlich ein. Eine Simulationsstudie zum Vergleich der vorgestellten Methoden findet sich in Anhang in Abschnitt A.3.

2.7 Organisation dynamischer Prozesse

Zeitdiskrete dynamische Mikrosimulationen können aufgrund der Vielzahl unterschiedlicher Bestandteile schnell überaus komplex und unübersichtlich werden. Daher ist es sinnvoll, eine modulare Struktur zu implementieren. Das Vorgehen wird in Abschnitt 2.7.1 genauer beschrieben. Die Bedeutung der Modulreihenfolge für die Modellierung und Simulation wird anschließend in Abschnitt 2.7.2 betrachtet.

2.7.1 Modularisierung von Simulationsprozessen

Wie in Kapitel 2.5 ausgeführt wurde, ist es üblich, zeitdiskrete Mikrosimulationsmodelle weitestgehend modular aufzubauen. Da die Gesamtdynamik der Population in viele einzelne Prozesse untergliedert werden kann, lassen sich diese größtenteils unabhängig voneinander organisieren. Es ist zu beachten, dass eine unabhängige Organisation dieser Prozesse nicht impliziert, dass diese auch stochastisch unabhängig voneinander sind (Burgard et al., 2020a). So können die Resultate eines Moduls durchaus den Eintritt von Ereignissen darauffolgender Module beeinflussen.

Module können sowohl für einzelne Zustandsänderungen als auch für eine Reihe verknüpfter Prozesse gebildet werden. Die Zusammenfassung einzelner Prozesse erfolgt auf Grundlage theoretisch oder deterministisch zusammenhängender Ereignisse. So ist es möglich, ein Modul für ein einzelnes Ereignis (z.B. Eheschließungen) oder für alle mit dem Beziehungsstatus zusammenhängende Ereignisse gebündelt (z.B. Eheschließungen, Trennungen, Scheidungen) zu erstellen. Allgemein regelt ein Modul alle notwendigen Mechanismen, die für die Simulation bestimmter Zustandsänderungen notwendig sind. Abbildung 2.6 gibt einen Überblick über alle Prozesse, die innerhalb eines typischen Moduls in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen stattfinden (Burgard et al., 2020a).

Zu Beginn wird eine Risikopopulation definiert, die theoretisch für einen Zustandswechsel in Frage kommt. Für das Ereignis einer Geburt können beispielsweise Frauen im Alter von 15 bis 49 als fertile Population definiert werden, für Scheidungen verheiratete und für Eheschließungen unverheiratete Personen. Es gilt sicherzustellen, dass die Auswahl der Population analog zur Eingrenzung im Modellierungsprozess vorgenommen wird. Durch dieses Vorgehen können Inkonsistenzen durch das Auftreten unplausibler Merkmalskombinationen durch die Planung der Modellierung und die Definition der Risikopopulation innerhalb der Module verhindert werden. Für die Vorhersage individueller Wahrscheinlichkeiten ist es darüber hinaus oft erforderlich, einzelne Variablen zu erstellen oder anzupassen, um eine Harmonisierung von Modellierungsdaten und Basispopulation erzielen. Das kann sowohl die Umcodierung oder Zusammenfassung einzelner Variablen als auch die Generierung von Haushaltsvariablen bedeuten.

Sobald die Harmonisierung der Basispopulation mit den Modellierungsdaten abgeschlossen ist, können die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände berechnet werden. An dieser Stelle lässt sich für retrospektive Simulationsperioden bei gleichzeitiger Verfügbarkeit bekannter Totalwerte überprüfen, ob eine Abweichung der Summe der Wahrscheinlichkeiten zur bekannten Anzahl an Übergängen oder der Verteilung der Zustände in der Folgeperiode vorliegt. Sollte eine nicht-akzeptable Abweichung vorliegen, besteht die Möglichkeit, die Modellparameter, Wahrscheinlichkeiten oder im nachfolgenden Schritt die Übergänge so anzupassen, dass eine Übereinstimmung mit den Totalwerten erreicht wird (siehe dazu Kapitel 3). Nachdem die Wahrscheinlichkeiten bestimmt und den Personen zugewiesen wurden, wird entschieden ob es zu Zustandsänderungen der Individuen kommt. Wie in Kapitel 2.6.5 beschrieben, gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, diese zu simulieren.

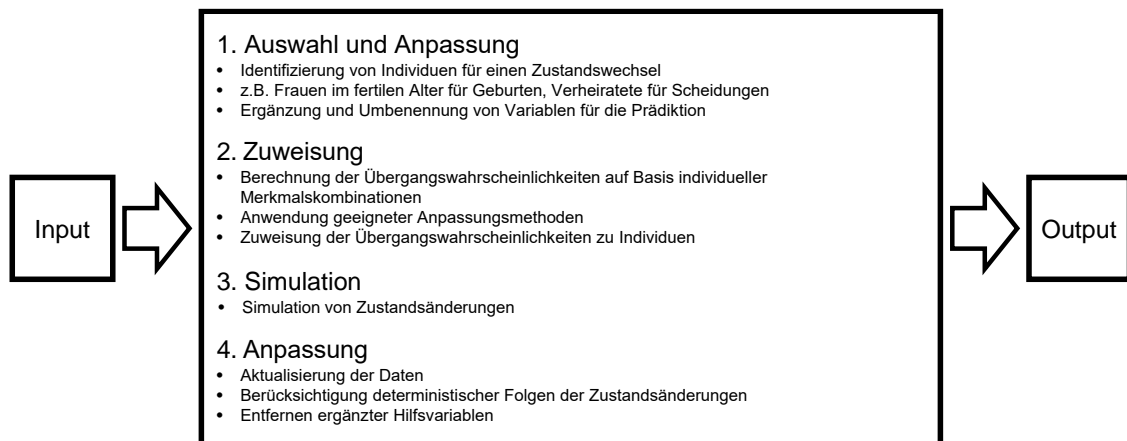


Abbildung 2.6: Modulstruktur für zeitdiskrete dynamische Mikrosimulationen – In Anlehnung an Burgard et al. (2020a)

Am Ende jedes Moduls werden die Daten aktualisiert. Dabei werden nicht nur die simulierten Zustandsänderungen umgesetzt, auch die Folgen von Zustandswechseln sind zu berücksichtigen. So kann die Simulation von Todesfällen zu unplausiblen Haushaltskonstellationen führen, wenn eine erwachsene Person verstirbt und ausschließlich Kinder im Haushalt verbleiben. In diesem Falle erfolgt beispielsweise eine Zuweisung der Kinder zu Verwandten, Pflegefamilien oder öffentlichen Einrichtungen. Auch direkte deterministische Folgen können Resultat dieser stochastischen Prozesse sein. So hat der Tod einer verheirateten Person die Änderung des Beziehungsstatus des überlebenden Partners zu *verwitwet* zur Folge. Auch Haushaltsvariablen wie die Haushaltsgröße oder die Anzahl Erwerbstätiger im Haushalt müssen oft nach Zustandsänderungen angepasst werden.

Allgemein sollten Module möglichst flexibel und einheitlich in funktionaler Form gestaltet werden. Im einfachsten Fall dient als Input die Basispopulation, die in aktualisierter Form wieder ausgegeben wird. Um einfach Aktualisierungen und Anpassungen vornehmen zu können, ist es empfehlenswert, ein Modul so erstellen, dass die Parameter zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten sowie potentielle Szenarien und Anpassungsmethoden über Funktionsargumente reguliert werden können.

An jeder der beschriebenen Komponenten eines Moduls können Fehler auftreten, die im schlimmsten Fall nicht zu einem direkten Abbruch der Simulation führen und daher oft unentdeckt bleiben und zu enormen Verfälschungen der Simulationoutputs führen. Um dies zu verhindern, sollten sowohl innerhalb des Moduls als auch zwischen den Modulen Kontrollmechanismen integriert werden. Diese Kontrollen lassen sich als Teil des internen Validierungsprozesses von Mikrosimulationen verstehen. Durch das Implementieren von Konsistenzchecks können Fehler im Programmierungs- und Datenaufbereitungsprozess aufgedeckt und behoben werden (Lütz und Stein, 2020).

2.7.2 Sequenzielle Modellierung und Simulation

In zeitstetigen Mikrosimulationen wird der Eintritt eines Zustandes erst nach der Vorhersage aller möglichen Verweildauern entschieden. Folglich ist es nicht erforderlich, eine bestimmte Reihenfolge vorzugeben. Da nach dem Eintritt eines Ereignisses die Wartezeiten für alle damit verknüpften Ereignisse neu vorhergesagt werden, können auch Abhängigkeiten – gegeben die Beschaffenheit der zur Modellierung verwendeten Daten lässt es zu – berücksichtigt werden (Li et al., 2014, Burgard et al., 2020a).

In zeitdiskreten Mikrosimulationen ist die Reihenfolge, in der Module durchlaufen werden, hingegen von zentraler Bedeutung und wird in der Literatur regelmäßig thematisiert (u. a. Galler, 1997; Van Imhoff und Post, 1998; Li und O'Donoghue, 2013; Li et al., 2014; Hannappel und Troitzsch, 2015). Dabei wird die Festlegung einer modularen Abfolge bei der Simulation von Zustandsänderungen als Herausforderung betrachtet, die zu verschiedenen Problemen führen kann. Ein Hauptgrund dafür ist die Tatsache, dass die Ereignisse oft nicht unabhängig voneinander sind. Li et al. (2014) verdeutlichen das am Beispiel von Geburten und Eheschließungen. Die vorangegangene Geburt eines Kindes kann die Wahrscheinlichkeit einer Heirat beeinflussen. Gleichzeitig lässt sich annehmen, dass auch eine Eheschließung Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit einer Geburt hat. Zudem wird der erschwerte Umgang mit konkurrierenden Ereignissen (*competing risks*) angeführt (Galler, 1997; Van Imhoff und Post, 1998; Li und O'Donoghue, 2013; Hannappel und Troitzsch, 2015). Unter konkurrierenden Ereignissen fallen diskjunkte Zustandskombinationen, die innerhalb

einer Periode auftreten können (Hannappel und Troitzsch, 2015). Hierbei wird angenommen, dass es keinerlei Information zur Reihenfolge des Eintritts verschiedener Zustände in zeitdiskreten Modellen gibt und somit alle Zustände gleichzeitig eintreten (Van Imhoff und Post, 1998). Ein konkurrierendes Ereignis ist beispielsweise ein positives Erwerbseinkommen bei gleichzeitiger Erwerbslosigkeit. Entsprechend steht jedes Ereignis in Konkurrenz mit einem Todesfall der betreffenden Person. Die simultane Simulation aller Kombinationen an Ereignissen beschreiben Van Imhoff und Post (1998, S. 116) als „infeasible, not to mention the lack of sufficient empirical information“. Folglich ist es notwendig, die einzelnen Ereignisse in einer bestimmten Abfolge zu simulieren. Für die Festlegung der Modulabfolge werden drei mögliche Strategien vorgeschlagen (Galler, 1995; Van Imhoff und Post, 1998).

1. Zufällige Anordnung der Module

Die erste Strategie basiert auf der Wahl einer zufälligen Modulreihenfolge, wobei in jeder Simulationsperiode ein neuer randomisierter Ablauf festgelegt wird. Dabei wird empfohlen, Ereignisse, die mit hoher Wahrscheinlichkeit eintreten, eher an den Anfang zu setzen (Van Imhoff und Post, 1998). Zwar gab es in der Vergangenheit einzelne Mikrosimulationsmodelle, in denen dieses Vorgehen angewendet wurde, in den letzten Jahrzehnten spielt dieses jedoch in der Praxis keine Rolle mehr (Galler, 1995; Li und O'Donoghue, 2013). Es ist davon auszugehen, dass alleine aufgrund der komplexen Abhängigkeitsstrukturen innerhalb von Mikrosimulationen die jeweilige Modulstruktur genau auf die Modellierung abgestimmt ist und schon geringe Veränderungen zu großen Problemen bezüglich der Lauffähigkeit und Plausibilität führen können. Auch bedingte Wahrscheinlichkeiten lassen sich dabei nur unter enormem Mehraufwand einbinden. Daher ist diese Strategie lediglich in sehr einfachen Modellen, deren Wahrscheinlichkeiten ausschließlich auf tabellarischen Totalwerten basieren, möglich.

2. Zweistufige Simulation

Eine weitere Möglichkeit bietet ein zweistufiges Simulationsverfahren, bei dem zunächst der Eintritt eines der konkurrierenden Ereignisse simuliert wird. In diesem Fall werden erst alle Wahrscheinlichkeiten für konkurrierende Ereignisse in eine einzelne Wahrscheinlichkeit transformiert (Van Imhoff und Post, 1998). Anschließend wird entschieden, ob eines der Ereignisse eintritt. Falls das der Fall ist, wird im zweiten Schritt das konkrete Ereignis simuliert. Auch dieses Vorgehen spielt in zeitdiskreten Mikrosimulationen keine bedeutende Rolle, da die sequenzielle Anordnung der Module in der Regel ausschließt, dass konkurrierende Ereignisse eintreten. Das bedeutet: Ist das Mortalitätsmodul dem Geburtsmodul vorgelagert, wird für eine verstorbene Person auch keine Wahrscheinlichkeit für eine Geburt geschätzt. Alternativ müsste jedes Ereignis einer Mikrosimulation in Kombination mit möglichen konkurrierenden Ereignissen, wie beispielsweise Todesfällen oder Fortzügen, simuliert werden.

3. Berücksichtigung der Reihenfolge im Modellierungsprozess

Die dritte Möglichkeit basiert ebenfalls auf der Verwendung einer festen Simulationsreihenfolge, wobei eine sinnvolle Abfolge gewählt und bei der Modellierung berücksichtigt wird. Diese Art der Simulation ist insoweit empfehlenswert, dass die Reihenfolge selbst keinen Einfluss auf die Simulationsergebnisse hat, wenn die zu simulierenden Ereignisse entweder unabhängig sind oder die Reihenfolge der Module bei der Schätzung der zugrundeliegenden Modelle beachtet wird. Das lässt sich an einem einfachen Beispiel verdeutlichen. Wenn $f(x, y)$ die gemeinsame Verteilung der zwei voneinander abhängigen Ereignisse Geburt $f(x)$ und Heirat $f(y)$ ist, so gibt es zwei Möglichkeiten, eine gemeinsame Verteilung zu generieren (Schaich und Münnich, 2001, S. 50 ff.):

$$f(x, y) = f(x) \cdot f(y|x) = f(y) \cdot f(x|y). \quad (2.36)$$

Zum einen kann zuerst die Geburt simuliert werden, wenn anschließend die Wahrscheinlichkeit einer Heirat auf die Geburt bedingt wird. Ebenso kann mit der Simulation der Heirat begonnen und nachfolgend die auf die Heirat bedingte Wahrscheinlichkeit einer Geburt verwendet werden.

Das, am Beispiel einer bivariaten Verteilung beschriebene, Vorgehen lässt sich auf beliebig viele Variablen beziehungsweise Ereignisse erweitern, da jede multivariate Verteilung rekursiv über bedingte Verteilungen dargestellt werden kann (Schaich und Münnich, 2001, S. 50 ff.). Da in einer Mikrosimulation viele Ereignisse nicht unabhängig voneinander sind und wechselseitige Abhängigkeiten aufweisen, sollte die Reihenfolge vor der Schätzung der Modelle festgelegt werden. Im Idealfall liegt dafür ein Paneldatensatz vor, sodass alle Zustände für jede Person mindestens für Zeitpunkt t und Zeitpunkt $t + 1$ verfügbar sind. Wird das Modul für Geburten in der Reihenfolge vor das Modul für Eheschließungen gelegt, so darf die Information der Heirat in $t + 1$ nicht zur Modellierung der Geburt verwendet werden, die Information der Heirat in t jedoch schon. Für die Modellierung der Heirat kann die Information zu Geburten in $t + 1$ hingegen herangezogen werden. Allgemein gilt für die Modellierung eines Ereignisses, dass alle in der Simulationsreihenfolge vorgelagerten Ereignisse aus $t + 1$ eingebunden werden dürfen, während für nachgelagerte Ereignisse ausschließlich Informationen zu Zeitpunkt t verwendet werden können. Dieses Vorgehen wird demnach analog zur FCS-Methode bei der Erweiterung von Datensätzen (siehe Abschnitt 2.3) umgesetzt (Van Buuren et al., 2006; Drechsler, 2011, S. 15 ff.). Während bei einer Datensatzerweiterung die bereits erzeugten Variablen für die Vorhersage zusätzlicher Variablen herangezogen werden, erfolgt die Konditionierung nicht über die Reihenfolge der Ergänzung, sondern über die Reihenfolge der Module.

Auch wenn ein Großteil der Ereignisse in Mikrosimulationen Abhängigkeiten aufweist, besteht auch die Möglichkeit, innerhalb der Module oder Ereignisse (quasi-) unabhängige Variablen oder ganze Teilblöcke zu identifizieren (Mittelhammer, 2013, S.90 ff.). Gleiches gilt ebenfalls für die modellbasierte Erweiterungen der Basispopulation. Dadurch kann die Komplexität der Modellbildung wesentlich reduziert werden. Die Unabhängigkeit der Ereignisse lässt sich beispielsweise anhand der erklärenden Variablen innerhalb der zur Vorhersage genutzten Modelle identifizieren. Diese Unabhängigkeit muss jedoch nicht notwendigerweise in der realen Welt vorliegen und kann sich auch aus eingeschränkten Informationen in den zur Modellierung verwendeten Daten ergeben.

Insgesamt lässt sich die Bedeutung der Reihenfolge in zeitdiskreten Mikrosimulationen also relativieren. Grundsätzlich gibt es zwei denkbare Szenarien, die bei der Erstellung eines Mikrosimulationsmodells eintreten können. In Szenario 1 liegen keine Informationen zum gleichzeitigen Eintritt zweier Ereignisse vor. Dies kann der Fall sein, wenn keine Erhebungsdaten, sondern nur tabellarische Kennzahlen zu Ereignissen vorliegen. So könnte für die Modellierung der Geburten die Fertilitätskennzahlen und für die Modellierung der Eheschließungen die Heiratsstatistik herangezogen werden. Da sich die Wahrscheinlichkeiten nicht aufeinander bedingen lassen, gleichzeitig aber eine Unabhängigkeit der Ereignisse unwahrscheinlich erscheint, ist davon auszugehen, dass die gemeinsame Verteilung in der Simulation nicht korrekt generiert werden kann. Jedoch spielt es – wie bereits aufgezeigt – keine Rolle in welcher Reihenfolge die Simulation der Ereignisse erfolgt. Die gemeinsame Wahrscheinlichkeit beider Ereignisse verändert sich dadurch nicht. In Szenario 2 liegen, beispielsweise in Form von Paneldatensätzen, Informationen vor, welche die Schätzung bedingter Verteilungen erlauben. Auch hier ist die Reihenfolge an sich nicht entscheidend, sondern vielmehr die Modellierung der Wahrscheinlichkeiten. Wird eine Abhängigkeit angenommen, sollte bei der Schätzung der Wahrscheinlichkeiten die Information bereits simulierter Ereignisse berücksichtigt werden.

Bei der rekursiven Faktorisierung der gemeinsamen Verteilung gilt es jedoch zu beachten, dass nicht zwangsläufig eine kausale Interpretation herangezogen werden kann (Galler, 1995). Demnach ist zu empfehlen, eine geeignete Reihenfolge zu wählen, um eine möglichst kausale Interpretation der Ereignisfolgen zuzulassen (Münnich et al., 2021). Die Logik kann sich über tatsächliche zeitlich vorangegangene Ereignisse ergeben. So kann die Erreichung eines Schul- oder Ausbildungsabschlusses zu einer anschließenden Erwerbstätigkeit und somit zu Erwerbseinkommen führen. Daher bietet es sich an, mit der Simulation von Bildungsabschlüssen zu beginnen, nachfolgend die Erwerbstätigkeit und abschließend das Einkommen zu simulieren. Sofern Erwerbseinkommen auf Erwerbstätigkeit bedingt ist, lässt sich direkt ein Wert von 0 für alle erwerbslosen Personen auf Basis der vorausgegangenen Information einsetzen. Die Modellierung von Einkommen findet also bedingt

auf die Erwerbstätigkeit für Beobachtungen statt, die in $t + 1$ einer Erwerbsarbeit nachgegangen sind. Je größer die Anzahl der im Rahmen der Mikrosimulation fortgeschriebenen Einflussfaktoren ist, desto später sollte das Modul angeordnet werden.

Daraus ergibt sich auch der korrekte Umgang mit konkurrierenden Ereignissen. Wie zu Beginn des Abschnitts beschrieben, handelt es sich dabei um disjunkte Ereignisse, die nicht in Kombination auftreten können. Im Kontext dynamischer Modelle gilt es, den Eintritt solcher Ereignisse nicht nur innerhalb jeder einzelnen Periode, sondern auch intertemporal zu vermeiden. So ist die Änderung des höchsten Schulabschlusses zu einem niedrigeren Abschluss in der Realität nicht möglich und sollte auch in der Simulation nicht auftreten. Hierfür können auch gesamte Modelle auf bestimmte Merkmalskombinationen aus der aktuellen oder aus vorangegangenen Perioden bedingt werden. Bei Schulabschlüssen können die Modelle bedingt auf den höchsten Abschluss zum vorangegangenen Zeitpunkt erstellt werden, wodurch ausschließlich Wahrscheinlichkeiten für den gleichen oder einen höheren Schulabschluss vorhergesagt werden (Burgard et al., 2020b). Grundsätzlich sollten Modelle so aufgestellt und für die Vorhersage angewendet werden, dass keine positiven Wahrscheinlichkeiten für unplausible Ereignisse möglich sind. Die Kontrolle kann beispielsweise auf Grundlage von Editingregeln erfolgen und ist Teil des Validierungsprozesses (siehe dazu auch Abschnitt 2.5). Folglich bleiben letztendlich nur noch die Todesfälle als konkurrierende Ereignisse zurück, die im Rahmen der üblichen Surveys nicht berücksichtigt werden können. Es gibt zwar durchaus Konzepte für einen möglichen Umgang. Zum Beispiel kann für alle Personen, für die der Eintritt des Todes simuliert wird, mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit entschieden werden, ob relevante Ereignisse – beispielsweise Geburten – vor oder nach dem Tod eingetreten sind (Galler, 1995). Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Auswirkungen vernachlässigbar sind. Konkrete Untersuchungen hinsichtlich der tatsächlichen Auswirkungen in zeitdiskreten Mikrosimulationen existieren bislang nicht.

2.8 Mikrosimulationsprojekte: REMIKIS und MikroSim

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen von zwei Forschungsprojekten erstellt. Die Themenschwerpunkte beider Projekte umfassen insbesondere die Erforschung von Methoden zur Erstellung dynamischer Mikrosimulationsmodelle. Obwohl die grundlegende Struktur der daraus entstandenen Mikrosimulationsmodelle ähnlich ist und methodische Forschungsarbeiten zum Teil auch in Kooperation beider Projekte durchgeführt wurden, unterscheiden sich die Ausrichtungen der Modelle. Nachfolgend werden die daraus entstandenen Mikrosimulationsmodelle einführend vorgestellt.

des der Länder, 2015). Neben Kalibrierungsverfahren zur Einhaltung der Zensus-Randverteilungen wurden auch heuristische Optimierungsmethoden wie Simulated Annealing angewendet (Burgard et al., 2020b; Burgard et al., 2019a).

Die finale Basispopulation bietet neben einer Vielzahl individueller Informationen zu soziodemographischen und sozioökonomischen Merkmalen auch Informationen zur Haushaltszugehörigkeit und ist bis auf Adressebene geographisch verortet. Die räumliche Zuordnung des Datenbestandes auf Adressen basiert auf einem dreistufigem Verfahren. Ausgangspunkt dafür sind Gitterzelloberflächeninformationen des Zensus 2011, die Verteilungen der Bevölkerung auf 1000×1000 und 100×100 großen Quadraten abbilden. Auf der ersten Stufe werden Personen auf 1-Kilometer Gitterzellen auf Basis der verfügbaren Informationen zu beispielsweise Geschlecht, Altersverteilung und Wohnfläche verteilt. Auf der zweiten Stufe werden die Personen und Haushalte innerhalb der 1-Kilometer Gitterzellen den enthaltenen 100-Meter-Gitterzellen zugeordnet. Final findet innerhalb der 100-Meter-Gitterzellen die Verteilung auf reale Gebäude und somit Adressen statt (Burgard et al., 2020b). Abbildung 2.7 zeigt beispielhaft eine Satellitenaufnahme von Trier. Die abgebildeten Quadrate entsprechen den 100-Meter-Gitterzellen. Die farbigen Punkte markieren bewohnte Adressen. In roter Farbe sind in diesem Fall Haushalte mit pflegebedürftigen Personen und in grüner Farbe Haushalte ohne pflegebedürftige Person gekennzeichnet (Krause et al., 2019).

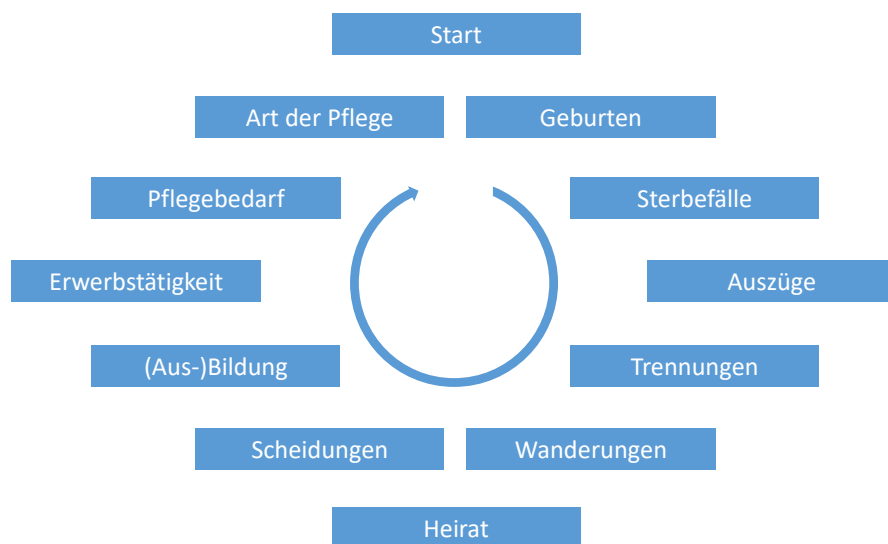


Abbildung 2.8: Jährlicher Simulationsablauf im REMIKIS-Modell (Burgard et al., 2020b)

Da es sich um eine dynamische zeitdiskrete Mikrosimulation handelt, erfolgt die Fortschreibung auf Grundlage von Übergangswahrscheinlichkeiten in 1-Jahres-Schritten. In einer festgelegten Reihenfolge werden soziodemographische und sozioökonomische Prozesse simuliert. Abbildung 2.8 zeigt die enthaltenen Module und den Ablauf der Simulation für jedes simulierte Jahr. Ausführliche Informationen zur Erstellung und Anwendung des Modells sowie zu der Struktur der Module finden sich in Burgard et al. (2020b) und Burgard et al. (2019a).

MikroSim

Das MikroSim-Mikrosimulationsmodell wird im Rahmen der, von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten, Forschungsgruppe FOR 2559 „Sektorenübergreifendes kleinräumiges Mikrosimulationsmodell“ als kooperatives Projekt zwischen der Universität Trier, der Universität Duisburg-Essen in Kooperation mit dem Statistischen Bundesamt erstellt. Ziel ist es, ein umfassendes regionalisiertes dynamisches Mikrosimulationsmodell für Deutschland zu erstellen, um möglichst flexible Analysen zu unterschiedlichen Themenkomplexen durchführen zu können. Im Rahmen der ersten Projektphase lagen die inhaltlichen Schwerpunkte auf Familie, Pflege und der Integration von Migranten der zweiten Generation in den Arbeitsmarkt (Münnich et al., 2020). Seit Anfang 2022 werden die Forschungsarbeiten in einer zweiten Projektphase mit inhaltlichen Forschungsfeldern zu Wohnraumanalyse, Verkehrsmittelwahl, Bildungsverläufe und stationärer wie auch ambulanter Versorgung fortgeführt. Neben den Universitäten Trier und Duisburg-Essen sind auch das Statistische Bundesamt und das DIW in der zweiten Projektphase Teil der Forschungsgruppe.

Im Rahmen der Forschungsgruppe wurde, aufbauend auf den Ergebnissen des REMIKIS-Projektes, eine (teil-)synthetische realitätsnahe Grundgesamtheit erstellt. Während sich das REMIKIS-Modell auf die Großregion Trier beschränkt, umfasst die MikroSim-Grundgesamtheit alle Einwohner Deutschlands zum Basisjahr 2011. Personen und Haushalte werden ebenfalls bis auf Adressebene verortet. Neben den geographischen Informationen beinhaltet die Population ein umfangreiches Set an Informationen zu soziodemographischen und sozioökonomischen Merkmalen. In der Basispopulation wurden zudem umfassende Informationen zu den inhaltlichen Schwerpunkten ergänzt (Münnich et al., 2021).

Die MikroSim-Simulationsstruktur entspricht ebenfalls einem zeitdiskreten Modell, wobei besonderer Wert auf Flexibilität gelegt wird. Modelle und Module sollen ohne größeren Aufwand individuell angepasst und ausgetauscht werden können, um die Aktualität und den Ausbau zu gewährleisten und die Nachhaltigkeit des Simulationsmodells sicherzustellen. Abbildung 2.9 zeigt den Ablauf der Module für die Simulation eines Jahres.



Abbildung 2.9: Jährlicher Simulationsablauf im MikroSim-Modell (Münnich et al., 2021)

Kapitel 3

Anpassung von Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten

Bei der Schätzung von Wahrscheinlichkeiten treten in der Praxis häufig Abweichungen zu bekannten Werten auf. Die bekannten Werte stammen dabei meist aus administrativen Datenquellen und liegen in aggregierter Form vor. Beispiele dafür sind Statistiken zu Geburten, Sterbefällen und Eheschließung (Statistisches Bundesamt, 2019a). Das Ignorieren der Differenzen kann zu enormen Problemen bei der Erweiterung und Fortschreibung der Basispopulation führen. Diese Problematik kann abermals verstärkt auftreten, wenn auf Basis der Wahrscheinlichkeiten eine Simulation über einen längeren Horizont durchgeführt wird. Um Verzerrungen hinsichtlich der simulierten Verteilung von Zuständen entgegenzuwirken und die verfügbaren Informationen möglichst vollumfänglich zu nutzen, lassen sich Anpassungen im Modellierungsprozess, bei der Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten oder bei der Simulation der Zustände vornehmen. Dieses Vorgehen wird im Kontext von Mikrosimulationen als *Alignment* bezeichnet (Li und O’Donoghue, 2014). Die Anwendung von Alignment ist in diesem Kontext bereits seit den 1970er Jahren weitestgehend Standard. O’Donoghue und Dekkers (2018, S. 69) bezeichnen diese Verfahren daher als „*a core methodology within the field.*“. Dennoch finden sich kaum technische Dokumentationen oder Untersuchungen zu den konkreten Auswirkungen (O’Donoghue und Dekkers, 2018). Im Rahmen dieses Kapitels werden ausgewählte Alignmentmethoden beschrieben, deren Fokus auf der Anpassung von Modellkoeffizienten liegt, um anschließend die Funktionalität ausgewählter Verfahren in umfassenden Simulationsstudien systematisch zu untersuchen. Teile des nachfolgenden Kapitels orientieren sich an Burgard et al. (2021).

In Abschnitt 3.1 wird zunächst die Notwendigkeit von Anpassungen motiviert und die Anwendung für regionalisierte Modellierungen beschrieben. Anschließend erfolgt in Abschnitt 3.2 eine methodische Einordnung und die Ausführung verschiedener Techniken zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten sowie der zugrundelie-

genden Modelle. In verschiedenen Simulationsstudien werden die Methoden in Abschnitt 3.3 hinsichtlich ihrer Eignung zur Verbesserung der Parameterschätzung und prädiktiven Güte verglichen. Mit einer Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse und einem Ausblick auf zukünftige Forschungspotentiale wird das Kapitel in Abschnitt 3.4 abgeschlossen.

3.1 Anpassung von Wahrscheinlichkeiten in Mikrosimulationen

Die Gründe für die Anwendung von Alignmentverfahren sind äußerst vielfältig. Unter Berücksichtigung des jeweiligen Anwendungsfeldes gilt es, ein geeignetes Verfahren zu identifizieren. Auch wenn nachfolgend der Fokus auf dem Ausgleich von Differenzen bezüglich der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten liegt, ist es sinnvoll, einen Überblick über potentielle Anwendungsfelder zu geben. In Abschnitt 3.1.1 sind die häufigsten Gründe für die Verwendung von Alignmentverfahren aufgeführt. Anschließend wird die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten bei regionalisierten Modellen in Abschnitt 3.1.2 als Spezialfall näher beschrieben.

3.1.1 Gründe für die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten

In der Literatur werden unterschiedliche Gründe für die Anwendung von Alignment-Verfahren genannt. In den Grundzügen lassen sich diese wie folgt zusammenfassen (Bækgaard, 2002, S. 3 ff.; Li, 2011, S.93 f.):

- Implementierung annahmebasierter Szenarien
- Ermöglichung von Schnittstellen zwischen Mikro- und Makroebene
- Fixierung der Anzahl der zu simulierenden Zustandsänderungen / Zustände
- Ausgleich von Verzerrungen hinsichtlich absoluter oder relativer Zustandsänderungen / Zustände

Für die Untersuchung zukünftiger Populationsdynamiken ist es oft hilfreich, verschiedene alternative Entwicklungsszenarien zu implementieren und deren Auswirkung auf ausgewählte Zielwerte zu untersuchen. Alignmentmethoden stellen eine Möglichkeit dar, externe oder annahmebasierte Szenarien in einem Mikrosimulationsmodell zu implementieren. So lassen sich beispielsweise Szenarien hinsichtlich der Geburten-, Heirats- oder Mortalitätsentwicklung berücksichtigen, indem Parameter oder Wahrscheinlichkeiten zur Einhaltung der festgelegten Größen angepasst werden.

Nach einem ähnlichen Prinzip kann die Verbindung von Mikrosimulationsmodellen mit Makromodellen erfolgen. Durch die Anpassung von Modellparametern oder Wahrscheinlichkeiten lassen sich Übergänge auf der Mikroebene an a priori festgelegte Entwicklungen auf der Makroebene kalibrieren (Bækgaard, 2002). In diesem Kontext wird mit den Ergebnissen von Makromodellen analog zu szenariobasierten Annahmen umgegangen.

Da die konkrete Änderung von Zuständen normalerweise über einen stochastischen Prozess erfolgt (siehe dazu Abschnitt 2.6.1), weicht die Anzahl tatsächlich realisierter Zustandswechsel in einer simulierten Periode meistens vom Erwartungswert ab. Durch wiederholte Durchführung der Simulation konvergiert das arithmetische Mittel der Übergänge oder Zustände jedoch entsprechend dem Gesetz der Großen Zahlen gegen den zugrundeliegenden Erwartungswert. Somit kann mit ausreichend großer Anzahl an Wiederholung der Simulation die Monte-Carlo-Variation (MC-Variation) kontrolliert werden. Zur Reduzierung der MC-Variation mit Blick auf die Gesamtzahl an Übergängen lassen sich direkte Anpassungen der Übergangsraten vornehmen, sodass die Gesamtzahl an simulierten Zuständen der Summe der individuellen Wahrscheinlichkeiten entspricht und somit fixiert ist.

Im Folgenden liegt der Fokus auf dem häufigsten Anwendungszweck, dem Ausgleich verzerrter Schätzungen. Bei der dynamischen Simulation von Populationen ist es erforderlich, sowohl die Verteilungen innerhalb der Basispopulation als auch die Dynamiken im Fortschreibungsprozess möglichst präzise nachzubilden. Ziel ist es, die Strukturen der Population $\mathcal{U}^{(t)}$ umfassend auf die Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ zu übertragen. Da für die Schätzung der zugrundeliegenden Übergangs- oder Zustandswahrscheinlichkeiten angesichts fehlender Alternativen primär Stichprobendaten verwendet werden, ist es jedoch oft nicht möglich, akkurate Wahrscheinlichkeiten vorherzusagen. Dieses Problem tritt in nahezu allen Bereichen wahrscheinlichkeitsbasierter Simulationen auf. Bækgaard (2002) fasst die Datenproblematik treffend zusammen: „[...] *no country has the ideal dataset for [...] estimating the parameters of all the processes in a dynamic microsimulation model*“ (Bækgaard, 2002, S.3).

Das Vorliegen von Verzerrungen kann über Differenzen der Erwartungswerte der Zustände oder Übergänge identifiziert werden. Im Simulationsverlauf können die Auswirkungen dieser systematischen Verzerrungen enorm sein und sich mit steigender Anzahl an simulierten Perioden abermals erhöhen. Wird beispielsweise die Anzahl an Geburten unterschätzt, werden als direkte Folge zunächst zu wenige Kinder geboren. Nicht-geborene Kinder können wiederum auch in der Zukunft keine Kinder gebären. Gleichzeitig ist davon auszugehen, dass ein Modell, das retrospektiv die Wahrscheinlichkeiten für Zustände oder Zustandsänderungen unterschätzt, auch für die Anwendung in zukünftigen Perioden ungeeignet ist.

Die beschriebene Problematik tritt insbesondere dann auf, wenn die Anzahl an Beobachtungen in den Daten, die zur Modellierung vorhanden sind, gering ist. Alignmentmethoden erlauben es, diesen Verzerrungen durch die Implementierung zusätzlicher Informationen entgegenzuwirken.

Als Voraussetzung für die Evaluation und die Anpassung der geschätzten Wahrscheinlichkeiten oder Zustände werden bekannte Werte benötigt, die wie bereits angeführt in aggregierter Form vorliegen. Entsprechend sei die tatsächliche Anzahl an Personen, die zu Zeitpunkt t in Zustand Y_k sind

$$\tau^{(t)k} = \sum_{i=1}^{N^{(t)}} \mathbb{1} \left(y_i^{(t)} = Y_k \right) \quad (3.1)$$

und die Anzahl an Personen, bei denen eine Zustandsänderung von Zustand Y_j zu Zeitpunkt t in Zustand Y_k zu Zeitpunkt $t + 1$ eingetreten ist

$$\tau^{(t+1)j,k} = \sum_{i=1}^{N^{(t+1)}} \mathbb{1} \left(y_i^{(t+1)} = Y_k \right) \mathbb{1} \left(y_i^{(t)} = Y_j \right). \quad (3.2)$$

Als Benchmarkwerte können somit bekannte Totalwerte für Übergänge $\tau^{(t+1)j,k}$ oder für Zustände $\tau^{(t)k}$ dienen. Hier sollte beachtet werden, dass – sofern es möglich ist – die simulierte Periode s mit dem Zeitpunkt t , zu welchem der bekannte Totalwert vorliegt, übereinstimmt. Im Folgenden wird angenommen, dass die Übereinstimmung der simulierten Periode zum tatsächlichen Zeitpunkt gegeben ist ($s = t$). Nachfolgend wird zum Zwecke der Übersichtlichkeit auf die Unterscheidung zwischen der Schätzung von Zuständen und Übergängen verzichtet. Grundsätzlich lässt sich eine Verzerrung diagnostizieren, falls die Summe der individuellen Wahrscheinlichkeiten für einen Zustand $\hat{\pi}_u^{[0](s)k}$ (Situation 1) oder die Gesamtzahl simulierter Zustände $I_u^{[0](s)k}$ (Situation 2) Abweichungen zu dem bekannten Wert $\tau^{(t)k}$ aufweist. $I_u^{[0](s)k}$ entspricht einer Indikatorvariable, die angibt, ob sich Person u aus der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}$ in einem Zustand Y_k befindet:

$$I_u^{[0](s)k} = \begin{cases} 1 & \text{falls } y_u^{(s)} = Y_k \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Alternativ lässt sich die Beurteilung auf Grundlage der relativen Häufigkeiten hinsichtlich der Zustände oder der Erwartungswerte der Zustände vornehmen. In der Notation indiziert [0], dass es sich um Werte handelt, die ohne die Anwendung von Alignmentmethoden generiert wurden.

Situation 1 liegt vor, falls

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{[0](s)k} \neq \tau^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{[0](s)k} \neq \frac{\tau^{(t)k}}{N^{(t)}}, \quad (3.3)$$

die erwartete Anzahl oder der erwartete Anteil an Personen in Zustand Y_k vom bekannten Wert abweicht. Falls die Strukturen der Basispopulation mit den Strukturen der Population übereinstimmen ($\tilde{\mathcal{U}} = \mathcal{U}$), kann die Abweichung eindeutig als Resultat verzerrter Schätzungen der Wahrscheinlichkeiten identifiziert werden. Entspricht die Basispopulation hingegen einer Stichprobe oder einer synthetisch erzeugten Population, so kann die Differenz auch aufgrund der Unsicherheit aus dem Prozess der Stichprobenziehung beziehungsweise der Datenerzeugung auftreten.

In Situation 2 gilt:

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} I_u^{[0](s)k} \neq \tau^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} I_u^{[0](s)k} \neq \frac{\tau^{(t)k}}{N^{(t)}}. \quad (3.4)$$

In diesem Fall weicht die Anzahl oder der Anteil der realisierten Zustände in einem Simulationsdurchlauf von dem bekannten Wert ab. Das kann zwar ebenfalls durch den Prozess der Datengenerierung oder Parameterschätzung entstehen, jedoch auch schlichtweg Resultat der MC-Variation sein. Eine pauschale Aussage über Verzerrungen bezüglich der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeiten oder Modelle kann in Situation 2 – zumindest ohne mehrmalige Durchführung des stochastischen Prozesses – nicht getroffen werden.

Generelles Ziel von Alignmentverfahren ist es, entweder eine Wahrscheinlichkeitsmenge $\hat{\Pi}^{(s)k} = \bigcup_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{(s)k}$ zu finden, so dass

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{(s)k} = \tau^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{(s)k} = \frac{\tau^{(t)k}}{N^{(t)}}, \quad (3.5)$$

oder ein Set an Zuständen $\mathbf{I}^{(s)k} = \bigcup_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} I_u^{(s)k}$, so dass

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} I_u^{(s)k} = \tau^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} I_u^{(s)k} \neq \frac{\tau^{(t)k}}{N^{(t)}}. \quad (3.6)$$

Folglich lassen sich Alignmentmethoden immer dann anwenden, wenn die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten oder realisierten Zustandsänderungen von einem bekannten beziehungsweise gewünschten Zielwert abweichen. Eine Beurteilung hinsichtlich Verzerrungen sollte jedoch ausschließlich über die, auf Grundlage der Wahrscheinlichkeiten bestimmten, Erwartungswerte und nicht über die realisierten Zustände oder Zustandsänderungen erfolgen.

3.1.2 Regionalisierung von Wahrscheinlichkeiten

Unter den Begriffen *Spatial Microsimulation* und *Small Area Microsimulation* werden in der Literatur in erster Linie Methoden zur Erstellung regionalisierter Basispopulationen, oftmals unter Verwendung verschiedener Datenquellen, beschrieben (siehe bspw. Tanton, 2014; Lovelace und Dumont, 2017). Eine direkte Verbindung zu Schätzverfahren für Zustands- oder Übergangswahrscheinlichkeiten wird normalerweise nicht hergestellt. Gleichzeitig ist die Berücksichtigung der geographischen Granularität in den dynamischen Prozessen eine Voraussetzung regionalisierter Mikrosimulationen (siehe dazu Abschnitt 2.4.5).

Die Population $\mathcal{U}^{(t)}$ ist hierbei in R disjunkte Regionen $\mathcal{U}_r^{(t)}$ mit $r = 1, \dots, R$ unterteilt. Analog lässt sich die Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ in disjunkte Subpopulationen $\tilde{\mathcal{U}}_r^{(s)}$ untergliedern. Im Idealfall beinhalten die, für die Modellierung verfügbaren, Datensätze $\mathcal{D}^{(t)}$ bereits alle notwendigen Informationen, sodass diese direkt im Modell integriert werden können. In diesem Fall kann $\mathcal{D}^{(t)}$ analog zur interessierenden Population in R disjunkte Regionen $\mathcal{D}_r^{(t)}$ für $r = 1, \dots, R$ aufgeteilt werden. Bei einer ausreichend großen Anzahl an Beobachtungen innerhalb der räumlichen Einheiten (beispielsweise auf Kreis- oder Gemeindeebene) lassen sich damit auch regionalisierte Schätzungen durchführen. Die Berücksichtigung der regionalen Heterogenität kann somit durch individuelle Modelle, die Aufnahme von Regionen als fixe Parameter oder über zufällige Effekte in gemischten Modellen erfolgen (Burgard et al., 2021).

Üblicherweise sind regionale Merkmale in Surveydaten jedoch nicht in der notwendigen Feingliedrigkeit vorhanden. Selbst bei sehr großen Erhebungen wie dem MZ ist es zur Gewährleistung der statistischen Geheimhaltung in SUFs nicht möglich, regionale Differenzierungen unterhalb der Bundeslandebene (in Kombination mit der Gemeindegrößenklasse) vorzunehmen (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012). Weitere Erhebungen wie das SOEP oder pairfam beinhalten nochmals deutlich weniger Beobachtungen als der MZ (Goebel et al., 2019; Brüderl et al., 2021). Alignmentmethoden können hierbei eingesetzt werden, um trotz fehlender geographischer Informationen in den Modellierungsdaten regionalisierte Wahrscheinlichkeiten für Mikrosimulationen vorherzusagen. Die Regionalisierung entspricht dabei einem Spezialfall von Alignment mit dem Ziel, auf Grundlage globaler Modelle regionalisierte Vorhersagen zu erhalten. Grundvoraussetzung ist, dass die Totalwerte kleinräumig differenziert entsprechend der Granularität der Basispopulation vorliegen. Demnach ist die Anzahl an Personen, die zu Zeitpunkt t in Region r in Zustand Y_k sind:

$$\tau_r^{(t)k} = \sum_{i=1}^{N_r^{(t)}} \mathbb{1} \left(y_{r,i}^{(t)} = Y_k \right). \quad (3.7)$$

Eine Anpassung der Wahrscheinlichkeiten kann vorgenommen werden, wenn für Zustand Y_k in Region r Abweichungen zu den bekannten Total- oder Anteilswerten bestehen:

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}_r^{(s)}} \hat{\pi}_{r,u}^{[0](s)k} \neq \tau_r^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}_r^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}_r^{(s)}} \hat{\pi}_{r,u}^{[0](s)k} \neq \frac{\tau_r^{(t)k}}{N_r^{(t)}}. \quad (3.8)$$

In diesem Fall gilt es, ein Set an neuen Wahrscheinlichkeiten $\Pi_r^{(s)k}$ zu finden, so dass für alle $u \in \tilde{\mathcal{U}}_r$ gilt:

$$\sum_{u=1}^{\tilde{N}_r^{(s)}} \hat{\pi}_{r,u}^{(s)k} = \tau_r^{(t)k} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\tilde{N}_r^{(s)}} \sum_{u=1}^{\tilde{N}_r^{(s)}} \hat{\pi}_{r,u}^{(s)k} = \frac{\tau_r^{(t)k}}{N_r^{(t)}}. \quad (3.9)$$

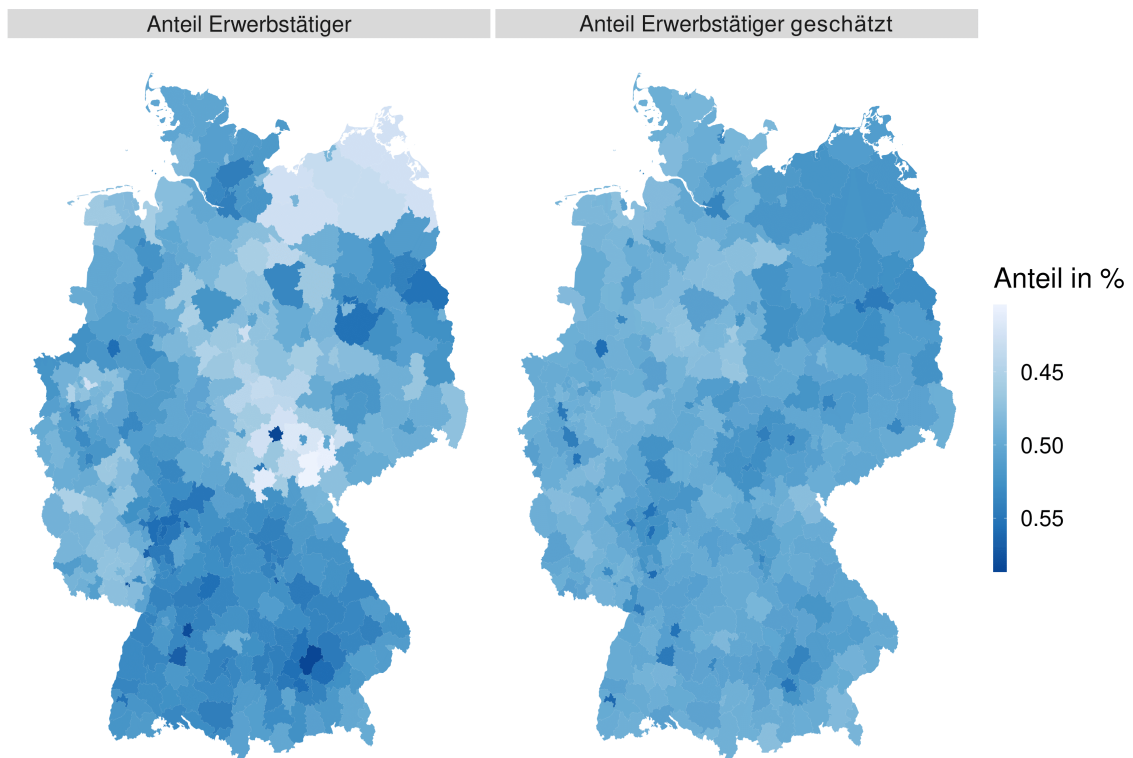


Abbildung 3.1: Stichprobenbasierte Vorhersage des Anteils Erwerbstätiger auf NUTS-3-Ebene; Schätzung auf Basis der MikroSim-Basispopulation (Münnich et al., 2021)

Die Problematik verzerrter Populationsstrukturen kann an einem einfachen Beispiel verdeutlicht werden. Dafür wird zunächst eine uneingeschränkte Zufallsstichprobe von 0,8% aus der MikroSim-Basispopulation (Münnich et al., 2020; Münnich et al., 2021) gezogen und anschließend ein logistisches Regressionsmodell mit dem

Erwerbsstatus als binäre abhängige Variable geschätzt. Auf Basis des Modells wird der Erwerbsstatus auf NUTS-3-Ebene für alle 402 Kreise und kreisfreien Städte (Stand: Ende 2011) vorhergesagt. Die linke Karte in Abbildung 3.1 zeigt den relativen Anteil an Erwerbstätigen in den NUTS-3-Regionen in der Population. Auf der rechten Karte ist der erwartete Anteil an Erwerbstätigen nach Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten durch das logistische Regressionsmodell zu sehen.

Hierbei können deutliche Differenzen der regionalen Anteilswerte ausgemacht werden. Es zeigt sich, dass die Unterschiede zwischen den NUTS-3-Regionen bei einfacher Anwendung des Modells zu gering ausfallen. So resultieren zum Beispiel im Süden Deutschlands zu wenige Regionen mit überdurchschnittlich hohem Anteil erwerbstätiger Personen. Gleichzeitig werden in anderen Bereichen, beispielsweise in Mecklenburg-Vorpommern und Thüringen, die Anteile Erwerbstätiger stark überschätzt. Im vorliegenden Beispiel wird ersichtlich, dass durch fehlende Integration regionaler Variablen im Modellierungsprozess die regionale Heterogenität unzureichend erfasst wird, was sich über ein deutlich zu homogenes Bild zeigt. Es ist zu beachten, dass eine unzureichende Berücksichtigung regionaler Heterogenität nicht zwangsläufig zu ähnlichen regionalen Anteilswerten hinsichtlich der entsprechenden Zielgröße führt, da die Wahrscheinlichkeiten Resultat des Zusammenspiels verschiedener erklärender Merkmale auf Individualebene sind.

3.2 Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten

In der Literatur werden verschiedene Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten vorgeschlagen. In Abschnitt 3.2.1 werden diese zunächst methodisch eingeordnet um anschließend in Abschnitt 3.2.2 ausgewählte Techniken näher zu beschreiben. Der Fokus wird hierbei auf Methoden gelegt, die eine direkte Anpassung der Parameter von logistischen Regressionsmodellen bezwecken.

3.2.1 Methodische Differenzierung

Alignmentmethoden lassen sich anhand unterschiedlicher Kriterien nach Art der Implementierung und Anpassungsstrategie differenzieren. Nachfolgend werden die wichtigsten Varianten näher beschrieben. Die erste Unterscheidung bezieht sich auf den Fokus der Anpassung. Dabei kann zwischen

- Parameter-Alignment und
- Ex-Post-Alignment

unterschieden werden (Bækgaard, 2002, S. 8; Li et al., 2014, S. 92). Bei Parameter-Alignment werden die geschätzten Parameter der zur Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten verwendeten Modelle $\hat{\beta}^{[0]} = (\hat{\beta}_1^{[0]}, \hat{\beta}_2^{[0]}, \dots, \hat{\beta}_p^{[0]})$ so verändert, dass die erwarteten Übergangsraten die bekannten Benchmarkwerte treffen. Die Vorhersage der Übergangswahrscheinlichkeiten lässt sich anschließend auf Grundlage der angepassten Koeffizienten $\hat{\beta}$ durchführen. Für die Generierung regionalisierter Wahrscheinlichkeiten resultiert für jedes Region r ein individuelles Set an Parametern. Bei Parameter-Alignment-Verfahren muss die Modifikation für die dynamische Simulation mindestens einmal umgesetzt werden, anschließend können die adjustierten Parameter für die weitere Simulation zur Prädiktion der Wahrscheinlichkeiten herangezogen werden.

Ex-Post-Alignment bezweckt hingegen die direkte Anpassung der bereits berechneten Wahrscheinlichkeiten oder der konkreten Zustände bzw. Zustandsänderungen. Ein bedeutender Vorteil von reinen Ex-Post-Alignment ist die Unabhängigkeit von der, für die Schätzung der Wahrscheinlichkeiten angewendeten, Methodik. So ist es unerheblich, auf Grundlage welches Verfahrens die Wahrscheinlichkeiten bestimmt wurden. Problematisch ist jedoch die Tatsache, dass die Anpassung für jede zu simulierende Periode erfolgen muss. Somit ist für jede zukünftige Periode a priori ein externer Wert festzulegen, der, nachdem keine Benchmarkwerte mehr vorhanden sind, entweder konstant gelassen oder über ein externes (Makro-)Modell fortgeschrieben werden muss. In beiden Fällen wird der eigentliche Vorteil von Mikrosimulationen, nämlich die Generierung von Werten auf Makroebene als Resultat vieler stochastischer Prozesse auf Mikroebene, untergraben. Sollen beispielsweise Geburten angepasst werden, so benötigt man Benchmarkwerte für den gesamten Simulationshorizont, die entweder als Anteils- oder Totalwerte eingebunden werden. Veränderungen der Geburten sind in der Folge nicht mehr möglich, auch wenn sich in der Population Alters- und Beziehungsstrukturen oder Ausbildungs- und Erwerbsverläufe stark verändern. Aus diesem Grund kann die Verwendung von Ex-Post-Alignmentmethoden zur Anpassung von Übergangswahrscheinlichkeiten als grundsätzlich ungeeignet eingestuft werden.

Eine weitere Differenzierung lässt sich anhand der Anpassungsstrategie vornehmen. Hierbei wird zwischen

- Mean-Alignment und
- Variance-Reduction

unterschieden (Neufeld, 2000, S. 367 f., Bækgaard, 2002, Li, 2011, S. 94 f.). Bei Mean-Alignment werden die Wahrscheinlichkeiten oder Modellparameter dahingehend angepasst, dass die erwartete Anzahl an bekannten Übergängen oder Zuständen erreicht wird. Dabei können entweder mit Parameter-Alignment-Methoden die Para-

meter oder mit Ex-Post-Alignment-Methoden die Wahrscheinlichkeit direkt so modifiziert werden, dass neue Wahrscheinlichkeiten generiert werden, die in der Lage sind, die gewünschte Häufigkeit entsprechend Gleichung 3.5 einzuhalten.

Variance-Reduction-Methoden bezwecken hingegen die Anpassung der Zustände oder Zustandsänderung (Gleichung 3.6). Morrison (2006) beschreibt das Alignment-Problem durch diese Art der Anpassung: „*The alignment problem, intimately associated with a model’s event generation algorithm, consists of choosing a subset of prospective events for whom the model event will be deemed to occur[...]*“ (Morrison, 2006, S. 2). Das Ziel ist folglich die Eliminierung der MC-Variation hinsichtlich des Totalwerts. Somit liegt der Fokus auf dem Auswahlprozess und nicht auf den Wahrscheinlichkeiten. Die meisten in der Literatur aufgeführten Verfahren lassen sich dieser Art zuordnen (Li und O’Donoghue, 2014). Entsprechend handelt es sich bei diesen Methoden gleichzeitig auch immer um Ex-Post-Alignment-Verfahren. Daher sind auch diese Methoden für die Anpassung von Übergangsraten in dynamischen Simulationen eher ungeeignet, können aber durchaus für die Simulation von Zustandsänderung ohne direkte Veränderungen der Übergangsraten herangezogen werden. Beispiele für Variance-Reduction-Methoden zur Simulation von Zuständen finden sich in Abschnitt 2.6.5.

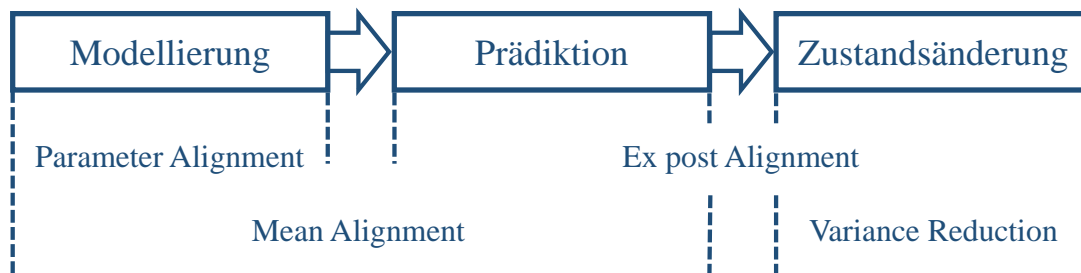


Abbildung 3.2: Verortung der Anpassungsmethoden im Simulationsprozess

Abbildung 3.2 gibt einen Überblick über die verschiedenen Arten von Alignment für dynamische Mikrosimulationen. Dabei wird ersichtlich, dass eine klare Unterscheidung anhand aller Merkmale schwierig ist: Parameter-Alignment ist grundsätzlich eine Mean-Alignment-Technik, während Variance-Reduction als Ex-Post-Alignment klassifiziert werden kann. Gleichzeitig kann Ex-Post-Alignment sowohl zu Mean-Alignment als auch zu Variance-Elimination und Mean-Alignment sowohl zu Parameter-Alignment als auch zu Ex-Post-Alignment gezählt werden.

Im Idealfall ist eine Anpassungsmethode in der Lage, die Verzerrungen auszugleichen, um die reale Verteilung nachzubilden. Da im praktischen Anwendungsfall jedoch die reale Verteilung nicht bekannt ist, ist eine direkte Evaluation kaum möglich. Stephensen (2016, S. 91) beschreibt acht wünschenswerte Eigenschaften guter Alignment-Methoden für Mikrosimulationen:

- 1.) Korrekte Anpassung
- 2.) Beibehaltung der ursprünglichen Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung
- 3.) Vermeidung von Wahrscheinlichkeiten mit dem Wert 0
- 4.) Symmetrische Formulierung
- 5.) Multinomiale Anpassung
- 6.) Gute Performance bei logistischen Regressionsmodellen
- 7.) Recheneffizienz
- 8.) Leichte Implementierbarkeit

Die korrekte Anpassung der (erwarteten) Anzahl an Zuständen oder Übergängen ist Grundvoraussetzung für jede Alignmentmethode. Sofern das nicht – zumindest annähernd – gewährleistet werden kann, ist die generelle Funktionalität fraglich. Kleinere Abweichungen, insbesondere bei komplexeren Verfahren, können durchaus vorkommen und als unproblematisch angesehen werden. Hier ist jedoch individuell zu entscheiden, ab wann eine Differenz akzeptabel ist. Diese Entscheidung muss ebenfalls getroffen werden, um den Einsatz von Anpassungsmethoden zu begründen. Unter Umständen kann es sinnvoll sein, Differenzen zum bekannten Totalwert in Kauf zu nehmen, um, beispielsweise in Form von Regularisierungen, bessere Lösungen hinsichtlich eines Zielwertes zu erreichen. Bisher gibt es keine Studien, die sich dieser Thematik widmen.

Die Beibehaltung der ursprünglichen Wahrscheinlichkeitsverteilung ist bei gleichzeitiger Erfüllung von 1.) jedoch nicht möglich, da eine Änderung im Anwendungsfall vorgenommen werden muss (andernfalls würde keine Notwendigkeit für eine Anpassung bestehen). Jedoch sollte die Verteilung weitestgehend beibehalten und nur so geringfügig wie nötig verändert werden. Zwar können Wahrscheinlichkeiten von 0 auftreten, jedoch ausschließlich in Verbindung mit unmöglichen respektive unplausiblen Zustandsänderungen.

Es sollte zudem nicht möglich sein, die Wahrscheinlichkeiten so anzupassen, dass Werte größer 1 auftreten. Dies würde implizieren, dass es sich nicht mehr um Wahrscheinlichkeiten handelt und eine Trunkierung durchzuführen ist, was wiederum zu einer Verzerrung des Erwartungswertes der Übergänge bzw. Zustände führt. Ein Beispiel für eine Anpassungsmethode, bei der Werte größer 1 auftreten können, ist die multiplikative Skalierung (bspw. Li und O'Donoghue, 2014; Morrison, 2006). Dabei werden die Wahrscheinlichkeiten mit einem Faktor ρ so angepasst, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten dem gewünschten Totalwert entspricht:

$$\hat{\pi}_u^{(s)k} = \hat{\pi}_u^{[0](s)k} \rho = \hat{\pi}_u^{[0](s)k} \frac{\tau^{(t)k}}{\sum_{u=1}^{\tilde{N}(s)} \hat{\pi}_u^{[0](s)k}}. \quad (3.10)$$

Wird beispielsweise die Anzahl an Zuständen um 50% unterschätzt, so werden alle Wahrscheinlichkeiten mit 2 multipliziert, was bei Werten über 0,5 zur Folge hat, dass Wahrscheinlichkeiten größer 1 resultieren. Wahrscheinlichkeiten mit einem Wert von 1 implizieren gleichzeitig auch, dass die Gegenwahrscheinlichkeit gleich 0 ist. Zwar ist das theoretisch möglich, wäre aber in diesem Fall als deterministische und nicht als stochastische Änderung zu verstehen (siehe dazu Abschnitt 2.6.2). So gilt es, dass jedes in der Realität mögliche Ereignis eine Wahrscheinlichkeit größer 0 hat, also auch in der Simulation eintreten kann. Das Auftreten von Wahrscheinlichkeiten von 0 oder 1 kann auch Resultat eingeschränkter Stichprobendaten sein. Dabei lässt sich zwischen strukturellen Nullen und Stichprobennullen unterscheiden. Während bei strukturellen Nullen bestimmte Merkmalskombinationen logischen Regeln folgend nicht auftreten können, beschreiben Stichprobennullen Kombinationen, die in einem Stichprobendatensatz nicht beobachtet wurden (Alfons et al., 2011). In jedem Fall ist der Grund genau zu evaluieren, um gegebenenfalls Anpassungen hinsichtlich der erklärenden Variablen oder der Modelle vorzunehmen. Sofern weder eine strukturelle Null noch eine Stichprobennull vorliegt, soll auch nach Anwendung von Alignmentverfahren keine Wahrscheinlichkeit von 0 auftreten.

Eine symmetrische Formulierung der Anpassung liegt vor, wenn eine eindeutige Lösung existiert. Fehlende Symmetrie lässt sich ebenfalls am Beispiel der multiplikativen Skalierung veranschaulichen. So resultieren bei Anpassung der Übergangswahrscheinlichkeiten für ein binäres Ereignis unterschiedliche Lösungen je nachdem ob die Wahrscheinlichkeit entsprechend Gleichung 3.10 oder die Gegenwahrscheinlichkeit $\hat{\pi}_u^{[0]c(s)k} = 1 - \hat{\pi}_u^{[0](s)k}$ über

$$\hat{\pi}_u^{c(s)k} = (1 - \hat{\pi}_u^{[0](s)k}) \frac{N^{(t)} - \tau^{(t)k}}{\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} (1 - \hat{\pi}_u^{[0](s)k})} \quad (3.11)$$

angepasst wird. Die in Abschnitt 3.2.2 beschriebenen Verfahren erfüllen die Anforderung der Symmetrie.

Darüber hinaus wird es als wünschenswert angesehen, dass Methoden nicht nur bei binären, sondern auch bei multinomialen Modellen anwendbar sind. Eine Vielzahl beschriebener Alignmentmethoden beziehen sich ausschließlich auf binäre Zustandsänderungen (Li et al., 2014). Bækgaard (2002) schlägt deshalb vor, ein J -dimensionales Anpassungsproblem in $J-1$ binäre Anpassungsprobleme zu übersetzen. Dadurch lassen sich binäre Anpassungsmethoden indirekt auf multinomiale Problemstellungen übertragen.

Dass die Anpassungsmethoden eine gute Performance in Kombination mit logistischen Regressionsmodellen aufweisen sollen, ist darin begründet, dass diese Art der Modellierung weitestgehend Standard für die Schätzung von Zustands- und Übergangswahrscheinlichkeiten in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen ist (u. a.

Stephensen, 2016; Münnich et al., 2021). Hier ist jedoch zu beachten, dass durchaus auch Probit-Linkfunktionen sowie andere Arten der Modellierung (bspw. CTREEs) in dynamischen Mikrosimulationsmodellen angewendet werden (u. a. Rasmussen et al., 2013; Wolf, 2001).

Weiterhin ist die Effizienz bezüglich der Rechenzeit ein zentraler Faktor. Insbesondere bei Simulationen auf großen Basispopulationen oder mit einer umfangreichen Simulationsstruktur kann die zeitliche Komponente ausschlaggebend für die Umsetzbarkeit von Anpassungsverfahren sein.

Zuletzt wird die einfache Implementierung genannt. Dabei ist es für die Akzeptanz und Anwendung in der Praxis von großer Bedeutung, dass Methoden intuitiv und ohne größeren Aufwand in bestehende Simulationsstrukturen integriert werden können.

3.2.2 Parameter-Alignment-Verfahren

Für dynamische Mikrosimulationen gibt es eine Vielzahl verschiedener Methoden zur Anpassung von Übergängen beziehungsweise Zuständen und (Übergangs-)Wahrscheinlichkeiten, wobei die meisten Verfahren auf binäre Variablen zugeschnitten sind. Beispiele zu verschiedenen Techniken finden sich unter anderem in Bækgaard (2002), Morrison (2006), Klevmarken (2008), Li et al. (2014), Stephensen (2016) und Burgard et al. (2021). Auch wenn Alignment in Mikrosimulationen häufig zum Einsatz kommt, so finden konkrete Informationen zu den angewendeten Methoden nur selten Eingang in Modellbeschreibungen und Methodenberichte.

Wie bereits beschrieben eignen sich viele Ex-Post- und Variance-Elimination-Methoden in der Praxis nur sehr eingeschränkt um Differenzen zu bekannten Werten auszugleichen, da für jede simulierte Periode feste Benchmarkwerte benötigt werden. Eine Anwendung dieser Methoden zur ausschließlichen Reduktion der Monte-Carlo-Variation hinsichtlich der Gesamtzahl an Übergängen kann in Kombination mit Mean-Alignment jedoch durchaus sinnvoll eingesetzt werden (siehe Abschnitt 2.6.5).

Im Folgenden beschränkt sich die Betrachtung ausschließlich auf Parameter-Alignment-Methoden, bei denen über die Modifikation von Modellparametern Wahrscheinlichkeiten so angepasst werden, dass im Erwartungswert bekannte Total- oder Anteilswerte eingehalten werden können. Genauer beschrieben werden die folgenden Techniken: Logit-Scaling (LS), Constrained Parameter Alignment (CPA) und Constrained Maximum Likelihood (CML).

3.2.2.1 Logit Scaling

Dass eine klare Trennung zwischen Parameter- und Ex-Post-Alignmentmethoden nicht immer möglich ist, zeigt Stephensen (2016) am Beispiel des Logit-Scaling (LS). Dabei handelt es sich um die sequenzielle Anpassung der Wahrscheinlichkeiten mittels iterativer proportionaler Anpassung (IPF), bis der gewünschte Benchmarkwert erreicht wird (Deming und Stephan, 1940). $\mathbf{\Pi}^{(s)k} = \{\pi_1^{(s)k}, \dots, \pi_{\tilde{N}^{(s)}}^{(s)k} | u = 1, \dots, \tilde{N}^{(s)}; k = 1, \dots, J\}$ sei die gemeinsame diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände und Einheiten der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^{(s)}$ und $\hat{\mathbf{\Pi}}^{[0](s)k}$ die Anfangsverteilung, die über ein (multinomiales) Logit-Modell geschätzt wurde. Hierbei entspricht $\hat{\pi}_u^{[0](s)k}$ dem Ausgangswert für Person u . Ziel ist es, eine neue Wahrscheinlichkeitsverteilung $\hat{\mathbf{\Pi}}^{(s)k}$ zu finden, die zum einen den externen Benchmark einhält und zum anderen die Verteilung möglichst gering verändert. Die Differenz zwischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird über die Kullback-Leibler-Divergenz (bzw. relative Entropie) zwischen $\hat{\mathbf{\Pi}}^{[0](s)k}$ und $\hat{\mathbf{\Pi}}^{(s)k}$ berechnet (Kullback und Leibler, 1951; Stephensen, 2016):

$$d^{KL} \left(\hat{\mathbf{\Pi}}^{(s)k} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}^{[0](s)k} \right) = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \sum_{k=1}^J \hat{\pi}_u^{(s)k} \log \left(\frac{\hat{\pi}_u^{(s)k}}{\hat{\pi}_u^{[0](s)k}} \right). \quad (3.16)$$

Entsprechend lässt sich das folgende Minimierungsproblem formulieren:

$$\begin{aligned} \min_{\pi_1^{(s)1}, \dots, \pi_1^{(s)J}, \dots, \pi_{\tilde{N}^{(s)}}^{(s)1}, \dots, \pi_{\tilde{N}^{(s)}}^{(s)J}} & \left\{ d^{KL} \left(\mathbf{\Pi}^{(s)k} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}^{[0](s)k} \right) \right\} \\ \text{s.t.} & \left| \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \pi_u^{(s)k} - \tau^{(t)k} \right| < \epsilon^k, k = 1, \dots, J. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Individuen der Basispopulation bekommen anschließend die angepassten Übergangswahrscheinlichkeiten zugewiesen. Die iterative Anpassung der Wahrscheinlichkeiten beschreibt Stephensen (2016) anhand eines bi-proportionalen Skalierungsalgorithmus entsprechend Algorithmus 3. Dabei werden in jeder Iteration erst die Wahrscheinlichkeiten für jeden Zustand Y_k individuell multiplikativ angepasst. Um zu verhindern, dass für die Summe der individuellen Wahrscheinlichkeiten oder einzelne Wahrscheinlichkeiten Werte größer als 1 auftreten, werden anschließend die Wahrscheinlichkeiten normiert, sodass $\sum_{k=1}^J \hat{\pi}_u^{(s)k} = 1$.

Das beschriebene Vorgehen entspricht zunächst eindeutig einem Ex-Post-Verfahren, da die Anpassung auf Grundlage der bereits vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten erfolgt. Somit ist es unbedeutend, auf welche Art, die Wahrscheinlichkeiten berechnet wurden, bzw. ob überhaupt parametrische Modelle zugrunde liegen. Die gleichzeitige Klassifizierung als Parameter-Alignment kann ausschließlich dann vor-

genommen werden, wenn den Wahrscheinlichkeiten (multinomiale) logistische Regressionsmodelle zugrundeliegen. In diesen Fällen kommt die Anpassung über IPF – bzw. die Lösung des Minimierungsproblems in Gleichung 3.17 – einer Modifizierung des Achsenabschnitts (bzw. Intercepts) gleich. Somit lässt sich bei binären Logit-Modellen die modifizierte Wahrscheinlichkeit durch

$$\hat{\pi}_u^{(s)k} = \frac{e^{\mathbf{x}'_u \hat{\beta} + \omega}}{1 + e^{\mathbf{x}'_u \hat{\beta} + \omega}} \quad (3.18)$$

bestimmen, mit ω als Anpassungsterm des Achsenabschnitts, der zur Einhaltung des Totalwerts führt. Im binären Fall kann der Anpassungsterm wie folgt aus einer beliebigen ursprünglichen $\left(\hat{\pi}_u^{[0](s)k}\right)$ und angepassten Wahrscheinlichkeit $\left(\hat{\pi}_u^{(s)k}\right)$ berechnet werden:

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\log \left(\frac{\hat{\pi}_u^{(s)k}}{1 - \hat{\pi}_u^{(s)k}} \right) - \log \left(\frac{\hat{\pi}_u^{[0](s)k}}{1 - \hat{\pi}_u^{[0](s)k}} \right) \right). \quad (3.19)$$

Für multinomiale Modelle werden für jeden der J Zustände individuelle Anpassungswerte berechnet (Stephensen, 2016):

$$\omega_k = \log \left(\frac{\hat{\pi}_u^{(s)k}}{\hat{\pi}_u^{[0](s)k}} \right) - \frac{1}{J} \sum_{k=1}^J \log \left(\frac{\hat{\pi}_u^{(s)k}}{\hat{\pi}_u^{[0](s)k}} \right). \quad (3.20)$$

Da bei J Ausprägungen $J - 1$ Werte für den Achsenabschnitt geschätzt werden, kann bei der Anpassung der Koeffizienten für die Intercepts der Wert $\omega_k^* = (\omega_k - \omega_1)$ aufaddiert werden, falls Y_1 als Referenzkategorie dient.

Algorithmus 3 Logit-Scaling

- 1: Setze $\hat{\pi}_u^{(s)k} = \hat{\pi}_u^{[0](s)k}$ für $k = 1, \dots, J$
 - 2: **while** $\left| \sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{(s)k} - \tau^{(t)k} \right| \geq \epsilon^k$ für $Y_k \in \mathcal{Y}$ **do** Bis Differenz kleiner ϵ^k ist :
 - 3: $\hat{\pi}_u^{*(s)k} = \hat{\pi}_u^{(s)k} \tau^{(t)k} \left(\sum_{u=1}^{\tilde{N}^{(s)}} \hat{\pi}_u^{(s)k} \right)^{-1}$ Multiplikative Anpassung der Spalten
 - 4: $\hat{\pi}_u^{(s)k} = \hat{\pi}_u^{*(s)k} \left(\sum_{k=1}^J \hat{\pi}_u^{*(s)k} \right)^{-1}$ Multiplikative Anpassung der Zeilen
 - 5: **end while**
 - 6: **end**
-

Entsprechend der Einteilung in Abbildung 3.2 kann die Methode zur Modifikation des Intercepts im Prozess der Modellierung angewendet werden. Gleich-

zeitig lassen sich auch Wahrscheinlichkeiten, unabhängig der Schätzmethode, direkt anpassen. Somit stellt Logit Scaling sowohl eine Parameter- als auch eine Ex-Post-Alignmentmethode dar. Diese Einordnung und Anwendung ist demnach davon abhängig, an welcher Stelle im Simulationsprozess die Methode eingesetzt wird.

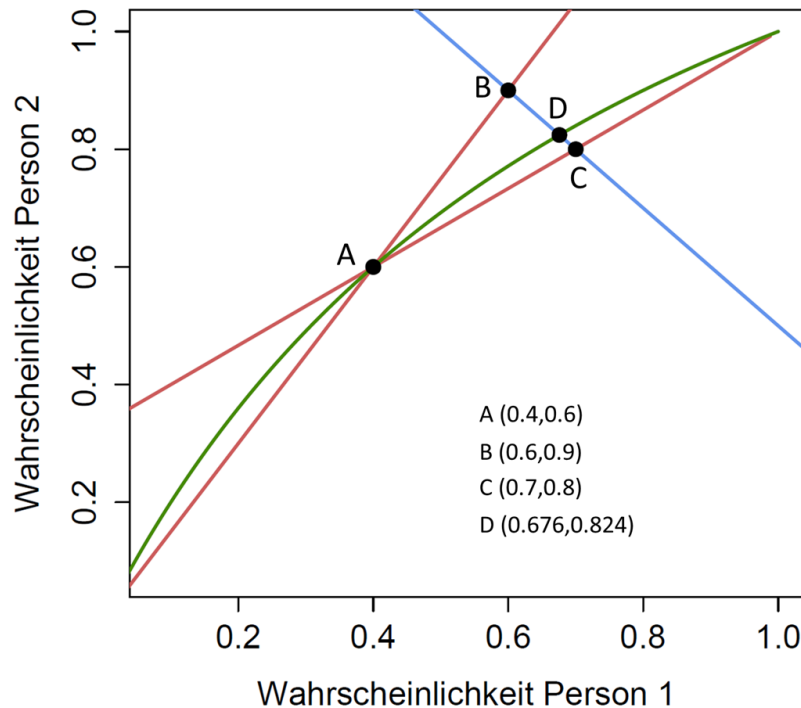


Abbildung 3.3: Anpassung von Wahrscheinlichkeiten über Logit-Scaling (in Anlehnung an Stephensen, 2016)

Der Vorteil dieser Anpassung gegenüber multiplikativer Skalierung lässt sich an einem einfachen Beispiel anhand von Abbildung 3.3 verdeutlichen. Gegeben seien zwei Wahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_1^1 = 0,4$ und $\hat{\pi}_2^1 = 0,6$ für zwei fiktive Personen. Die erwartete Anzahl der Zustände Y_1 ist somit 1. Nun sollen die Wahrscheinlichkeiten so angepasst werden, dass ein Totalwert von 1,5 erzielt wird. Alle möglichen Kombinationen an Wahrscheinlichkeiten, die dieses Ziel erfüllen, sind über die blaue Linie gekennzeichnet. Bei multiplikativer Anpassung der Wahrscheinlichkeiten resultieren die Werte

$$\hat{\pi}_1^1 = 0,4 \cdot \frac{1,5}{1} = 0,6; \quad \hat{\pi}_2^1 = 0,6 \cdot \frac{1,5}{1} = 0,9$$

und bei Anpassung der Gegenwahrscheinlichkeiten

$$\hat{\pi}_1^2 = 1 - 0,6 \cdot \frac{0,5}{1} = 0,7; \quad \hat{\pi}_2^2 = 1 - 0,4 \cdot \frac{0,5}{1} = 0,8.$$

Durch die zwei unterschiedlichen Sets an Wahrscheinlichkeiten, welche beide die Benchmarks einhalten, zeigt sich das Problem der fehlenden Symmetrie bei multiplikativer Skalierung. Die roten Linien geben die resultierenden Wahrscheinlichkeiten bei Veränderung des Totalwertes an. Daran lässt sich erkennen, dass bei größeren Benchmarkwerten auch Wahrscheinlichkeiten über 1 auftreten können (im vorliegenden Beispiel bei Totalwerten ab $1,6$). Im Vergleich dazu ergibt sich bei LS der Punkt D auf der Blauen geraden. Zudem ist zu erkennen, dass die Steigung der grünen Linie, welche die Anpassung über LS verdeutlicht, abnimmt und bei $(1,1)$ gleich 0 ist, wodurch die maximale entstehende Wahrscheinlichkeit bei 1 liegt.

3.2.2.2 Constraint Parameter Alignment

Da Logit-Scaling aufgrund der einfachen Umsetzung über die algorithmische Anpassung von Wahrscheinlichkeiten umgesetzt werden kann, wird dieses Verfahren meist nicht als Parameter-Alignment-Methode eingeordnet. Im Gegensatz dazu lässt sich Constraint Parameter Alignment (CMA) eindeutig dieser Klasse zuordnen. Die Anwendung dieser Methode im Bereich von Mikrosimulationen wird von Klevmarken (2008) beschrieben.

Das Ziel der Methode liegt in der möglichst geringen Veränderung der geschätzten Modellparameter $\hat{\beta}$. Zur Messung der Differenz hinsichtlich der Parameter wird die quadrierte Mahalanobis-Distanz herangezogen (Mahalanobis, 1936). Grundsätzlich lassen sich auch alternative Distanzmaße (bspw. die Euklydische Distanz) heranziehen, der bedeutende Vorteil der Mahalanobis-Distanz liegt jedoch in der Berücksichtigung der Varianz-Kovarianz-Matrix der Koeffizienten (Σ). Dadurch wird nicht nur die Variation der einzelnen Koeffizienten, sondern auch der Zusammenhang zwischen den Koeffizienten in die Berechnung einbezogen. Die Anpassung der Parameter kann folglich als Minimierungsproblem mit Nebenbedingungen formuliert werden:

$$\begin{aligned} \min_{\beta} & \left(\beta - \hat{\beta} \right)' \hat{\Sigma}^{-1} \left(\beta - \hat{\beta} \right) & (3.21) \\ \text{s.t.} & \left| \sum_{u \in \tilde{\mathcal{U}}} \hat{\pi}_u^{(s)k} - \tau^{(t)k} \right| \leq \epsilon^k, k = 1, \dots, J, \end{aligned}$$

mit $\epsilon^k \in \mathbb{R}_0^+$ als zugelassener Abweichung, $\hat{\Sigma}$ als geschätzter Varianz-Kovarianz-Matrix der Koeffizienten und $\hat{\pi}_u^{(s)k}$ als Wahrscheinlichkeit für Person u , die unter Verwendung der Parameter berechnet wurde. Zur Lösung der Gleichung können nichtlineare Optimierungsmethoden wie Sequential Quadratic Programming (Kraft, 1994) oder der Nelder-Mead- bzw. Downhill-Simplex- Algorithmus (Nelder und Mead, 1965) angewendet werden.

3.2.2.3 Constraint Maximum Likelihood

Die folgende Alignment-Methode kann als Spezialfall der Constraint Maximum Likelihood (CML) Schätzung verstanden werden (Dong und Wets, 2000; Chatterjee et al., 2016; Burgard et al., 2021). Grundsätzlich basiert die Schätzung von Modellkoeffizienten in GLMs auf der Maximierung der Likelihood-Funktion bzw. auf der Minimierung der negativen Likelihood-Funktion. Diese wird im Folgenden durch zusätzliche Nebenbedingungen zur Einhaltung der externen Benchmarkwerte erweitert. Das bedeutet, die negative Log-Likelihood Funktion wird minimiert, während gleichzeitig der Ergebnisraum so beschränkt wird, dass die Nebenbedingungen erfüllen sind. Die zugrundeliegende Idee ist es, die wahrscheinlichste Parameterkombination zu identifizieren, die gleichzeitig in der Lage ist, Wahrscheinlichkeiten vorherzusagen, die den bekannten Totalwert treffen. Im Gegensatz zu den bereits beschriebenen Methoden ist die Anpassung der Übergangswahrscheinlichkeiten hier direkt in den Prozess der Parameterschätzung eingebunden.

Die zu minimierende negative Log-Likelihood-Funktion für logistische Regressionsmodelle ist

$$-LL(\beta) = - \sum_{i=1}^{n^{(t)}} \sum_{k=1}^J \left[\mathbb{1} \left(y_i^{(t)} = Y_k \right) \log \left(\hat{\pi}_i^{(t)k} \right) \right] \quad (3.22)$$

wobei $\hat{\pi}_i^{(t)k}$ der, auf Basis der Koeffizienten berechneten, Wahrscheinlichkeit für die i -te Person des Modellierungsdatensatzes $\mathcal{D}^{(t)}$ entspricht, in Zustand Y_k zu sein. Somit ergibt sich das folgende Minimierungsproblem:

$$\min_{\beta} -LL(\beta) \quad \text{s.t.} \quad \sum_{u \in \tilde{\mathcal{U}}} \left| \hat{\pi}_u^{(s)k} - \tau^{(t)k} \right| \leq \epsilon^k, k = 1, \dots, J, \quad (3.23)$$

wobei die Wahrscheinlichkeiten für die Individuen der Basispopulation $\hat{\pi}_u^{(s)k}$ und der Modellierungsdaten $\hat{\pi}_i^{(t)k}$ unter Verwendung der Koeffizienten β vorhergesagt werden.

Die Lösung der Gleichung 3.23 führt zu den Parametern, die den geringsten $-LL$ -Wert aufweisen, während gleichzeitig der Benchmarkwert $\tau^{(t)k}$ – bis auf die erlaubte Abweichung ϵ^k – getroffen wird. Burgard et al. (2021) zeigen, dass es sich im vorliegenden Fall für $\epsilon^k > 0$ um ein penalisiertes Maximum-Likelihood-Problem handelt und die Schätzung unter bestimmten Voraussetzungen konsistent ist. Zur Minimierung der Funktion können ebenfalls nichtlineare Optimierungsmethoden wie Sequential Quadratic Programming (Kraft, 1994) oder der Downhill-Simplex-Algorithmus (Nelder und Mead, 1965) verwendet werden.

3.2.3 Anwendungsbeispiel für Parameter-Alignment

Bei linearen Regressionsmodellen führen CPA und CML zu den gleichen Ergebnissen, bei nichtlinearen Modelle wie im vorliegenden Fall können aber durchaus unterschiedliche Ergebnissen resultieren. Das bedeutet, die Parameter, die zum größten Likelihood-Wert führen, unterscheiden sich von den Parametern, welche die geringste Mahalanobis-Distanz aufweisen. Ebenso können Differenzen zu LS auftreten, also zu der Lösung, mit der geringsten relativen Entropie.

Die unterschiedlichen Wirkungsweisen der Methoden lassen sich an einem konkreten Beispiel verdeutlichen. Dafür wird aus dem MZ SUF 2012 (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012) eine Stichprobe vom Umfang $n = 1.000$ gezogen. Auf Basis der Stichprobe wird ein Logit-Regressionsmodell für Erwerbstätigkeit (1: Erwerbstätig, 0: Nicht erwerbstätig) geschätzt, um anschließend auf Basis des Modells den Erwerbsstatus auf dem gesamten MZ vorherzusagen. Es wird angenommen, dass die Anzahl der Erwerbstätigen um 10% über der geschätzten Anzahl liegt, die auf Basis des Stichprobenmodells prognostiziert wird. Für die Anpassung der Modelle werden die vorgestellten Methoden LS, CPA und CML eingesetzt.

Die resultierenden Modelle werden in Tabelle 3.2 zusammengefasst. In der ersten Spalte finden sich die unveränderten, auf Basis der gezogenen Stichprobe geschätzten, Koeffizienten. In den weiteren Spalten sind die über LS, CPA und CML angepassten Koeffizienten aufgeführt. Zur Varianzschätzung für die Koeffizienten wurden für LS, CPA und CML parametrische Bootstrap-Verfahren verwendet (Reynolds und Templin, 2004; Zoubir und Iskander, 2004; Burgard et al., 2021). Es lässt sich direkt erkennen, dass die Verfahren zu deutlich unterschiedlichen Koeffizienten führen. Im Gegensatz zu CPA und CML unterscheidet sich bei LS lediglich der Achsenabschnitt während alle weiteren Koeffizienten im Vergleich zum einfachen Stichprobenmodell unverändert bleiben. CPA und CML führen hingegen zu Modifikationen aller Koeffizienten.

Neben den Koeffizienten sind in Tabelle 3.2 auch die Zielwerte der jeweiligen Anpassungsfunktionen angegeben, deren Betrachtung die Funktionalität der Methoden entsprechend der jeweiligen Zielfunktion belegt. LS führt zur geringsten relativen Entropie, CPA zur geringsten Mahalanobis-Distanz und CML zum größten Likelihood-Wert. Bemerkenswert ist, dass jeder einzelne Koeffizient bei CPA weiter von den ursprünglichen Koeffizienten entfernt liegt, als bei LS und CML, obwohl die Zielfunktion direkt auf eine Minimierung der Distanz der Parameter abzielt. Dies scheint auf den ersten Blick kontraintuitiv, liegt aber an der Multiplikation mit der inversen geschätzten Varianz-Kovarianz-Matrix des Stichprobenmodells $\hat{\Sigma}^{-1}$, welche nicht nur den gewichteten Abstand der angepassten zu den ursprünglichen Koeffizienten sondern auch die Korrelation zwischen den Koeffizienten untereinander

berücksichtigt. Dadurch kann die Veränderung eines einzelnen Koeffizienten zu einer größeren Distanz führen als die Veränderung aller Koeffizienten, auch wenn die Modifikation des einzelnen Koeffizienten geringer ausfällt.

Das Beispiel verdeutlicht die unterschiedlichen Herangehensweisen der Verfahren. Neben der Einhaltung des gewünschten Totalwerts weisen LS, CPA und CML allesamt durchaus wünschenswerte Eigenschaften von Alignmentverfahren auf (siehe dazu die Aufzählung in Abschnitt 3.2.1). Dennoch lässt sich daraus keine direkte Bewertung der Methoden ableiten.

Tabelle 3.2: Beispiel zu Parameter-Alignment-Verfahren; Datenbasis: MZ SUF 2012; Schätzung bei einmaliger Ziehung einer Stichprobe ($n = 1.000$); Varianzschätzungen bei LS, CPA und CML basieren auf nichtparameterischen Bootstrap-Verfahren

	Stichprobe	LS	CPA	CML
Alter	0,4045*** (0,0363)	0,4045*** (0,0366)	0,3558*** (0,0354)	0,3744*** (0,0374)
Alter ²	-0,0051*** (0,0004)	-0,0051*** (0,0004)	-0,0045*** (0,0004)	-0,0047*** (0,0004)
Weiblich	-0,4864** (0,1806)	-0,4864** (0,1955)	0,4462** (0,1815)	-0,4634** (0,1831)
Bildung mittel	0,7048** (0,2259)	0,7048** (0,2411)	0,6484** (0,2346)	0,6720** (0,2562)
Bildung hoch	1,8104*** (0,3011)	1,8104*** (0,3121)	1,6798*** (0,3284)	1,7309*** (0,3151)
Intercept	-6,4019*** (0,7130)	-5,91897*** (0,7169)	-5,1191*** (0,7051)	-5,4070*** (0,7101)
Beobachtungen		1.000		
Log-Likelihood	-398,984	-413,208	-412,991	-412,718
Mahalanobis-Dist.	0	29,737	26,996	27,476
Rel. Entropie	0	24663,813	26002,899	25313,718

In Klammern: Standardabweichung

* $p < 0,1$; ** $p < 0,05$; *** $p < 0,01$

3.3 Simulationsstudien

In diesem Abschnitt wird die Wirkungsweise der vorgestellten Anpassungsmethoden in verschiedenen Simulationsstudien umfassend analysiert. Dafür erfolgt zunächst eine Überprüfung der Funktionalität bei variierenden Stichprobenumfängen der Modellierungsdaten (Abschnitt 3.3.1). Im Weiteren werden disproportionale Ziehungen hinsichtlich ausgewählter exogener (Abschnitt 3.3.2) sowie der endogenen Variablen (Abschnitt 3.3.3) implementiert. Darüber hinaus werden Analysen unter Berücksichtigung weiterer Unsicherheitsquellen bei geschätzten Totalwerten (Abschnitt 3.3.4) und stichprobenbasierten Basispopulationen (Abschnitt 3.3.5) durchgeführt. Im Rahmen einer designbasierten Simulationsstudie wird die Eignung der Anpassungsmethoden zur Schätzung regionalisierter Wahrscheinlichkeiten in Abschnitt 3.3.6 betrachtet. Zum Zwecke der Übersichtlichkeit wird auf eine zeitliche Indizierung nachfolgend verzichtet.

3.3.1 Unterschiedliche Stichprobengrößen

Die folgende Simulationsstudie fokussiert sich auf die klassische Problematik der Schätzung von Wahrscheinlichkeiten für Mikrosimulationen deren Basispopulationen (synthetischen) Grundgesamtheiten entsprechen. Während die Zustände der erklärenden Variablen als bekannt angenommen werden, sind Wahrscheinlichkeiten für Zustände oder Zustandsänderung auf Grundlage externer Stichprobendaten zu schätzen. Dafür werden in verschiedenen Szenarien uneingeschränkte Zufallsstichproben unterschiedlicher Größe gezogen, um darauf Modelle für die Ergänzung von Zuständen zu schätzen. Anschließend wird untersucht, inwieweit es den Anpassungsmethoden gelingt, Verbesserungen bei der Schätzung der Parameter und der Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten zu erzielen.

Simulationsaufbau

Zur Untersuchung der Anpassungsmethoden wird eine Simulationsstudie mit $M = 500$ Durchläufen ausgeführt. Als Grundgesamtheit \mathcal{U} dient der MZ SUF 2012 (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012). Für jeden Simulationsdurchlauf $m = 1, \dots, M$ wird eine Stichprobe \mathcal{D}^m aus der Population \mathcal{U} gezogen, um darauf binäre sowie multinomiale Logit-Regressionsmodelle zu schätzen. Anschließend werden auf Grundlage der Modelle Wahrscheinlichkeiten für alle Individuen in der Grundgesamtheit vorhergesagt. Im vorliegenden Fall wird angenommen, die dass die Basispopulation der Grundgesamtheit entspricht, somit gilt: $\tilde{\mathcal{U}} = \mathcal{U}$. Als abhängige Variablen werden zum einen der Erwerbsstatus als dichotome Variable ($y^{1,bin}$; 0: Nicht erwerbstätig, 1: Erwerbstätig) und als polytome

Variable ($y^{1.pol}$; 1: Erwerbstätig, 2: Erwerbslos oder arbeitssuchend, 3: Nichterwerbsperson) und zum anderen Pflegebedürftigkeit als dichotome Variable ($y^{2.bin}$; 0: Nicht Pflegebedürftig, 1: Pflegebedürftig) und als polytome Variable ($y^{2.pol}$; 1: Nicht pflegebedürftig, 2: Pflegestufe 1, 3: Pflegestufe 2/3) herangezogen. Als erklärende Variablen für die Modellierung der Erwerbstätigkeit werden Alter, Alter², Geschlecht (1: Männlich, 2: Weiblich) und Bildung (1: Niedrig [ISCED 1 und 2], 2: Mittel [ISCED 3 und 4], 3: Hoch [ISCED 5 und 6]) aufgenommen. Zur Modellierung der Pflegebedürftigkeit wird anstelle des Geschlechts der Beziehungsstatus (0: Nicht verheiratet, 1: Verheiratet) eingebunden. Die abhängigen Variablen der nachfolgenden Simulationsstudien sind in Tabelle 3.3 aufgeführt.

Tabelle 3.3: Überblick: Endogene Variablen

	Beschreibung	Ausprägungen
$y^{1.bin}$	Erwerbstätigkeit binär	0: Nicht erwerbstätig; 1: Erwerbstätig
$y^{1.pol}$	Erwerbstätigkeit polytom	1: Erwerbstätig; 2: Erwerbslos/arbeitssuchend; 3: Nichterwerbsperson
$y^{2.bin}$	Pflegebedürftigkeit binär	0: Nicht Pflegebedürftig; 1: Pflegebedürftig
$y^{2.pol}$	Pflegebedürftigkeit polytom	1: Nicht Pflegebedürftig; 2: Pflegestufe 1 3: Pflegestufe 2/3

Tabelle 3.4: Regressionsmodelle für Erwerbstätigkeit; Datenbasis: MZ SUF 2012

	Binäres Logit Modell		Multinomiales Logit Modell	
	Erwerbstätig	Erwerbslos	Nichterwerbsperson	
Alter	0,3688*** (0,0017)	-0,0184*** (0,0008)	0,4200*** (0,0006)	
Alter ²	-0,0047*** (0,0000)	0,0001*** (0,0000)	0,0053*** (0,0000)	
Weiblich	-0,5479*** (0,0089)	-0,0425*** (0,0010)	0,6980*** (0,0091)	
Bildung: Mittel	0,7021*** (0,0113)	-0,9053*** (0,0006)	-0,6515*** (0,0069)	
Bildung: Hoch	1,3614*** (0,0143)	-1,7640*** (0,0002)	-1,2781*** (0,0046)	
Intercept	-5,6549*** (0,0314)	-1,3529*** (0,0000)	6,1387*** (0,0000)	
Beobachtungen	399.712		399.712	
Log-Likelihood	-162.560,5000		-195.368,2000	

In Klammern: Standardabweichung

*p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Das Vorgehen entspricht im Grundsatz einer designbasierten Simulation, jedoch wird der funktionale Zusammenhang zwischen den exogenen Variablen und der endogenen Variable im Vorfeld, analog zu modellbasierten Simulationen, festgelegt. Dafür werden die auf dem gesamten MZ SUF 2012 geschätzten Koeffizienten in jedem Simulationsdurchlauf verwendet, um allen Personen die Zustände in jedem Simulationsdurchlauf entsprechend der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten über die Inversionsmethode (siehe dazu Abschnitt 2.6.5) zuzuweisen. Somit existiert für jeden Simulationsdurchlauf m eine Realisation der abhängigen Variable y^m . Tabelle 3.4 zeigt die, den individuellen Wahrscheinlichkeiten zugrundeliegenden, Modellkoeffizienten für die Erwerbstätigkeit und Tabelle 3.5 die Koeffizienten für den Pflegestatus. Die Grundgesamtheit \mathcal{U} umfasst insgesamt 399.712 Individuen ab 15 Jahren.

Tabelle 3.5: Regressionsmodelle für Pflegebedürftigkeit; Datenbasis: MZ SUF 2012

	Binäres Logit Modell	Multinomiales Logit Modell	
	Pflegebedürftig	Pflegestufe 1	Pflegestufe 2/3
Alter	-0,0385*** (0,0048)	-0,0194*** (0,0009)	-0,0636*** (0,0006)
Alter ²	0,0010*** (0,0000)	0,0008*** (0,0000)	0,0012*** (0,0000)
Verheiratet	-0,6478*** (0,0280)	-0,7576*** (0,0000)	-0,5318*** (0,0000)
Bildung: Mittel	-0,4685*** (0,0271)	-0,4194*** (0,0010)	-0,5184*** (0,0096)
Bildung: Hoch	-0,8256*** (0,0428)	-0,7692*** (0,0010)	-0,8816*** (0,0096)
Intercept	-5,1829*** (0,1426)	-6,8440*** (0,0003)	-5,0973*** (0,0011)
Beobachtungen	399.712	399.712	
Log Likelihood	-27.486,5495	-32.598,5598	

In Klammern: Standardabweichung

*p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Für die Schätzung der individuellen Wahrscheinlichkeiten innerhalb jedes Simulationsdurchlaufs werden die Koeffizienten einmal über ein einfaches (multinomiales) Logit-Modell auf der Stichprobe \mathcal{D}^m und einmal unter Verwendung der vorgestellten Anpassungsmethoden (LS, CPA, CML) vorhergesagt. Darüber hinaus werden zum Vergleich auch die Wahrscheinlichkeiten durch multiplikative Skalierung angepasst. In diesem Fall resultieren unterschiedliche Ergebnisse für die Anpassung der Wahrscheinlichkeiten (MS1) und Gegenwahrscheinlichkeiten (MS2). Hierbei kann es, wie

bereits beschrieben, dazu kommen, dass Werte größer als 1 resultieren, die wiederum bei 1 abgeschnitten werden, was zu Differenzen zu den bekannten Benchmarkwerten führt.

Für die Simulation werden in fünf Szenarien Stichproben unterschiedlicher Größe aus \mathcal{U} gezogen. Die Stichprobenumfänge für die Vorhersage des Erwerbsstatus betragen 4%, 2%, 1%, 0,5% und 0,25% und für die Vorhersage der Pflegebedürftigkeit 8%, 4%, 2%, 1% und 0,5% der Grundgesamtheit. Die Ziehung der Stichproben erfolgt mittels uneingeschränkter Zufallsauswahl (Simple Random Sampling: SRS). Grund für den größeren Stichprobenumfang bei Modellierung der Pflegebedürftigkeit liegt im geringen Anteil pflegebedürftiger Personen von 1,86% in der Population, was einen gewissen Umfang an Beobachtungen für die Modellierung notwendig macht. Tabelle 3.6 gibt einen Überblick über alle verwendeten Szenarien mit den dazugehörigen Stichprobenumfängen.

Tabelle 3.6: Szenarien: Unterschiedliche Stichprobengrößen

	Erwerbsstatus		Pflegebedürftigkeit	
	n/N	n	n/N	n
Szenario 1	0,04	16.000	0,08	32.000
Szenario 2	0,02	8.000	0,04	16.000
Szenario 3	0,01	4.000	0,02	8.000
Szenario 4	0,005	2.000	0,01	4.000
Szenario 5	0,0025	1.000	0,005	2.000

Zur Beurteilung der angepassten Koeffizienten wird zunächst der Likelihood-Wert herangezogen. Da die Maximierung der Log-Likelihood-Funktion die Grundlage zur Schätzung von (logistischen) Regressionsmodellen darstellt, eignet sich dieser Wert ebenso für die Bewertung der geschätzten Koeffizienten. Je größer der Likelihood-Wert eines Modells, desto besser passen die Koeffizienten demnach auf die Daten. Auf den Modellierungsdaten liefern die Koeffizienten bzw. Wahrscheinlichkeiten des unangepassten Modells grundsätzlich auch den höchsten Likelihood-Wert. Das bedeutet, dass keine Kombination an Parametern existiert, die eine bessere Anpassung an die Daten liefert. Hierbei sei anzumerken, dass grundsätzlich funktionale Transformationen existieren können, die zu besseren Lösung führen können, beispielsweise über Splinefunktionen oder Polynome höherer Ordnung (Wood, 2017). Im vorliegenden Fall kann der funktionale Zusammenhang des verwendeten Modells durch den modellbasierten Simulationsansatz jedoch als korrekt angenommen werden. Ziel ist es, zu vergleichen wie gut die, auf der Stichprobe geschätzten, Parameter auf die Grundgesamtheit passen. Dafür wird der negative Log-Likelihood-Wert ($-LL$ -Wert) auf Basis der Grundgesamtheit \mathcal{U} und der Realisation der abhängigen Variable y^m mit den geschätzten Parametern $\hat{\beta}_k^m$ aus den Stichproben \mathcal{D}^m berechnet. Es lässt sich interpretieren, dass ein kleinerer Wert ein besseres Set an Parametern

indiziert. Bei guten Anpassungsmethoden sollte es nach Anpassung der Koeffizienten zu keiner Verschlechterung der Likelihood – idealerweise sogar zu einer Verbesserung – kommen. Da im Folgenden Zustandswahrscheinlichkeiten geschätzt werden, wird auf die Verwendung der zeitlichen Indikatoren s und t in den Gleichungen verzichtet. Der $-LL$ -Wert für den m -ten Simulationsdurchlauf berechnet sich über

$$-LL(\hat{\beta}^m) = - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^J \left[\mathbb{1}(y_i^m = Y_k) \log \left(\hat{\pi}_i^{m,k} \right) \right], \quad (3.24)$$

mit $\hat{\pi}_i^{m,k}$ als der, auf Basis der geschätzten Koeffizienten berechneten, Wahrscheinlichkeit für Person i im m -ten Simulationsdurchlauf in Zustand Y_k zu sein. Im Falle von MS1 und MS2 wird die multiplikativ angepasste Wahrscheinlichkeit herangezogen.

Um anstelle der Parameter die prognostische Güte der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten direkt zu analysieren, kann der Brier-Wert herangezogen werden (Brier, 1950). Dieser entspricht der durchschnittlichen quadratischen Abweichung zwischen den Vorhersagen und den tatsächlichen Werten:

$$B^m = \frac{1}{J} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^J \sum_{i=1}^N \left(\hat{\pi}_i^{m,k} - \mathbb{1}(y_i^m = Y_k) \right)^2. \quad (3.25)$$

Abweichend zur originalen Gleichung nach (Brier, 1950) wird der Wertebereich normiert, sodass die Brier-Werte zwischen 0 bei perfekten Vorhersagen und 1 im schlechtesten Fall liegen.

Simulationsergebnisse

In Tabelle 3.7 sind die durchschnittlichen $-LL$ - und Brier-Werte für $y^{1,bin}$ und $y^{2,bin}$ und in Tabelle 3.8 für $y^{1,pol}$ und $y^{2,pol}$ bei uneingeschränkten Zufallsstichproben für alle Stichprobenumfänge aus Tabelle 3.6 zusammengefasst. Weitere Ergebnisse zu den Quantilen finden sich im Anhang in den Tabellen B.1 bis B.8. Zudem werden die Resultate für die $-LL$ -Werte in Abbildung 3.4 über Boxplots für die Stichprobenumfänge $n = 32.000$, $n = 16.000$ und $n = 8.000$ bei Pflegebedürftigkeit und für die Stichprobenumfänge $n = 16.000$, $n = 8.000$ und $n = 4.000$ bei Erwerbstätigkeit veranschaulicht. Abbildung B.1 im Anhang zeigt die entsprechenden Boxplots für die Brier-Werte. Im Falle polytomer abhängiger Variablen lassen sich keine Werte für MS1 und MS2 angeben, da die multiplikative Anpassung in diesem Fall nicht sinnvoll umgesetzt werden kann. So müsste zum Beispiel jeder der J möglichen Zustände individuell angepasst werden, wodurch neben den bereits ausgeführten Problemen des Verfahrens auch nicht mehr sichergestellt ist, dass sich die Werte zu 1 aufsummieren lassen.

Bei Betrachtung von $y^{1,bin}$ ergeben sich kaum Unterschiede zwischen den Anpassungsmethoden LS, CPA und CML. Mit kleiner werdenden Stichprobengrößen können jedoch bessere Werte bei CPA und CML gegenüber LS ausgemacht werden, wobei der $-LL$ -Wert bei CPA am niedrigsten ausfällt. Für $n = 16.000$ ($n = 8.000$, $n = 4.000$) erreichen CML und CPA relative Verbesserung des durchschnittlichen $-LL$ -Wertes von 0,01 % (0,01%, 0,03%), während bei der kleinsten Stichprobengröße von $n = 1.000$ eine Verbesserung von 0,13% bei CPA und 0,12% bei CML erzielt wird. Diese Tendenz wird in Abbildung 3.4 verdeutlicht. Auch bei MS1 resultieren Verbesserungen, die jedoch weniger stark ausfallen. MS2 führt hingegen bei allen Stichprobengrößen zu deutlichen Verschlechterungen der Likelihood-Werte. Während hinsichtlich des arithmetischen Mittels bei $n = 2.000$ und $n = 1.000$ CPA minimal besser abschneidet, sind die Ergebnisse bei Beurteilung über den Median bei CML etwas besser. Auch im ersten und zweiten Quartil treten nur minimale Unterschiede zwischen den Methoden auf (siehe dazu Tabelle B.1). Die direkte Bewertung der Vorhersagen über die Brier-Werte zeigt, dass durchweg geringere Werte nach Anwendung von Alignmentmethoden resultieren, was für eine Verbesserung der prädiktiven Güte spricht. Während MS2 bei den $-LL$ -Werten zu Verschlechterungen führt, kann die durchschnittliche Summe der quadratischen Abweichungen leicht reduziert werden. Hier fallen die Verbesserungen bei multiplikativer Skalierung jedoch ebenfalls hinter LS, CPA und CML zurück, die untereinander kaum Unterschiede aufweisen.

Ähnliche sehen die Ergebnisse bei der Modellierung von $y^{2,bin}$ aus. Bei MS1, LS, CPA und CML können in allen Szenarien Verbesserungen der durchschnittlichen $-LL$ -Werte erzielt werden. Die Werte zeigen bei LS, CPA, und CML durchweg nur geringe Unterschiede. In Abbildung 3.4 kann zwar eine, mit sinkendem Stichprobenumfang steigende, Verbesserung verzeichnet werden, Unterschiede zwischen den Methoden sind jedoch nicht festzustellen. Die relative Verbesserung von LS, CPA und CML liegt bei 0,02% (0,04%, 0,08%) bei einer Stichprobengröße von $n = 32.000$ ($n = 16.000$, $n = 8.000$). Bei den kleineren Stichproben von $n = 4.000$ und $n = 2.000$ zeigen sich etwas bessere Ergebnisse bei CPA gegenüber LS und CML. Die im Vergleich zu LS und CPA schlechtere Performance von CML bei sehr kleinen Umfängen resultiert aus einzelnen Stichproben, in denen keine pflegebedürftige Person in Kombination mit einer exogenen Variable (Dummy-Variable: Hohe Bildung) enthalten ist. Daraus ergeben sich wiederum extreme Koeffizienten mit hoher Standardabweichung, deren Veränderung einen relativ geringen Einfluss auf die Likelihood des Stichprobenmodells hat. Gleichzeitig neigt CPA aufgrund der hohen Standardabweichung zu einer tendenziell stärkeren Anpassung dieses Parameters. Hierbei sollte jedoch beachtet werden, dass eine solche Modellierung grundsätzlich nicht sinnvoll ist und daher in der Praxis keine Relevanz hat. Die durchweg schlechtesten Resultate weist bei allen Stichprobengrößen MS2 auf. Bei den Brier-Werten zeigen sich wieder nach Anwendung aller Methoden sichtbare Verbesserungen der Vorhersagen,

die bei LS, CPA und CML am deutlichsten ausfallen. Mit kleiner werdenden Stichprobenumfängen geht die Tendenz der Verbesserung in Richtung CPA und CML.

Bei der Modellierung von $y^{1,pol}$ lassen sich nach Anpassung der Wahrscheinlichkeiten mit LS, CPA und CML für alle Stichprobengrößen Verbesserungen der durchschnittlichen $-LL$ -Werte feststellen. Bei größeren Stichproben sind jedoch kaum noch Unterschiede zwischen den Methoden auszumachen. Die relative Verringerung des arithmetischen Mittels bei $n = 16.000$ (8.000, 4.000) liegt bei 0,01% (0,03%, 0,05%). Bei $n = 2.000$ und $n = 1.000$ resultieren bei CPA und CML mit relativen Verringerungen von 0,10% bzw. 0,20% die besten Ergebnisse. Äußerst geringe Differenzen zwischen CPA, CML und CPA zeigen sich auch in den Quartilen (siehe Tabelle B.5). Insgesamt fällt die Verbesserung der Likelihood im Vergleich zur Modellierung von $y^{1,bin}$ etwas deutlicher aus, was darauf zurückzuführen ist, dass mit der gleichen Anzahl an Beobachtungen die doppelte Menge an Koeffizienten geschätzt werden muss. Somit bestätigt sich abermals, dass zum einen bei sinkenden Stichprobenumfängen größere Verbesserungen erzielt werden können und zum anderen, dass CPA und CML im Vergleich zu LS etwas besser abschneiden. Die Tendenzen können über die Brier-Werte bestätigt werden. Bei größeren Stichprobenumfängen zeigen sich keine Unterschiede zwischen den Methoden, während sich für $n = 2.000$ und $n = 1.000$ im arithmetischen Mittel geringere Werte bei CPA und CML beobachten lassen. Auch bei den Quartilen lassen sich Unterschiede beobachten, die ebenfalls sehr gering ausfallen (siehe Tabelle B.6).

Bei der Schätzung von $y^{2,pol}$ treten ähnliche Ergebnisse auf. Eine Reduzierung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte wird mit allen Methoden für die hier untersuchten Stichprobenumfänge erzielt. Die relative Verbesserung der arithmetischen Mittel fällt bei LS, CPA und CML mit 0,04% (0,09%, 0,17%, 0,33%) für $n = 32.000$ ($n = 16.000$, $n = 8.000$, $n = 4.000$) identisch aus. Für $n = 2.000$ weist CPA mit einer Reduzierung von 0,66% gegenüber LS mit 0,62% und CML mit 0,64% das mit geringem Abstand beste Ergebnis auf. Eine übereinstimmende Tendenz zeigt sich bei den Quartilen in Tabelle B.7. Abermals geringer fallen die Unterschiede zwischen den Methoden bezüglich der Brier-Werte aus. Zwar kommt es durchweg zu einer Verbesserung nach Anwendung von LS, CPA und CML, wobei CPA und CML bei kleinen Stichprobengrößen die stärksten Verbesserungen erzielen.

Insgesamt lässt sich im Rahmen der vorliegenden Simulationsstudie feststellen, dass bei uneingeschränkten Zufallsstichproben LS, CPA und CML gleichermaßen zu Verbesserungen der $-LL$ - und Brier-Werte führen. Wie in den Abbildungen 3.4 und B.1 zu sehen ist, fallen die Unterschiede zwischen den Methoden meist so gering aus, dass diese über eine Visualisierung in Form von Boxplots nicht erkennbar sind. Auch die multiplikative Anpassung der Wahrscheinlichkeiten für Pflegebedürftigkeit und Erwerbstätigkeit (MS1) führt in binären Modellierungen durchweg zu Verbesserungen, die jedoch hinter LS, CPA und CML zurückfallen. Die multiplikative Anpassung

der Gegenwahrscheinlichkeiten (MS2) führt hingegen in allen hier untersuchten Szenarien zu deutlichen Verschlechterungen der $-LL$ -Werte, kann jedoch bei den Brier-Werten leichte Verbesserungen erzielen.

Tabelle 3.7: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – unterschiedliche Stichprobengrößen bei SRS

Erwerbsstatus: durchschnittliche $-LL$ -Werte						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.702	163.698	164.080	163.690	163.690	163.690
Szenario 2	163.779	163.769	164.345	163.756	163.756	163.756
Szenario 3	163.938	163.917	164.979	163.886	163.885	163.885
Szenario 4	164.237	164.219	165.722	164.138	164.135	164.136
Szenario 5	164.870	164.931	167.130	164.673	164.663	164.666
Erwerbsstatus: durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,129	131,123	131,126	131,119	131,119	131,119
Szenario 2	131,195	131,182	131,190	131,175	131,175	131,175
Szenario 3	131,329	131,299	131,316	131,283	131,283	131,283
Szenario 4	131,576	131,522	131,549	131,491	131,489	131,490
Szenario 5	132,106	132,001	132,046	131,935	131,929	131,930
Pflegebedürftigkeit: durchschnittliche $-LL$ -Werte						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.516	27.511	27.555	27.511	27.511	27.511
Szenario 2	27.558	27.547	27.692	27.546	27.546	27.546
Szenario 3	27.630	27.610	27.952	27.609	27.609	27.609
Szenario 4	27.831	27.790	28.562	27.788	27.766	27.789
Szenario 5	28.367	28.274	29.783	28.268	28.141	28.271
Pflegebedürftigkeit: durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,165	16,163	16,164	16,163	16,163	16,163
Szenario 2	16,179	16,174	16,178	16,174	16,174	16,174
Szenario 3	16,201	16,193	16,199	16,192	16,192	16,192
Szenario 4	16,256	16,240	16,252	16,238	16,238	16,238
Szenario 5	16,371	16,337	16,363	16,333	16,332	16,332

Tabelle 3.8: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – unterschiedliche Stichprobengrößen bei SRS

Erwerbsstatus: Durchschnittliche –LL-Werte				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.193	197.169	197.169	197.169
Szenario 2	197.347	197.298	197.297	197.297
Szenario 3	197.651	197.552	197.552	197.552
Szenario 4	198.304	198.100	198.097	198.097
Szenario 5	199.980	199.585	199.574	199.574
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,108	139,095	139,095	139,095
Szenario 2	139,184	139,158	139,158	139,158
Szenario 3	139,326	139,276	139,276	139,276
Szenario 4	139,618	139,521	139,520	139,520
Szenario 5	140,177	139,995	139,993	139,993
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.658	32.646	32.646	32.646
Szenario 2	32.740	32.713	32.712	32.712
Szenario 3	32.910	32.855	32.855	32.855
Szenario 4	33.619	33.508	33.507	33.507
Szenario 5	36.356	36.130	36.122	36.116
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,768	16,765	16,765	16,765
Szenario 2	16,782	16,776	16,776	16,776
Szenario 3	16,810	16,797	16,797	16,797
Szenario 4	16,871	16,848	16,848	16,848
Szenario 5	17,015	16,975	16,972	16,972

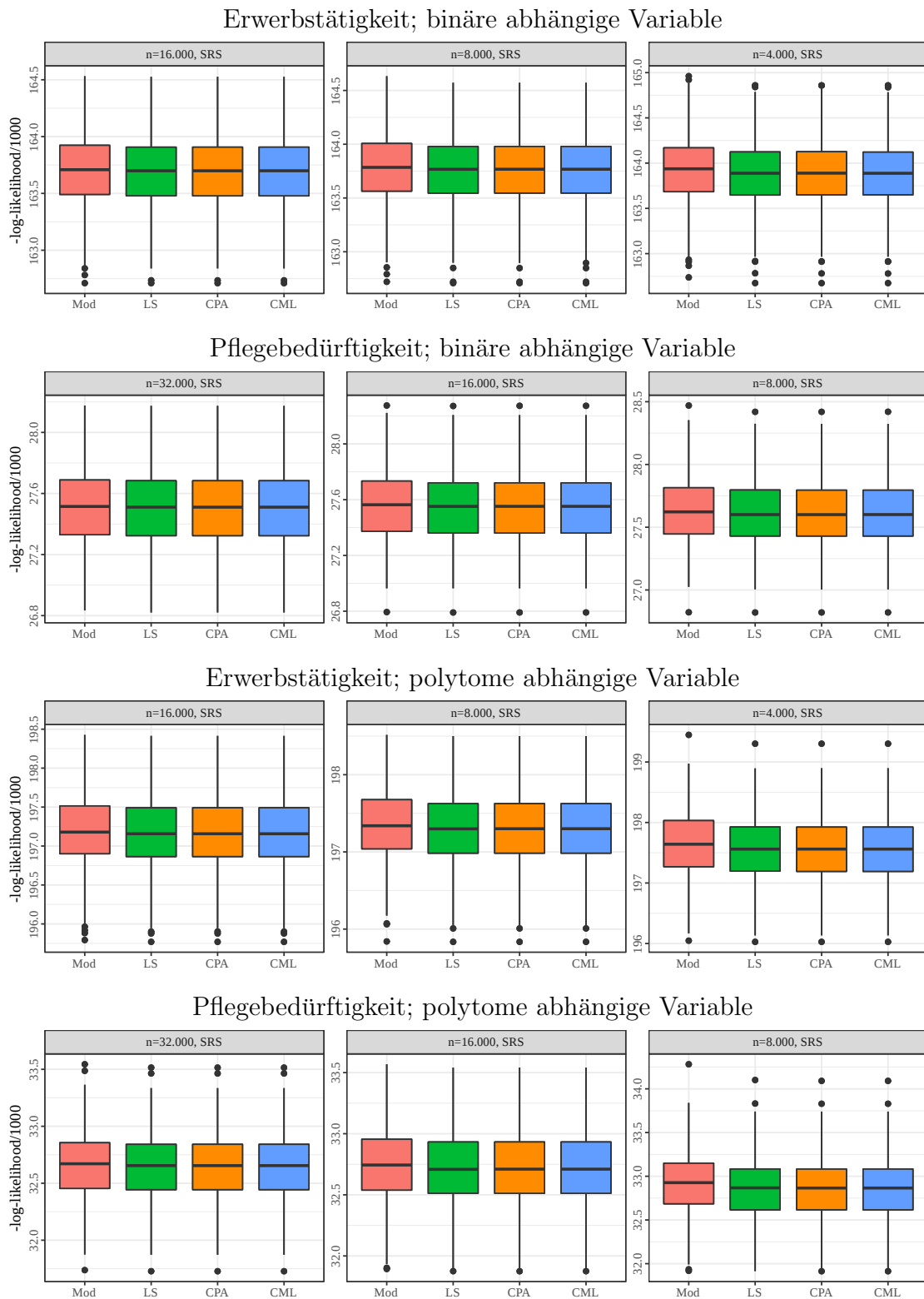


Abbildung 3.4: Negative Log-Likelihood-Werte bei unterschiedlichen Stichproben-
größen bei SRS

3.3.2 Disproportionale Ziehung exogener Variablen

Es kann durchaus vorkommen, dass starke Abweichungen hinsichtlich der Verteilung bestimmter Variablen zwischen den Modellierungsdatensätzen und der Grundgesamtheit vorliegen. Diese Differenzen können sich beispielsweise aus der Stichprobenziehung ergeben und sowohl zufälliger als auch systematischer Natur sein. In der nachfolgenden Simulationsstudie werden die Anpassungsmethoden bei systematischen Abweichungen der Verteilung exogener Variablen in der, für die Modellierung verwendeten, Stichprobe untersucht. Hierbei werden gezielte Veränderung der Auswahlwahrscheinlichkeiten hinsichtlich ausgewählter erklärender Variablen bei der Stichprobenziehung vorgenommen.

Simulationsaufbau

Der Simulationsaufbau entspricht weitestgehend dem Aufbau der vorangegangenen Simulationsstudie. Eine ausführlichere Beschreibung des Vorgehens findet sich in Abschnitt 3.3.1. In $M = 500$ Simulationsdurchläufen werden zunächst die Ausprägungen für die binären und multinomialen Variablen zu Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit modellbasiert ergänzt. Anschließend werden Stichproben der Größe $n = 4.000$ zur Modellierung der Erwerbstätigkeit und $n = 8.000$ zur Modellierung der Pflegebedürftigkeit gezogen, auf denen wiederum die Modelle für die Vorhersage der Zustände berechnet werden. Entgegen der Simulationsstudie aus Abschnitt 3.3.1 handelt es sich hierbei jedoch nicht mehr um eine einfache Zufallsauswahl. Um Disproportionen bezüglich exogener Variablen zu erzeugen, werden zum einen die Auswahlwahrscheinlichkeiten für Personen mit niedriger Bildung und zum anderen die Auswahlwahrscheinlichkeiten für Personen über 50 Jahren um 70%, 80% und 90% reduziert. Diese Modifizierung der Auswahlwahrscheinlichkeiten führt zwar, wie nachfolgend gezeigt wird, zu keinen direkten Verzerrungen der Modellparameter, jedoch zu deutlich ineffizienteren Schätzungen im Sinne größerer Varianzen.

Tabelle 3.9: Szenarien: Disproportionale Ziehung exogener Variablen

Szen. 1	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. mit niedriger Bildung um 70%
Szen. 2	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. mit niedriger Bildung um 80%
Szen. 3	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. mit niedriger Bildung um 90%
Szen. 4	Reduzierung der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. über 50 Jahren um 70%
Szen. 5	Reduzierung der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. über 50 Jahren um 80%
Szen. 6	Reduzierung der Auswahlwahrscheinlichkeit von Pers. über 50 Jahren um 90%

Die Stichprobenszenarien für Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit sind in Tabelle 3.9 zusammengefasst. Zur Evaluation der geschätzten Parameter werden die $-LL$ -Werte (siehe Gleichung: 3.24) und zur Evaluation der prädiktiven Güte die Brier-Werte (siehe Gleichung 3.25) herangezogen.

Simulationsergebnisse

Die Auswirkungen disproportionaler Ziehung bezüglich exogener Variablen können zunächst anhand von Abbildung 3.5 verdeutlicht werden. Dabei werden die Koeffizienten einmal bei SRS und einmal bei um 90% reduzierten Auswahlwahrscheinlichkeiten für Personen mit niedriger Bildung (Szenario 3) nach einfacher Modellschätzung von $y^{1,bin}$ gegenübergestellt. Die blau-gestrichelten Linien zeigen die wahren Koeffizienten, die im Rahmen der Simulation für die Vorhersage der Zustände in jedem Simulationsdurchlauf verwendet werden. Bei allen Koeffizienten liegt der Median nahezu exakt auf der Linie und die Boxen symmetrisch dazu. Es lässt sich demnach keine systematische Verzerrung von einzelnen Koeffizienten erkennen. Auffallend sind jedoch die deutlich größeren Boxen und Whisker des Achsenabschnitts (Koeff. 1), der Parameter für mittlere Bildung (Koeff. 5) sowie für hohe Bildung (Koeff. 6). Dadurch wird ersichtlich, dass die Szenarien zu einer Erhöhung der Variation des Achsenabschnitts sowie der, mit der verzerrten Variable direkt verknüpften, Parameter und somit zu einem Effizienzverlust führen. Als direkte Folge kommt es zu einer Verschlechterung der Likelihood- und Brier-Werte im Vergleich zu SRS.

Die Ergebnisse der durchschnittlichen $-LL$ - und Brier-Werte sind in Tabelle 3.10 für $y^{1,bin}$ und $y^{2,bin}$ sowie in Tabelle 3.11 für $y^{1,pol}$ und $y^{2,pol}$ zusammengefasst. Umfassende Ergebnisse der Simulation finden sich in den Tabellen B.9 bis B.16. Darüber hinaus werden die $-LL$ -Werte in Abbildung 3.6 über Boxplots für die Szenarien 1 bis 3 veranschaulicht. Boxplots für die entsprechenden Brier-Werte finden sich in Abbildung B.2 im Anhang.

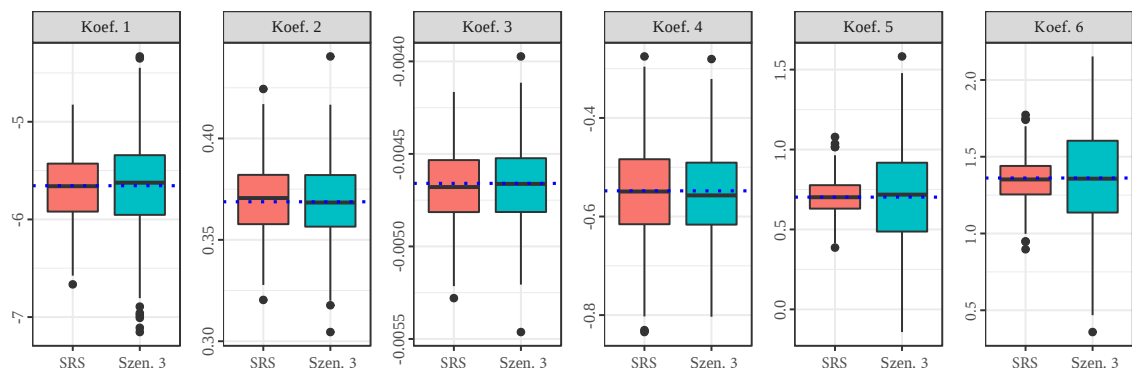


Abbildung 3.5: Vergleich der Koeffizienten bei SRS und disproportionaler Ziehung exogener Variablen (Szenario 3) – Modell für Erwerbstätigkeit (binär)

Bei der Modellierung von $y^{1,bin}$ gelingt es LS in Szenario 3 (2, 1) den $-LL$ -Wert um 0,09% (0,05%, 0,04%) zu reduzieren. Sichtlich stärker fällt die Verbesserung bei CPA und CML mit 0,26% (0,09%, 0,06%) aus. Bei disproportionaler Ziehung bezüglich des Alters (Szenarien 4 bis 6) zeigen sich nochmals etwas stärkere Effekte, ebenfalls mit Tendenz zu CML und CPA. Auch bei den Quartilen (siehe dazu Tabelle B.9) ergeben sich für die $-LL$ -Werte zwischen CPA und CML nur geringe Differenzen. Können in den Szenarien 4, 5 und 6 mit MS1 noch im Mittel leichte Verbesserungen festgestellt werden, resultieren in den Szenarien 1, 2 und 3 schlechtere durchschnittliche $-LL$ -Werte. Die multiplikative Anpassung der Gegenwahrscheinlichkeit (MS2) führt, wie bereits bei SRS, in allen Szenarien zu Verschlechterungen. Bestätigt wird das Bild bei Betrachtung der Brier-Werte. Jedoch führen in diesem Fall MS1 und MS2 in allen Szenarien zu geringeren quadratischen Abweichungen. Deutlich stärkere Verbesserungen der prädiktiven Güte resultieren bei LS, CPA und CML. CPA und CML erzielen über alle Szenarien hinweg die besten Ergebnisse in Bezug auf die Brier-Werte, wobei nur geringe Unterschiede zwischen den beiden Methoden auftreten.

Die gute Performance von CPA und CML lässt sich ebenfalls für $y^{2,bin}$ feststellen. Hier können in Szenario 3 (2, 1) Reduzierungen der arithmetischen Mittelwerte der $-LL$ -Werte um 0,43% (0,26%, 0,18%) mit LS, um 0,87% (0,44%, 0,26%) mit CPA und um 0,86% (0,44%, 0,26%) mit CML erreicht werden. In den Szenarien 1 bis 3 fallen die Verbesserungen etwas größer aus als bei der Modellierung von $y^{1,bin}$. Die Unterschiede sind plausibel, da der Anteil Pflegebedürftiger in der Population deutlich geringer ist als der Anteil Erwerbstätiger, wodurch es zu einer geringeren Anzahl an Beobachtungen in Kombination mit den exogenen Variablen kommt. Folglich ist der Einfluss von Stichproben, die bezüglich exogener Variablen verzerrt gezogen werden, auf die Schätzung dieser Modelle größer. Während bei arithmetischem Mittel und Median in Szenario 3 leicht bessere Ergebnisse von CPA gegenüber CML auszumachen sind, führt CML wiederum in den Szenarien 4 bis 6 zu etwas besseren Resultaten. Insgesamt fallen die Unterschiede zwischen CML und CPA durchweg sehr gering aus und sind auch in Abbildung 3.6 nicht zu erkennen. Sichtbar sind jedoch die deutlichen Verbesserungen von CML und CPA gegenüber Mod und LS. MS1 kann ebenfalls teilweise Verbesserungen der $-LL$ -Werte erzielen, die in den Szenarien 1 bis 3 sogar höher als bei LS ausfallen. Während die Likelihood-Werte bei MS2 durchweg verschlechtert werden, ist bei den Brier-Werten, wie bereits bei der Erwerbstätigkeit beobachtet wurde, dennoch eine Verbesserung festzustellen, die wiederum wesentlich geringer ausfällt, als bei den übrigen Methoden. Ansonsten stimmen die Ergebnisse weitestgehend mit den $-LL$ -Werten überein. Am besten schneiden über alle Szenarien hinweg CPA und CML ab.

Die Vorteile von CPA und CML gegenüber Mod und LS lassen sich auch bei polytomen abhängigen Variablen beobachten. Wie in Tabelle 3.11 und Abbildung 3.6 zu entnehmen ist, treten bei CPA und CML durchweg die geringsten $-LL$ -Werte auf, während Unterschiede zwischen den Methoden kaum erkennbar sind.

Tabelle 3.10: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – disproportionale Ziehung exogener Variablen

Erwerbsstatus: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.004	164.005	165.154	163.935	163.899	163.900
Szenario 2	164.088	164.101	165.373	164.006	163.941	163.941
Szenario 3	164.382	164.451	166.280	164.239	163.960	163.961
Szenario 4	164.053	164.001	165.636	163.959	163.909	163.910
Szenario 5	164.119	164.070	165.923	164.007	163.920	163.920
Szenario 6	164.332	164.301	167.037	164.136	163.915	163.915
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,406	131,376	131,378	131,338	131,303	131,304
Szenario 2	131,485	131,453	131,446	131,402	131,339	131,340
Szenario 3	131,781	131,736	131,698	131,630	131,361	131,362
Szenario 4	131,445	131,382	131,434	131,360	131,312	131,312
Szenario 5	131,515	131,443	131,497	131,412	131,325	131,326
Szenario 6	131,724	131,604	131,683	131,541	131,317	131,318
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.706	27.655	28.510	27.657	27.635	27.635
Szenario 2	27.765	27.689	29.051	27.693	27.642	27.642
Szenario 3	27.898	27.771	29.602	27.777	27.656	27.657
Szenario 4	27.632	27.616	27.808	27.615	27.608	27.605
Szenario 5	27.646	27.630	27.802	27.629	27.615	27.613
Szenario 6	27.683	27.662	27.861	27.660	27.635	27.629
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CML	Mod
Szenario 1	16,242	16,211	16,239	16,212	16,202	16,202
Szenario 2	16,271	16,224	16,266	16,226	16,203	16,204
Szenario 3	16,337	16,257	16,328	16,260	16,208	16,208
Szenario 4	16,185	16,181	16,184	16,180	16,180	16,180
Szenario 5	16,184	16,182	16,183	16,181	16,180	16,180
Szenario 6	16,185	16,182	16,183	16,181	16,180	16,179

Tabelle 3.11: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – disproportionale Ziehung exogener Variablen

Erwerbsstatus: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.895	197.750	197.685	197.686
Szenario 2	198.096	197.900	197.778	197.779
Szenario 3	199.150	198.831	198.459	198.459
Szenario 4	197.984	197.780	197.715	197.715
Szenario 5	198.181	197.914	197.788	197.788
Szenario 6	198.732	198.243	197.930	197.930
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,476	139,393	139,361	139,361
Szenario 2	139,595	139,472	139,412	139,412
Szenario 3	139,895	139,701	139,533	139,533
Szenario 4	139,486	139,384	139,346	139,346
Szenario 5	139,577	139,447	139,382	139,382
Szenario 6	139,829	139,598	139,443	139,443
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	33.053	32.952	32.898	32.898
Szenario 2	33.206	33.056	32.933	32.933
Szenario 3	34.911	34.641	34.463	34.426
Szenario 4	32.910	32.875	32.874	32.874
Szenario 5	32.928	32.891	32.877	32.878
Szenario 6	32.979	32.939	32.915	32.915
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,850	16,821	16,808	16,808
Szenario 2	16,881	16,842	16,814	16,814
Szenario 3	16,975	16,903	16,848	16,850
Szenario 4	16,791	16,786	16,786	16,786
Szenario 5	16,790	16,786	16,786	16,786
Szenario 6	16,791	16,787	16,786	16,786

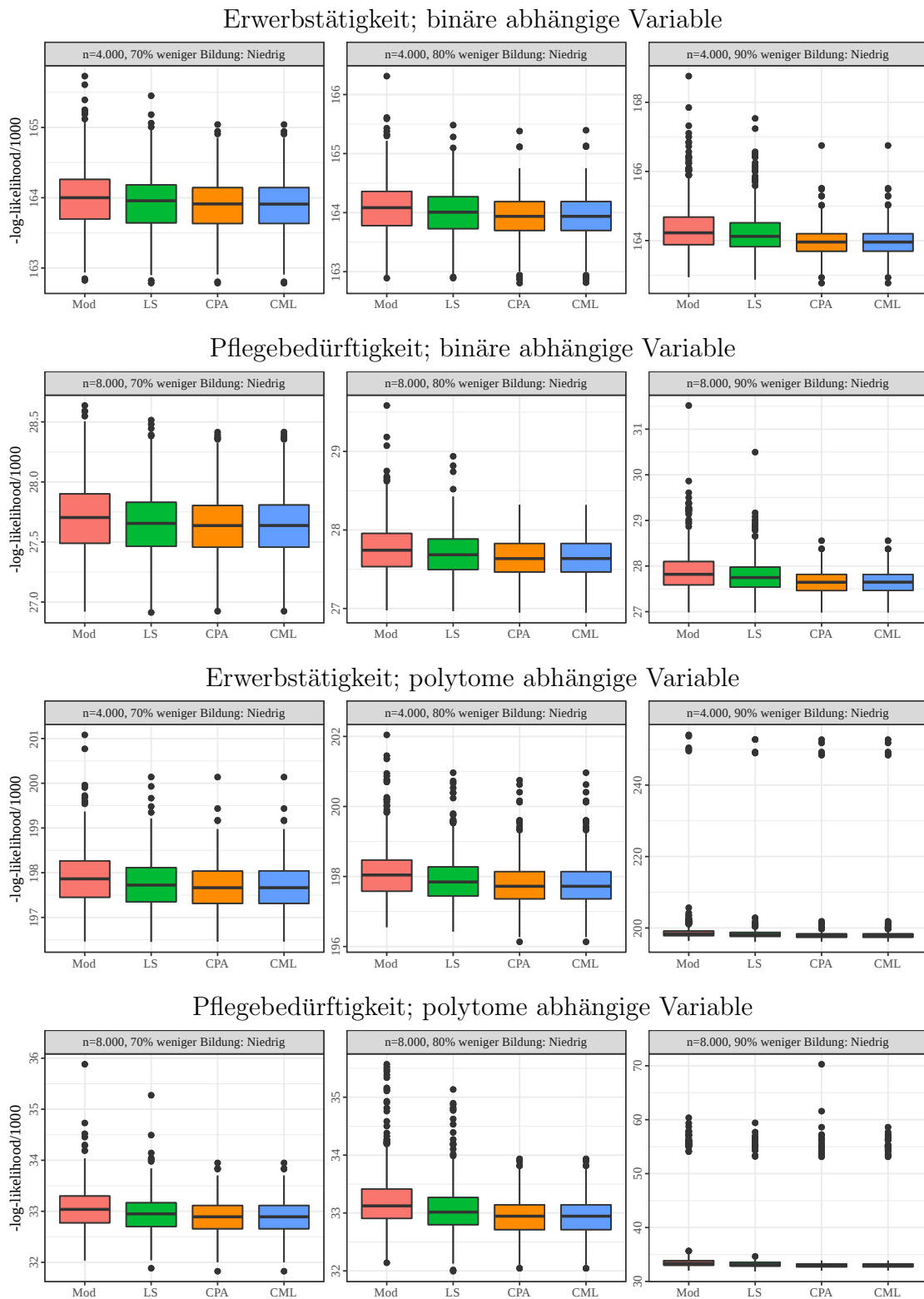


Abbildung 3.6: Negative Log-Likelihood-Werte bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen

Bei $y^{1,pol}$ kann in Szenario 12 (11, 10) mit LS eine relative Verbesserung von 0,16% (0,10%, 0,07%) im Vergleich zu CPA und CML mit 0,35% (0,16%, 0,11%) erreicht werden. In den Szenarien 4 bis 6 ergeben sich, wie im binären Fall, abermals stärkere Reduktionen. So kann in Szenario 6 das arithmetische Mittel der $-LL$ -Werte um 0,40% bei CPA und CML verringert werden. Die durchschnittlichen Brier-Werte indizieren wiederum für alle Methoden Verbesserungen, wobei CPA und CML hinsichtlich der prädiktiven Güte Vorteile gegenüber LS jedoch keine Unterschiede untereinander aufweisen (siehe dazu auch Tabelle B.14).

Bei Modellierung von $y^{2,pol}$ kann für die $-LL$ -Werte in Szenario 3 (2, 1) mit LS eine Reduzierung um 0,77% (0,45%, 0,31%) im Vergleich zu CPA mit 1,28% (0,82%, 0,47%) und CML mit 1,39% (0,82%, 0,47%) erzielt werden. Bei gleicher Tendenz fällt die Verbesserung in den Szenarien 4 bis 6 etwas geringer aus. Dabei resultieren jedoch keine erkennbaren Unterschiede zwischen CPA und CML. Die deutliche Verbesserung von CPA und CML gegenüber LS und Mod zeigt sich ebenfalls bei den Brier-Werten. Auch hier nimmt die relative Verbesserung mit steigender Disproportionalität zu, was anhand von Abbildung B.2 deutlich wird.

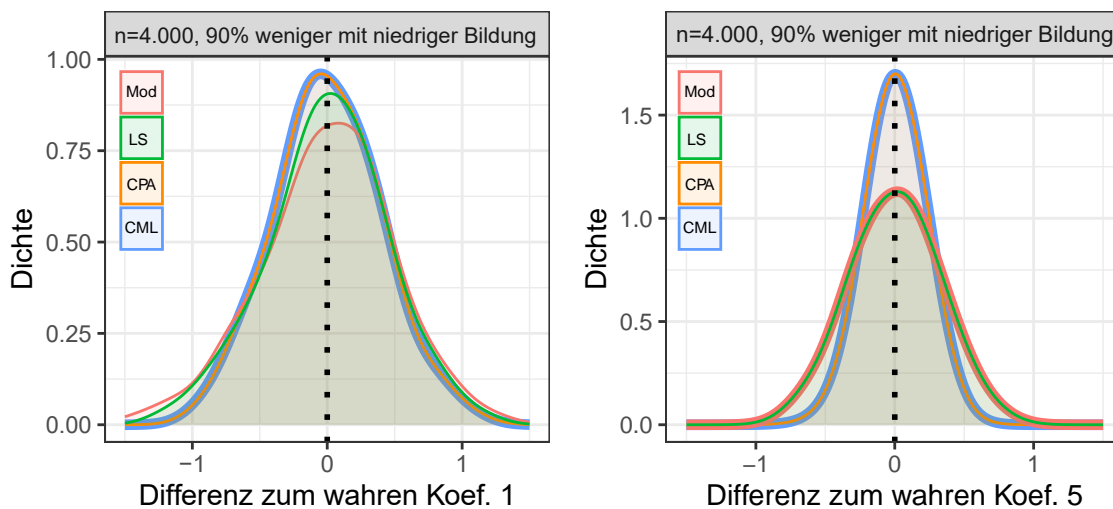


Abbildung 3.7: Vergleich der Schätzungen des Achsenabschnitts und des Koeffizienten für mittlere Bildung bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen (Szenario 3) – Erwerbstätigkeit (binär)

Die Auswirkungen der disproportionalen Stichprobenziehung auf die Parameterschätzung lassen sich auch über die direkte Betrachtung der Parameter veranschaulichen. In Abbildung 3.7 ist auf der linken Graphik die Differenz zum bekannten Achsenabschnitt und auf der rechten Graphik die Differenz zum bekannten Dummy-Koeffizienten für mittlere Bildung für das Modell zur Vorhersage von $y^{1,bin}$ über Kerndichteschätzungen abgebildet. Es lässt sich weder am Achsenabschnitt noch am Koeffizienten für mittlere Bildung eine systematische Verzerrung ausma-

chen. Dennoch ergeben sich deutliche Unterschiede zwischen den Methoden. Beim Intercept zeigt sich, dass die Dichte um 0 sowohl bei LS als auch bei CPA und CML klar über der Dichte von Mod liegt. Die Linien für CPA und CML liegen hier direkt übereinander. Es kann also geschlossen werden, dass für die Schätzung des Achsenabschnitts bei LS, CPA und CML im Vergleich zu Mod ein Effizienzgewinn zu verzeichnen ist, wobei CPA und CML am besten abschneiden. Anhand der rechten Graphik wird zunächst ersichtlich, dass sich die Linien für Mod und LS überlappen. Dies ist auf die Art der Anpassung bei LS zurückzuführen, die eine ausschließliche Verschiebung des Achsenabschnitts bei gleichzeitigem Beibehalten aller übrigen Steigungskoeffizienten bewirkt. Ebenfalls keine Unterschiede zeigen sich zwischen CPA und CML. Beide Methoden führen, wie bereits beim Intercept, zu deutlich höheren Werten um 0 und erzielen demnach eine effizientere Schätzung des Parameters.

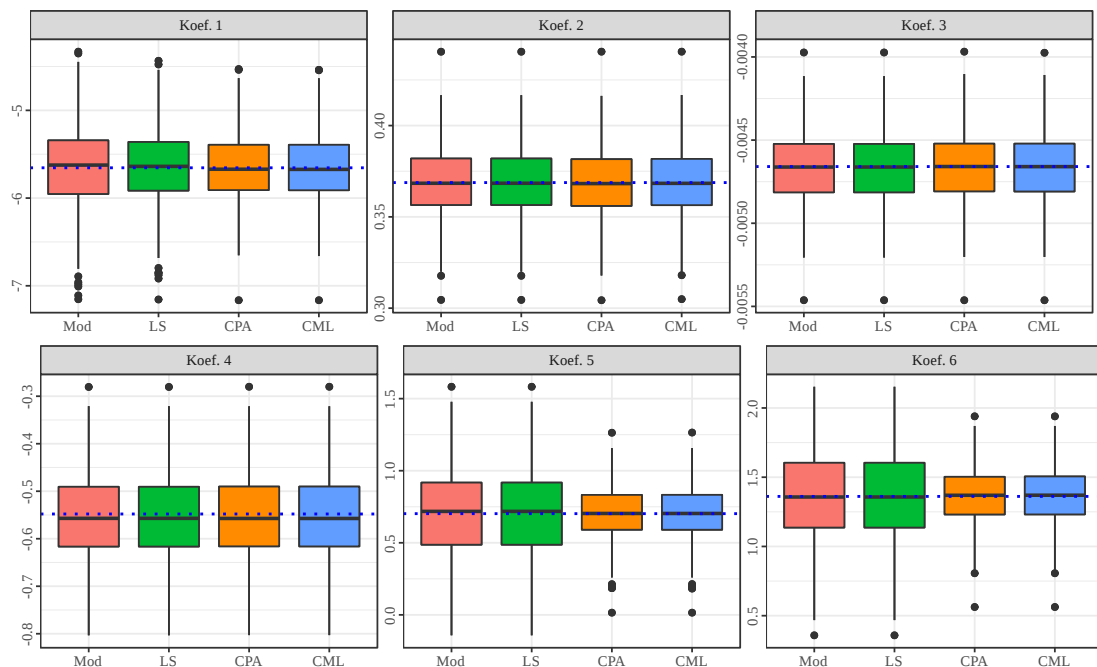


Abbildung 3.8: Vergleich der geschätzten Koeffizienten bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen (Szenario 3) – Erwerbstätigkeit (binär)

Die Betrachtung aller Koeffizienten des Modells für $y^{1,bin}$ in Abbildung 3.12 kann die Ergebnisse abermals verdeutlichen. In keinem der Modelle (Mod, LS, CPA, CML) ist eine direkte Verzerrung der Koeffizienten festzustellen, da die Medianwerte auf den gestrichelten Linien liegen, die den Wert der wahren Koeffizienten markieren. Darüber hinaus lässt sich erkennen, dass bei CPA und CML geringere Varianzen bei der Schätzung des Achsenabschnitts (Koef. 1) sowie der direkt mit der disproportionalen Ziehung verknüpften Koeffizienten für mittlere (Koef. 5) und hohe Bildung (Koef. 6) erreicht werden. Die Ergebnisse stützen insgesamt die Auswertungen zu den Likelihood- und Brier-Werten. Somit kann resümiert werden, dass bei Verzer-

rungen exogener Variablen CPA und CML zu effizienteren Schätzungen und somit zu im Erwartungswert besseren Ergebnissen führen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass bei disproportionaler Ziehung hinsichtlich exogener Variablen LS, CPA und CML in allen hier untersuchten Szenarien in der Lage sind, Verbesserungen sowohl bei Schätzung der Parameter als auch bei den Vorhersagen zu erzielen. Hierbei liefern CPA und CML durchweg bessere Ergebnisse als LS, was insbesondere bei stärkeren Disproportionen deutlich wird. Zwischen CPA und CML konnten hingegen keine interpretierbaren Unterschiede identifiziert werden.

3.3.3 Disproportionale Ziehung der endogenen Variable

In der nachfolgenden Simulation werden die Anpassungsmethoden bei disproportionaler Ziehung hinsichtlich der endogenen Variablen untersucht. Im Gegensatz zu den Simulationsstudien in den Abschnitten 3.3.1 und 3.3.2 sind die Differenzen der geschätzten zu den bekannten Totalwerten nun systematischer Natur. Somit handelt es sich aufgrund der entstehenden Über- oder Unterschätzung der Wahrscheinlichkeiten und damit der erwarteten Anzahl an Zuständen um typische Anwendungsfelder für Anpassungsmethoden. Dabei wird die Annahme getroffen, dass die Veränderung der Auswahlwahrscheinlichkeit ausschließlich von der abhängigen Variable abhängt und keine explizite Korrelation zu den unabhängigen Variablen aufweist.

Simulationsaufbau

Der Aufbau der Simulation entspricht im Allgemeinen dem in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen Vorgehen. Für die Simulation werden in $M = 500$ Durchläufen die Ausprägungen der endogenen Variable entsprechend der Modelle in den Tabellen 3.4 und 3.5 im MZ SUF 2012 (\mathcal{U}) ergänzt und anschließend Stichproben vom Umfang $n = 4.000$ für die Modellierung der Erwerbstätigkeit und $n = 8.000$ für die Modellierung der Pflegebedürftigkeit gezogen.

Um Disproportionen hinsichtlich der abhängigen Variable zu erhalten, werden die Auswahlwahrscheinlichkeiten der erwerbstätigen beziehungsweise pflegebedürftigen Personen in den Szenarien 1 bis 4 um 10%, 20%, 30% und 40% reduziert. In den Szenarien 5 bis 8 werden im Falle binärer abhängiger Variablen die Auswahlwahrscheinlichkeiten von nicht erwerbstätigen und nicht pflegebedürftigen Personen um 10% bis 40% reduziert. Bei polytomen abhängigen Variablen werden analog die Wahrscheinlichkeiten für erwerbslose Personen und Personen in Pflegestufe 1 verringert. Die Auflistung aller Szenarien finden sich zur Übersicht in Tabelle 3.12 für die Modellierung der Erwerbstätigkeit und in Tabelle 3.13 für die Modellierung der Pflegebedürftigkeit. In jedem Simulationsdurchlauf werden zunächst die Model-

le auf den disproportional gezogenen Stichproben \mathcal{D}^m geschätzt, um anschließend die Wahrscheinlichkeiten für die Grundgesamtheit \mathcal{U} über das Modell direkt vorherzusagen. Ebenso werden die Modelle über LS, CPA und CML angepasst. Im Falle binärer abhängiger Variablen wird darüber hinaus zu Vergleichszwecken die multiplikative Skalierung der Wahrscheinlichkeiten (MS1) und Gegenwahrscheinlichkeit (MS2) durchgeführt. Die Evaluation der Parameter erfolgt wie bereits in den vorangegangenen Simulationen über die $-LL$ -Werte für die geschätzten Parameter auf der Grundgesamtheit \mathcal{U}^m (Gleichung 3.24). Für die Beurteilung der prognostischen Güte der Wahrscheinlichkeiten werden die Brier-Werte (Gleichung 3.25) herangezogen.

Szen. 1	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit erwerbst. Personen um 10%
Szen. 2	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit erwerbst. Personen um 20%
Szen. 3	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit erwerbst. Personen um 30%
Szen. 4	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit erwerbst. Personen um 40%
Szen. 5	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht erwerbst.* Personen um 10%
Szen. 6	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht erwerbst.* Personen um 20%
Szen. 7	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht erwerbst.* Personen um 30%
Szen. 8	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht erwerbst.* Personen um 40%

* Bei polytomer abhängiger Variable: Erwerbslose Personen

Tabelle 3.12: Szenarien: Disproportionale Ziehung der endogenen Variable – Erwerbstätigkeit

Szen. 1	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit pflegebed.* Personen um 10%
Szen. 2	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit pflegebed.* Personen um 20%
Szen. 3	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit pflegebed.* Personen um 30%
Szen. 4	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit pflegebed.* Personen um 40%
Szen. 5	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht pflegebed. Personen um 10%
Szen. 6	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht pflegebed. Personen um 20%
Szen. 7	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht pflegebed. Personen um 30%
Szen. 8	Red. der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht pflegebed. Personen um 40%

* Bei polytomer abhängiger Variable: Personen in Pflegestufe 1

Tabelle 3.13: Szenarien: Disproportionale Ziehung der endogenen Variable – Pflegebedürftigkeit

Simulationsergebnisse

In der vorliegenden Simulation führen die Szenarien zu verzerrten Wahrscheinlichkeiten, da es im Gegensatz zu uneingeschränkten Zufallsstichproben und disproportionalen Ziehungen bezüglich exogener Variablen zu direkten systematischen Veränderungen der Modellparameter kommt. Die Auswirkungen lassen sich über Abbildung 3.9 am Beispiel der Modellierung von $y^{1,bin}$ verdeutlichen, wobei die geschätzten Koeffizienten bei SRS über die linken Boxplots in roter Farbe und die Koeffizienten bei Verringerung der Auswahlwahrscheinlichkeiten für erwerbstätige Personen um 20% (Szenario 2) über die rechten Boxplots in türkiser Farbe abgebildet werden. Während bei SRS keine Verzerrungen der Koeffizienten auftreten, zeigen sich in Szenario 3 deutlich verzerrte Schätzungen des Achsenabschnitts (Koeff. 1). Diese Art der disproportionalen Ziehung führt somit zu einer direkten Verzerrung des Intercepts, wodurch LS durch die ausschließliche zielgerichtete Anpassung des Achsenabschnitts zu guten Ergebnissen führen sollte.

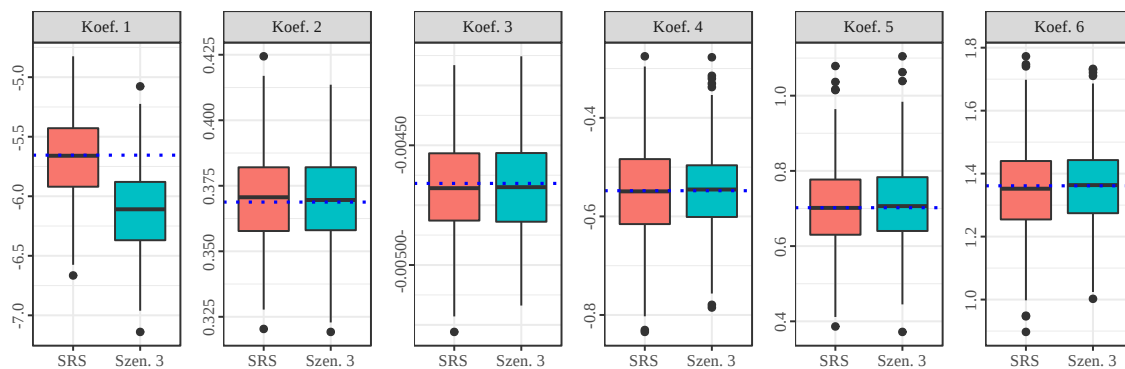


Abbildung 3.9: Vergleich der Koeffizienten bei SRS und disproportionaler Ziehung der endogenen Variable (Szenario 3) – Modell für Erwerbstätigkeit (binär)

Die durchschnittlichen $-LL$ -Werte sind für binäre abhängige Variablen in Tabelle 3.14 und für polytome abhängige Variablen in Tabelle 3.15 zusammengefasst. Detaillierte Ergebnisse für alle Szenarien finden sich in den Tabellen B.17 bis B.24. Zudem werden die $-LL$ -Werte für die Szenarien 2, 3 und 4 in Abbildung 3.10 und die Brier-Werte in Abbildung B.3 über Boxplots veranschaulicht.

Die Betrachtung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte bei Modellierung von $y^{1,bin}$ zeigt deutliche Unterschiede zwischen den Methoden. Jedoch lässt sich auch in diesem Fall erkennen, dass LS, CPA und CML durchweg zu Verbesserungen der Parameterschätzung in allen Szenarien führen. Die Höhe der relativen Verbesserung steigt mit der Stärke der Disproportionalität an. Bei unterproportionaler Ziehung erwerbstätiger Personen ergeben sich bei geringeren Veränderungen der Auswahlwahrscheinlichkeiten (Szenario 1) nur leichte Unterschiede zwischen den Methoden.

Bei stärkeren Disproportionen in der Stichprobe führt CPA im Vergleich zu LS und CML zu etwas schlechteren Ergebnissen. In Szenario 1 liegt die Reduzierung des arithmetischen Mittelwertes bei LS, CPA und CML bei 0,83%. In Szenario 4 (3, 2) ergibt sich bei LS eine Verbesserung um 12,89% (7,27%, 3,26%), bei CPA um 11,55% (7,00%, 3,23%) und bei CML um 12,91% (7,28%, 3,27%). Die Boxplots in Abbildung 3.10 verdeutlichen die Unterschiede der Methoden. Dies wird auch über die Ergebnisse in den Szenarien 5 bis 8 bestätigt. Bei Ziehung 10% weniger Erwerbsloser führen LS, CPA und CML zu annähernd gleichen Werten, während in den Szenarien 6 bis 8 deutliche Unterschiede zugunsten von LS und CML erkennbar sind. MS1 und MS2 führen in den Szenarien 1 bis 4 hingegen zu klaren Verschlechterungen. In den Szenarien 5 bis 8 können zwar mit MS1 Verbesserungen erreicht werden, die jedoch deutlich geringer als bei LS, CPA und CML ausfallen. Die Steigerung der prognostischen Güte durch LS, CPA und CML lässt sich anhand der Brier-Werte diagnostizieren. Dabei führen alle Methoden – im Gegensatz zu den $-LL$ -Werten auch MS1 und MS2 – durchweg zu, mit größerer Disproportionalität steigenden, Verbesserungen.

Bei der Modellierung von $y^{2,bin}$ lassen sich in den Szenarien 1 und 2 kaum Unterschiede zwischen LS, CPA und CML erkennen. In Szenario 1 sind die Ergebnisse bei CPA im Vergleich zu LS und CML sogar minimal besser. Die relative Reduktion der durchschnittlichen $-LL$ -Werte liegt in Szenario 1 bei 0,21% und in Szenario 2 zwischen 0,68% und 0,70%. In den Szenarien 3 und 4 zeigen sich wiederum deutlich schlechtere Werte bei CPA gegenüber LS und CML. Die relative Verringerung beträgt in Szenario 3 (4) bei LS 1,50% (2,82%), bei CPA 1,25% (0,49%) und bei CML 1,51% (2,84%). Anhand von Abbildung 3.10 wird deutlich, dass in den Szenarien 2 bis 4 sowohl der Median als auch das 0,25- und 0,75-Quantil der $-LL$ -Werte bei CPA wie auch bei LS und CML deutlich unter Mod liegen (siehe dazu Tabelle B.17). Jedoch treten bei CPA teilweise deutlich größere Werte auf, die weit über dem maximalen Werten von Mod liegen. Eine höhere Reduktion der $-LL$ -Werte kann in den Szenarien 5 bis 8 beobachtet werden, was mit einer stärkeren Verschlechterung der Likelihood bei Mod durch den Anstieg der Disproportion einhergeht. In Szenario 5 wird eine Verbesserung von 41,09% bei LS, 40,65% bei CPA und 41,11% bei CML erzielt. Bei Ziehung 40% weniger Nicht-Pflegebedürftiger (Szenario 8) beträgt die Reduzierung bei LS 76.71%, bei CPA 75.59% und bei CML 76.72%. Auch mit MS1 kann eine Verbesserung der $-LL$ -Werte erreicht werden, die weniger stark als bei LS, CPA und CML ausfällt. MS2 führt in allen hier implementierten Szenarien zu deutlichen Verschlechterungen. Die Ergebnisse der Likelihood-Werte stimmen auch mit der Analyse der Brier-Werte überein. In allen Szenarien lassen sich die geringsten Werte bei CML beobachten. Bei den Brier-Werten treten – im Gegensatz zu den $-LL$ -Werten – auch bei MS2 Verbesserungen auf.

In den Szenarien 1 und 2 zeigen sich nur geringe Unterschiede zwischen LS, CPA und CML bei der Modellierung von $y^{1,pol}$. Während in Szenario 1 das arithmetische Mittel der $-LL$ -Werte bei CPA sogar etwas geringer ausfällt, resultieren die niedrigsten Quartilswerte bei CML (siehe dazu Tabelle B.21). Je größer die Verzerrung bezüglich der endogenen Variable, desto deutlicher werden die Verbesserungen von CML und LS gegenüber CPA. Die relative Reduktion des arithmetischen Mittels liegt für LS in Szenario 4 (3, 2, 1) bei 10,94% (6,19%, 2,79%, 0,70%), für CPA bei 10,78% (6,14%, 2,79%, 0,71%) und für CML bei 10,94% (6,19%, 2,79%, 0,70%). Die Reduzierung der Auswahlwahrscheinlichkeit für erwerbslose Personen (Szenarien 4 bis 8) führt zu einer geringeren Verschlechterung der Likelihood im Vergleich zu SRS, da in der Population weniger Personen erwerbslos sind (14.375) als erwerbstätig (225.808) oder Nichterwerbspersonen (159.529). Daher sind in den Szenarien 6 bis 9 die Ergebnisse sehr ähnlich und es lassen sich lediglich geringere Verbesserungen der Likelihood-Werte feststellen. In Szenario 8 fallen die durchschnittlichen $-LL$ -Werte bei CPA mit minimalem Abstand am niedrigsten aus. Die Auswertung der Brier-Werte führt zu ähnlichen Ergebnissen. In den Szenarien 1 bis 4 kommt es zu starken und in den Szenarien 5 bis 8 zu leichten Verbesserungen. Deutliche Unterschiede zwischen den Methoden treten lediglich in den Szenarien 3 und 4 auf, wobei CML und LS zu besseren Ergebnissen im Vergleich zu CPA führen (siehe dazu Tabelle B.22).

Annähernd ohne Unterschiede zwischen den Methoden sind hingegen die Resultate für $y^{2,pol}$ in den Szenarien 5 bis 8. Bei Verringerung der Auswahlwahrscheinlichkeit von Personen in Pflegestufe 1 kann zwar eine sichtbare Verbesserung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte erzielt werden, jedoch ohne bedeutende Differenzen zwischen den Methoden. In Szenario 5 ergibt sich der kleinste durchschnittliche $-LL$ -Wert bei LS, in Szenario 7 bei CPA und in Szenario 8 bei CML, während in Szenario 6 keine Differenzen auftreten. Der Grund für die geringen Unterschiede der Methoden liegt wieder in der relativ geringen Beeinflussung der Modell-Likelihood durch den geringen Anteil von Personen in Pflegestufe 1. Deutliche Unterschiede können hingegen in den Szenarien 1-4 ausgemacht werden. Hier führt die disproportionale Ziehung nicht pflegebedürftiger Personen in allen Szenarien zu extremen Verschlechterungen der Modell-Likelihood bei Mod, die wiederum mit starken Verbesserungen durch die Anpassungsmethoden einhergehen. Das arithmetische Mittel der $-LL$ -Werte kann in Szenario 1 (2, 3, 4) bei LS um 36,36% (56,08%, 66,62%, 73,36%), bei CPA um 36,04 (55,68%, 65,78%, 72,39%) und bei CML um 36,36% (56,08%, 66,63%, 73,36%) reduziert werden. Die Brier-Werte zeigen ebenfalls für die Szenarien 1 bis 4 starke und für die Szenarien 5 bis 8 leichtere Verbesserungen der Prädiktionen, wengleich in den meisten Szenarien die besten Vorhersagen über CML erzielt werden.

Tabelle 3.14: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – disproportionale Ziehung der endogenen Variable

Erwerbsstatus: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	165.253	167.431	167.417	163.875	163.874	163.874
Szenario 2	169.396	188.298	172.543	163.874	163.925	163.863
Szenario 3	176.735	231.553	178.727	163.886	164.366	163.866
Szenario 4	188.124	266.944	185.956	163.874	166.402	163.838
Szenario 5	164.766	164.282	175.699	163.878	163.875	163.876
Szenario 6	167.275	165.366	187.217	163.892	163.893	163.884
Szenario 7	171.887	167.125	196.489	163.900	163.966	163.884
Szenario 8	178.722	169.534	203.356	163.935	164.227	163.905
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	132,538	131,769	132,295	131,277	131,275	131,275
Szenario 2	136,415	133,023	135,127	131,275	131,302	131,266
Szenario 3	143,499	134,819	139,704	131,286	131,571	131,269
Szenario 4	154,731	136,938	146,004	131,272	132,891	131,241
Szenario 5	132,030	131,531	131,618	131,279	131,277	131,278
Szenario 6	134,108	132,289	132,368	131,288	131,287	131,281
Szenario 7	137,782	133,648	133,598	131,295	131,330	131,282
Szenario 8	143,019	135,653	135,362	131,324	131,491	131,299
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.676	27.622	27.762	27.618	27.617	27.618
Szenario 2	27.836	27.654	27.928	27.643	27.649	27.642
Szenario 3	28.088	27.689	28.226	27.667	27.738	27.665
Szenario 4	28.500	27.736	28.652	27.697	28.359	27.692
Szenario 5	46.697	28.091	52.781	27.507	27.713	27.502
Szenario 6	69.521	28.725	63.531	27.498	28.065	27.492
Szenario 7	93.085	29.308	74.064	27.495	28.436	27.488
Szenario 8	118.052	29.855	84.858	27.494	28.812	27.486
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,212	16,198	16,208	16,194	16,194	16,194
Szenario 2	16,267	16,212	16,255	16,203	16,203	16,203
Szenario 3	16,345	16,226	16,321	16,208	16,218	16,207
Szenario 4	16,468	16,250	16,426	16,216	16,329	16,214
Szenario 5	28,934	16,541	24,981	16,163	16,268	16,160
Szenario 6	46,530	16,823	35,906	16,160	16,434	16,157
Szenario 7	65,578	17,026	46,728	16,159	16,590	16,156
Szenario 8	86,330	17,185	57,629	16,159	16,734	16,155

Tabelle 3.15: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – polytome abhängige Variable – disproportionale Ziehung der endogenen Variable

Erwerbsstatus: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	198.919	197.519	197.516	197.517
Szenario 2	203.172	197.502	197.506	197.501
Szenario 3	210.494	197.468	197.562	197.467
Szenario 4	221.734	197.486	197.823	197.485
Szenario 5	197.788	197.602	197.600	197.600
Szenario 6	198.066	197.627	197.625	197.625
Szenario 7	198.614	197.680	197.676	197.676
Szenario 8	199.487	197.746	197.737	197.738
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	140,388	139,271	139,269	139,269
Szenario 2	143,856	139,265	139,269	139,265
Szenario 3	150,007	139,260	139,320	139,259
Szenario 4	159,531	139,277	139,508	139,275
Szenario 5	139,350	139,291	139,291	139,291
Szenario 6	139,389	139,294	139,293	139,293
Szenario 7	139,473	139,304	139,303	139,303
Szenario 8	139,593	139,316	139,314	139,314
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	50.951	32.428	32.588	32.428
Szenario 2	73.791	32.407	32.903	32.406
Szenario 3	97.073	32.402	33.223	32.395
Szenario 4	121.572	32.401	33.567	32.392
Szenario 5	32.707	32.634	32.633	32.633
Szenario 6	32.781	32.663	32.654	32.654
Szenario 7	32.920	32.668	32.662	32.663
Szenario 8	33.125	32.712	32.714	32.705
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	26,363	16,765	16,828	16,765
Szenario 2	39,713	16,762	16,935	16,761
Szenario 3	54,076	16,760	17,045	16,760
Szenario 4	69,572	16,760	17,138	16,759
Szenario 5	16,816	16,801	16,801	16,801
Szenario 6	16,828	16,804	16,804	16,804
Szenario 7	16,855	16,811	16,810	16,811
Szenario 8	16,888	16,817	16,818	16,816

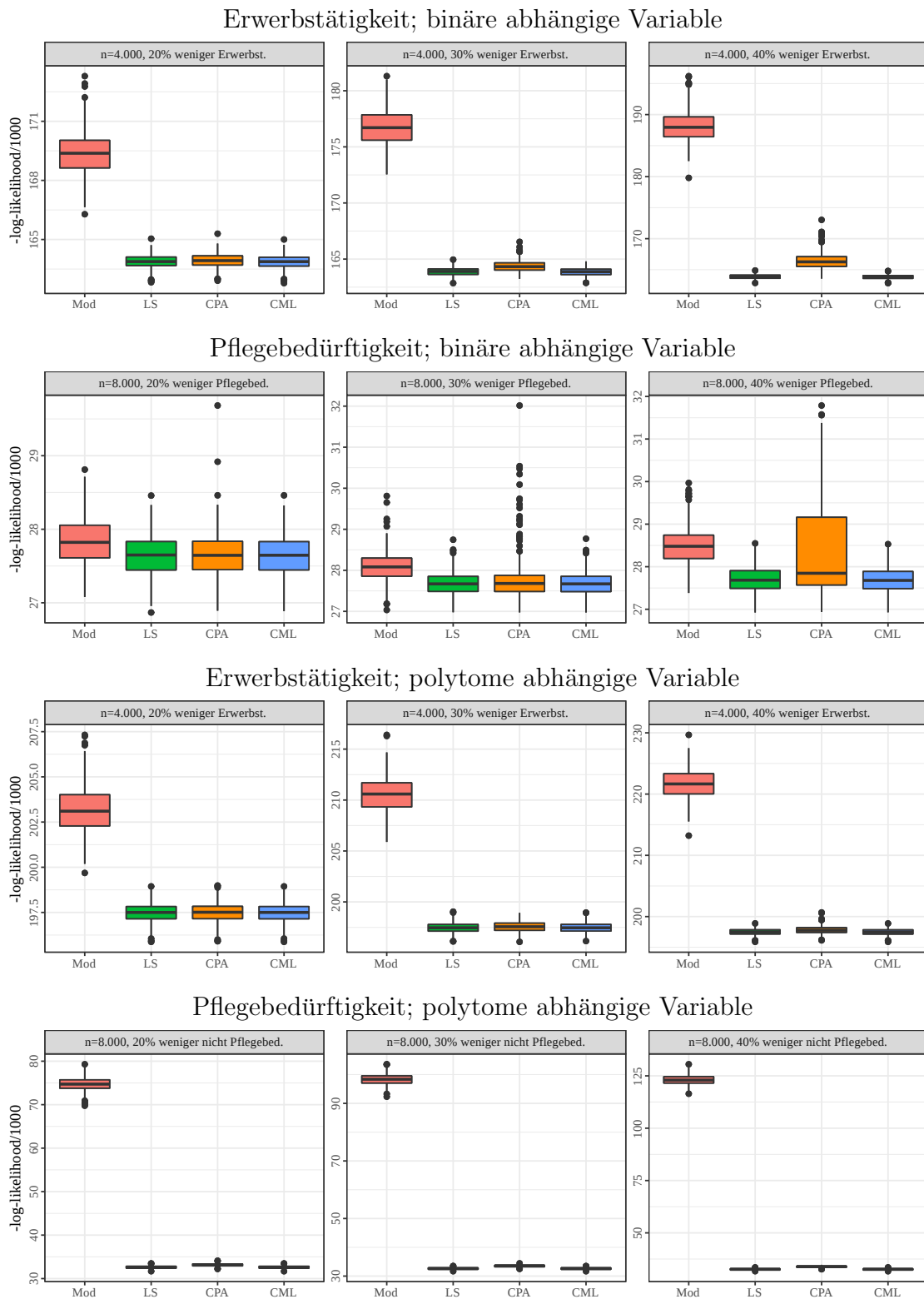


Abbildung 3.10: Negative Log-Likelihood-Werte bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable

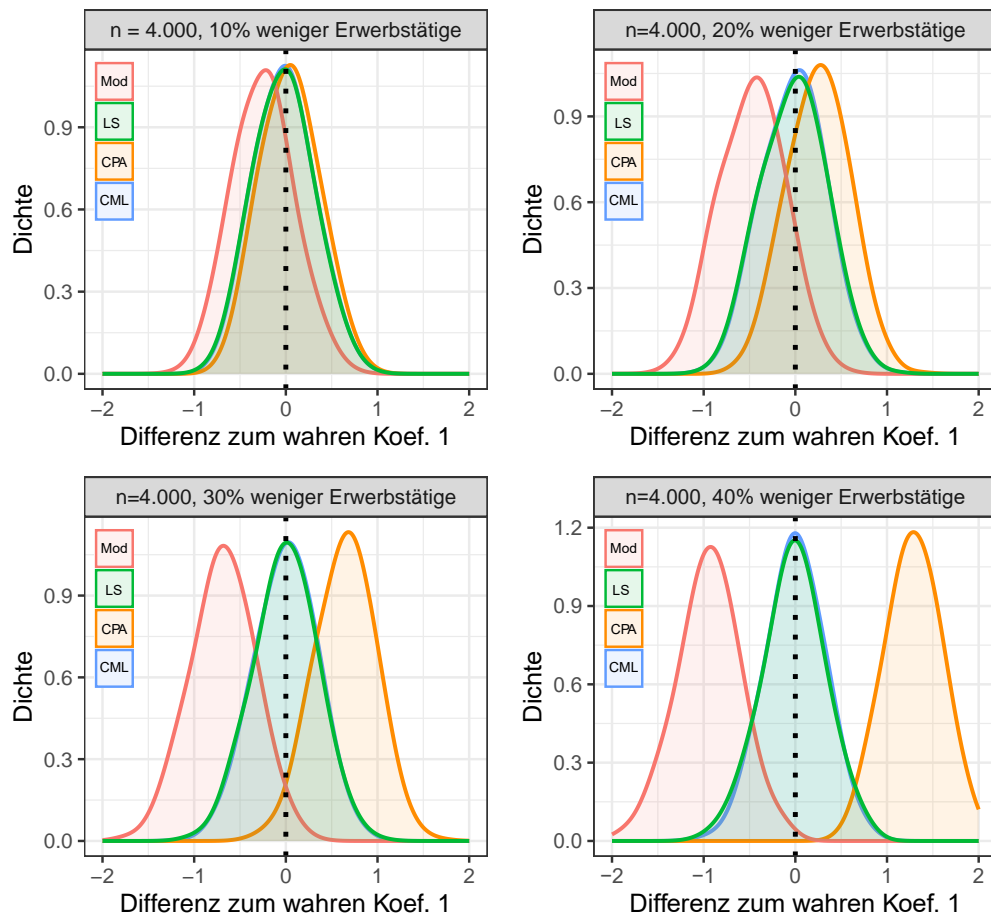


Abbildung 3.11: Vergleich der Schätzungen des Achsenabschnitts bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable (Szenarien 1 bis 4) – Erwerbstätigkeit (binär)

Die Auswirkungen der Anpassungsmethoden auf die Schätzung der Koeffizienten bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable lassen sich über eine direkte Betrachtung der Koeffizienten für die Modellierung von $y^{1,bin}$ verdeutlichen. Abbildung 3.11 zeigt Kerndichteschätzungen für die Differenz der geschätzten zu den tatsächlichen Parametern des Achsenabschnitts ($\beta_1 - \hat{\beta}_1^{(m)}$) bei einer Verringerung der Auswahlwahrscheinlichkeit erwerbstätiger Personen um 10%, 20%, 30% und 40%. Die deutlichen Verzerrungen des Achsenabschnitts durch eine Unterschätzung bei einfacher Modellierung (Mod) ist in allen Szenarien über die rot gefärbte Linie ersichtlich. Die Anpassung mittels CPA (orange Linie) führt zwar in die richtige Richtung, jedoch ergeben sich bei steigender Verzerrung systematische Verzerrungen in die entgegengesetzte Richtung. Bei LS (grüne Linie) und CML (blaue Linie) können hingegen in keinem Szenario Verzerrungen des Achsenabschnitts festgestellt werden. Während keine Differenzen zwischen CML und LS in den Szenarien 1 und 3 zu erkennen sind, weist CML in den Szenarien 2 und 4 etwas höhere Werte um 0 auf als LS, was auf einen Effizienzgewinn hinsichtlich der Schätzung hindeutet.

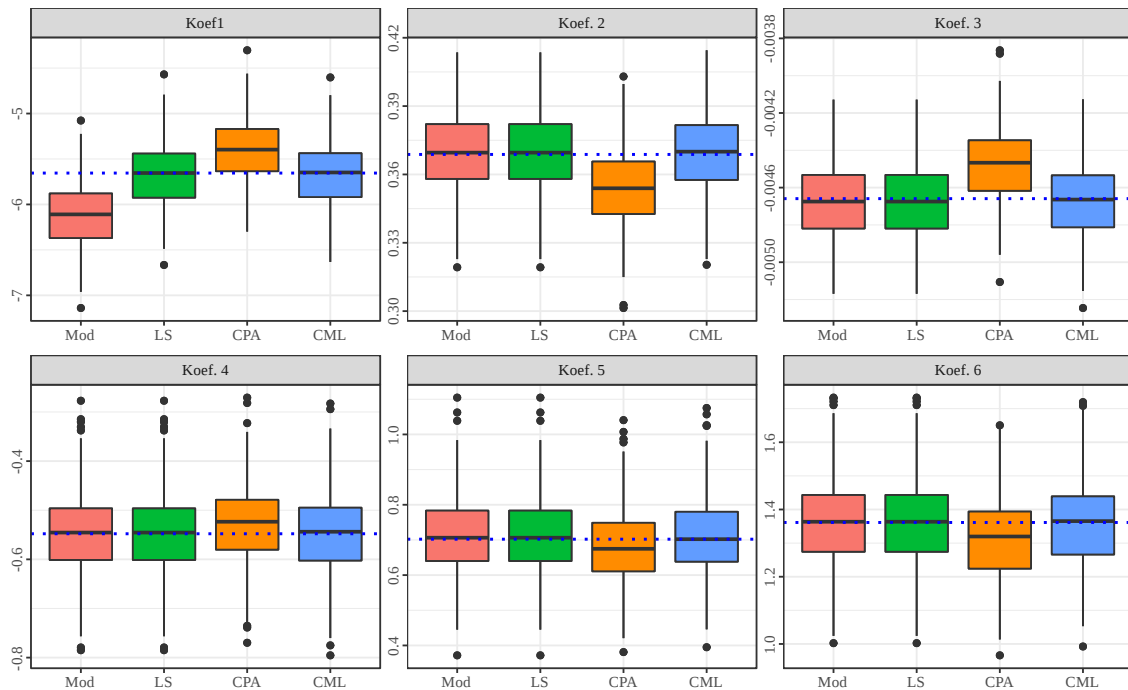


Abbildung 3.12: Vergleich der geschätzten Koeffizienten bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable (Szenario 4) – Erwerbstätigkeit (binär)

Alle geschätzten Parameter für die Modellierung von $y^{1,bin}$ werden in Abbildung 3.12 für Szenario 4 über Boxplots dargestellt. Die blau gestrichelte Linie gibt den Wert der wahren Parameter an. Wie bereits in Abbildung 3.11 zu erkennen war, weist der Achsenabschnitt (Koef. 1) bei Mod eine deutliche Verzerrung auf, während die übrigen Parameter 2 bis 6 unverzerrt zu sein scheinen. LS und CML können dieser Verzerrung sichtlich entgegenwirken. Gleichzeitig weisen bei CPA alle Parameter deutliche Differenzen auf. Es zeigt sich, dass die Mahalanobis-Distanz aufgrund der Gewichtung durch die inverse Varianz-Kovarianz-Matrix, wie bereits im Beispiel in Abschnitt 3.2.3 verdeutlicht wurde, bei größeren Verzerrungen zu einer starken Verschiebung aller Parameter führt.

Zusammenfassend lässt sich resümieren, dass LS, CPA und CML bei Disproportionen bezüglich der endogenen Variable durchweg in der Lage sind, sowohl die Parameterschätzung als auch die prädiktive Güte der Wahrscheinlichkeiten zu verbessern. Insbesondere wenn die disproportionaler Ziehung sehr große Auswirkungen auf die Modelle hat, führen LS und CML zu besseren Ergebnissen als CPA. Auch wenn sich zwischen LS und CML nur geringfügige Unterschiede ausmachen lassen, so resultieren sowohl bei den Likelihood- als auch bei den Brier-Werten nach dem Einsatz von CML in den meisten Fällen die besten Resultate.

3.3.4 Geschätzte Totalwerte

Häufig ergeben sich je nach Anwendungsfall unterschiedliche Einschränkungen bezüglich der Benchmarkwerte, die zusätzliche Unsicherheit in die Schätzung einbringen. Das ist beispielsweise der Fall, wenn Ereignisse oder Zustände vorhergesagt werden sollen, für die keine bekannten Totalwerte vorliegen. In solchen Fällen gibt es verschiedene Möglichkeiten, wie zum Beispiel die Verwendung von Small-Area-Methoden (siehe dazu u.a. Münnich et al., 2013; Burgard, 2015; Rao und Molina, 2015) oder von Schätzungen basierend auf umfangreicheren Erhebungen, die aufgrund fehlender Panelstrukturen oder einer begrenzten Anzahl an enthaltenen Variablen nicht direkt für die Modellierung der Wahrscheinlichkeiten geeignet sind. In diesem Zusammenhang kann die Anpassung an geschätzte Totalwerte $\hat{\tau}^k$ durchgeführt werden. Für die nachfolgende Simulationsstudie wird angenommen, dass neben dem Modellierungsdatensatz eine weitere Erhebung mit größerem Stichprobenumfang existiert, die zwar eine Schätzung der Totalwerte zulässt, jedoch nicht für die Erstellung des Modells geeignet ist. Das grundlegende Ziel ist nach wie vor, durch die Verwendung von Anpassungsmethoden zuverlässigere Ergebnisse zu generieren als bei ausschließlicher Verwendung der Modellierungsdaten D .

Simulationsaufbau

Die Simulation wird für die binären endogenen Variablen zu Erwerbstätigkeit ($y^{1,bin}$) und Pflegebedürftigkeit ($y^{2,bin}$) durchgeführt. Der Aufbau stimmt weitestgehend mit dem Simulationsaufbau in Abschnitt 3.3.1 überein. Die Grundgesamtheit bleibt hinsichtlich der unabhängigen Variablen im Simulationsverlauf unverändert. In $M = 500$ Simulationsdurchläufen werden die Werte für die abhängige Variablen auf Basis der jeweiligen Modelle (siehe Tabellen 3.4 und 3.5) ergänzt. Anschließend werden Modelle für den Erwerbsstatus und die Pflegebedürftigkeit auf einer Stichprobe \mathcal{D}^m geschätzt, um darauf die Wahrscheinlichkeiten für die Basispopulation vorherzusagen. Die Stichprobe \mathcal{D}^m wird in jedem Durchlauf der Simulation über eine uneingeschränkte Zufallsstichprobe aus der Grundgesamtheit gezogen.

Tabelle 3.16: Szenarien: Stichprobengrößen zur Schätzung der Totalwerte

	Erwerbsstatus		Pflegebedürftigkeit	
	n^{est}/N	n^{est}	n^{est}/N	n^{est}
Szenario 1	0,05	20.000	0,10	40.000
Szenario 2	0,10	40.000	0,20	80.000
Szenario 3	0,20	80.000	0,40	160.000
Szenario 4	0,40	160.000	0,80	360.000

Neben der Stichprobe \mathcal{D}^m vom Umfang $n = 4.000$ für die Modellierung von $y^{1,bin}$ und $n = 8.000$ für die Modellierung von $y^{2,bin}$ wird in jedem Durchlauf jeweils eine weitere uneingeschränkte Zufallsstichprobe $\mathcal{D}^{est,m}$ vom Umfang n^{est} zur Schätzung des Totalwerts $\hat{\tau}^{m,k}$ aus der Grundgesamtheit gezogen. Der Totalwert wird in jedem Simulationsdurchlauf m über

$$\hat{\tau}^{m,k} = \frac{N}{n^{est}} \sum_{i \in \mathcal{D}^{est,m}} \mathbb{1}(y_i = Y_k). \quad (3.26)$$

bestimmt.

Im Rahmen der Simulation werden verschiedene Stichprobengrößen n^{est} mit den Umfängen von 5% (Szenario 1), 10% (Szenario 2), 20% (Szenario 3) und 40% (Szenario 4) der Population für die Modellierung von $y^{1,bin}$ gezogen. Zur Schätzung der Modelle zur Erklärung von $y^{2,bin}$ werden aufgrund der geringeren Anzahl pflegebedürftiger Personen größere Stichproben von 10% (Szenario 1), 20% (Szenario 2), 40% (Szenario 3) und 80% gezogen. Die Szenarien sind in Tabelle 3.16 aufgeführt. Aufgrund des größeren Stichprobenumfangs ist $\mathcal{D}^{est,m}$ bei gleichem Stichprobendesign (SRS) besser für die Schätzung des Totalwerts geeignet als \mathcal{D}^m . Gleichzeitig wird angenommen, dass $\mathcal{D}^{est,m}$ (zum Beispiel aufgrund fehlender Variablen) ungeeignet für die Modellierung der Wahrscheinlichkeiten ist. Ziel der Simulationsstudie ist es, zu untersuchen, ob auch bei geschätzten Totalwerten Verbesserungen der Modellparameter und der daraus bestimmten Wahrscheinlichkeiten erzielt werden können. Die Beurteilung findet wiederum auf Basis der endogenen Variable aus der gesamten Population analog zum Vorgehen in Abschnitt 3.3.1 statt. Zur Evaluation der prognostischen Güte werden die Brier- (Gleichung 3.25) und zur Bewertung der Parameterschätzung die $-LL$ -Werte (Gleichung 3.24) herangezogen.

Simulationsergebnisse

Die Mittelwerte der Brier- und $-LL$ -Werte über alle Simulationsdurchläufe sind in Tabelle 3.17 zusammengefasst. Darüber hinaus werden die $-LL$ -Werte in Abbildung 3.13 und die Brier-Werte in Abbildung B.4 über Boxplots veranschaulicht. Detaillierten Ergebnisse inklusive der Quartilswerte sind in den Tabellen B.25 bis B.28 im Anhang zu finden. Da die Ziehung der Stichprobe \mathcal{D}^m zwar in jedem Simulationsdurchlauf individuell erfolgt, aber für alle Anpassungsmethoden beibehalten wird, treten zwischen den Szenarien keine Unterschiede in den Ergebnissen für Mod auf.

Bei der Modellierung von $y^{1,bin}$ lässt sich erkennen, dass die Unterschiede zwischen LS, CPA und CML sowohl bei den Brier- Werten als auch bei den Likelihood-Werten so gering sind, dass diese sich weder in der tabellarischen Auflistung noch in den Boxplots erkennen lassen. Auch wird deutlich, dass LS, CPA und CML in allen hier implementierten Szenarien zu Verbesserungen der Modelle und Vorhersagen

führen. Die relative Reduktion der $-LL$ -Werte nimmt mit steigendem Stichprobenumfang von $\mathcal{D}^{est,m}$ zu. Dies lässt sich in Abbildung 3.13 erkennen. Bei $n^{est} = 20.000$ wird eine relative Verringerung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte von 0,02%, bei $n^{est} = 40.000$, $n^{est} = 80.000$ und $n^{est} = 160.000$ von 0,03% erzielt.

Tabelle 3.17: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – binäre abhängige Variable – geschätzte Benchmarkwerte

Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	164.244	164.252	165.564	164.211	164.211	164.211
Szen. 2	164.244	164.237	165.516	164.202	164.202	164.202
Szen. 3	164.244	164.227	165.454	164.198	164.197	164.197
Szen. 4	164.244	164.225	165.365	164.195	164.195	164.195
Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	131,632	131,619	131,633	131,604	131,603	131,603
Szen. 2	131,632	131,611	131,627	131,596	131,596	131,596
Szen. 3	131,632	131,606	131,624	131,592	131,591	131,591
Szen. 4	131,632	131,604	131,620	131,589	131,589	131,589
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	27.630	27.615	28.044	27.614	27.614	27.614
Szen. 2	27.630	27.612	27.968	27.611	27.611	27.611
Szen. 3	27.630	27.611	27.966	27.610	27.610	27.610
Szen. 4	27.630	27.610	27.952	27.609	27.609	27.609
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	16,201	16,196	16,200	16,194	16,194	16,194
Szen. 2	16,201	16,194	16,200	16,193	16,193	16,193
Szen. 3	16,201	16,194	16,200	16,193	16,193	16,193
Szen. 4	16,201	16,193	16,200	16,192	16,192	16,192

Bei Verwendung des echten anstelle eines geschätzten Totalwerts kann im Vergleich dazu ebenfalls eine Reduktion von 0,03% erzielt werden. Bei MS1 resultieren in Szenario 1 schlechtere Werte im Vergleich zu Mod, während bei den übrigen Szenarien eine Verbesserung zu beobachten ist, die mit steigendem Stichprobenumfang größer wird. Dennoch fällt die Verbesserung deutlich geringer als bei LS, CPA und CML aus. Eine Steigerung der prognostischen Güte lässt sich anhand der durchschnittlichen Brier-Werte feststellen. Abgesehen von MS2 in Szenario 1 führen dabei alle

Methoden zu Verbesserungen, die mit steigendem Stichprobenumfang zunehmen. Die besten Resultate werden mit LS, CML und CPA erreicht, wobei auch hier keine Unterschiede zwischen den Methoden auszumachen sind.

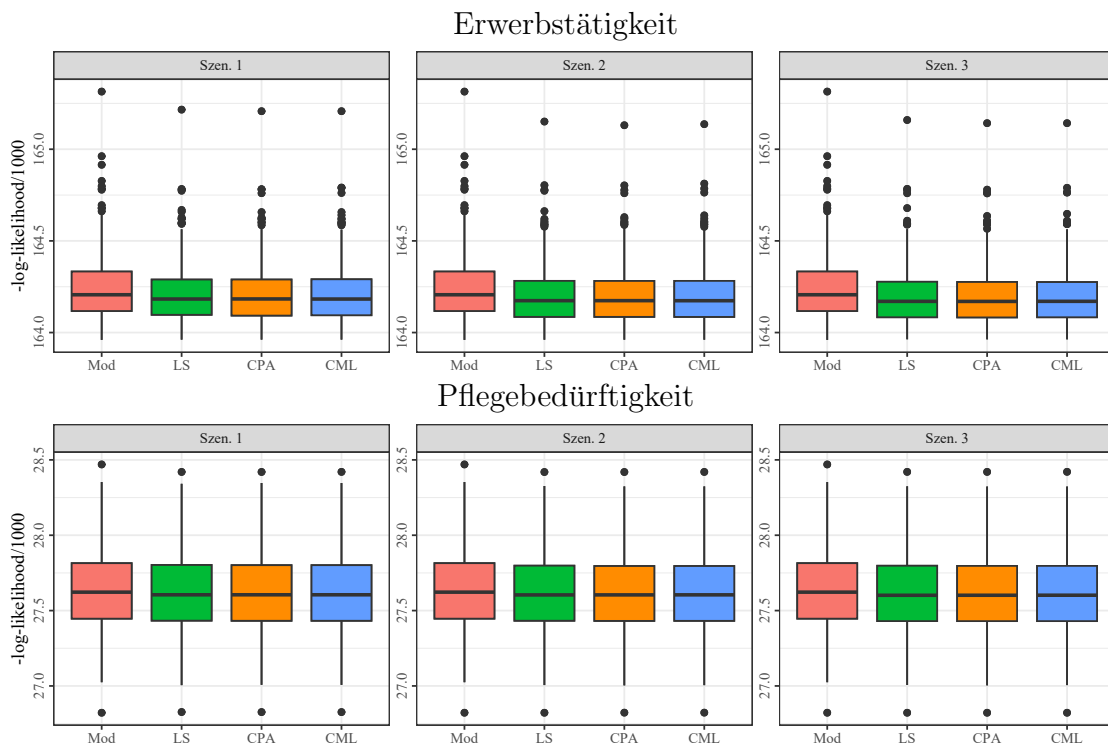


Abbildung 3.13: Negative Log-Likelihood-Werte bei geschätzten Totalwerten

Für $y^{2,bin}$ erzielen MS1, LS, CPA und CML in allen Szenarien im Vergleich zu $y^{1,bin}$ etwas deutlichere Verbesserungen. Erwartungsgemäß nehmen diese auch hier mit steigender Größe der Stichprobe zu. Die besten Ergebnisse können bei LS, CPA und CML ausgemacht werden, wobei weder bei den $-LL$ - noch bei den Brier-Werten erkennbare Unterschiede in der Performance auftreten. Die relative Verringerung des arithmetischen Mittels der $-LL$ -Werte beträgt bei $n^{est} = 40.000$ 0,06%, bei $n^{est} = 80.000$ und $n^{est} = 160.000$ 0,07% und bei $n^{est} = 360.000$ 0,08%. Hier nähert sich der Wert mit steigender Anzahl an Beobachtungen, wie bereits bei der Modellierung von $y^{1,bin}$, der relativen Verbesserung bei Verwendung der gesamten Population (0,08%) an. Bei den Brier-Werten wird auch mit MS2 eine Verbesserung erreicht, die jedoch im Vergleich zu den übrigen Methoden deutlich geringer ausfällt. Die deutlichsten Reduktionen resultieren ebenfalls bei LS, CPA und CML.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass die grundsätzliche Funktionalität der Anpassungsmethoden (LS, CPA, CML) auch bei geschätzten Totalwerten gegeben ist. Je besser die Schätzung des Benchmarkwertes – in der vorliegenden Simulation über die Stichprobengröße definiert – desto größer ist die Verbesserung der Parameterschätzung und prädiktiven Güte.

3.3.5 Stichprobenbasierte Basispopulationen

Die bisher aufgeführten Simulationsstudien nehmen an, dass es sich bei der Basispopulation um eine (synthetische) Grundgesamtheit handelt und Strukturen der exogenen Merkmale somit vollumfänglich bekannt sind. In den meisten Fällen werden Mikrosimulationen jedoch nicht auf gesamten Populationen durchgeführt, sondern auf Datensätzen aus statischen Erhebungen (siehe dazu Abschnitt 2.3). Grundsätzlich sollten dabei Datenqualität und ausreichende Größe gewährleistet sein, jedoch kann die Verteilung der exogenen Variablen der Grundgesamtheit nicht als bekannt angenommen werden. Dieses Vorgehen ist für die Praxis durchaus relevant, da häufig größere Erhebungen als Basispopulation dienen, während kleinere Erhebungen zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden. So wird in Deutschland beispielsweise der Mikrozensus als umfangreichster verfügbarer Erhebungsdatensatz als Basispopulation verwendet (Hannappel und Troitzsch, 2015). Für die Modelle zur Vorhersage der Übergangswahrscheinlichkeiten werden hingegen aufgrund der größeren Anzahl enthaltener Variablen und verfügbarer Erhebungsjahren auf kleinere Datensätze wie das SOEP zurückgegriffen (Bekalarczyk und Stein, 2017).

Auch unter diesen Voraussetzungen können Anpassungen der Wahrscheinlichkeiten oder der Modelle vorgenommen werden, jedoch wird nicht an den Totalwert τ^k , sondern den durchschnittlichen Wert $q^k = \frac{1}{N}\tau^k$ oder den geschätzten Totalwert für die Basispopulation $\hat{\tau}^k = \tilde{N} \cdot q^k$ kalibriert. Nachfolgend gibt \tilde{N} die Anzahl an Beobachtungen in der stichprobenbasierten Basispopulation an. Untersucht wird die Frage, ob Alignmentverfahren auch unter zusätzliche Unsicherheit in der Basispopulation durch den Prozess der Stichprobenziehung zu Verbesserungen der Parameterschätzung und prognostischen Güte führen.

Simulationsaufbau

Das Vorgehen entspricht auch in diesem Fall im Wesentlichen dem Simulationsaufbau der vorangegangenen Analysen (siehe Abschnitt 3.3.1). Die Simulation basiert ebenfalls auf $M = 500$ Durchläufen, wobei in jedem Simulationsdurchlauf die endogenen Variablen für Erwerbstätigkeit ($y^{1,bin}$) und Pflegebedürftigkeit ($y^{2,bin}$) auf Basis der Modelle aus den Tabellen 3.4 und 3.2 auf dem MZ SUF 2012, der weiterhin als Population \mathcal{U} definiert ist, ergänzt wird (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012). In jedem Durchlauf wird neben dem Modellierungsdatensatz \mathcal{D}^m eine weitere Stichprobe $\tilde{\mathcal{U}}^m$ der Größe \tilde{N} aus der Grundgesamtheit \mathcal{U} gezogen und als Basispopulation definiert. Die Ziehung erfolgt ausschließlich über uneingeschränkte Zufallsauswahl. In fünf verschiedenen Szenarien werden Stichprobengrößen von 5% (Szenario 1), 10% (Szenario 2), 20% (Szenario 3), 40% (Szenario 4) und 80% (Szenario 5) für $\tilde{\mathcal{U}}^m \subset \mathcal{U}$ gezogen. Ein Überblick über die Szenarien findet sich in Tabelle 3.18.

Als Stichprobengröße für \mathcal{D}^m wird $n = 4.000$ für $y^{1,bin}$ und $n = 8.000$ für $y^{2,bin}$ festgelegt. Somit ist die stichprobenbasierte Basispopulation in allen Szenarien größer als die Stichprobe, die zur Schätzung des Modells gezogen wird. Die Totalwerte der Population τ^k werden nachfolgend als bekannt angenommen.

Die Modelle und geschätzten Wahrscheinlichkeiten können bei dieser Art der Simulation auf zwei unterschiedliche Arten evaluiert werden. Zum einen kann die Evaluation analog zum Vorgehen der vorangegangenen Abschnitte auf der gesamten Population \mathcal{U} erfolgen (Gleichungen 3.25 und 3.24). Hierbei lassen sich jedoch keine Ergebnisse für MS1 und MS2 generieren, da die angepassten Wahrscheinlichkeiten ausschließlich für die Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^m$ vorliegen und nicht auf \mathcal{U} übertragen werden können. Zum anderen kann die Evaluation direkt auf der stichprobenbasierten Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^m$ erfolgen, da bekannt ist, welche Ausprägungen die Individuen tatsächlich haben. Hier ergibt sich der negative Log-Likelihood-Wert aus:

$$-LL(\hat{\beta}^m) = - \sum_{u \in \tilde{\mathcal{U}}^m} \sum_{k=1}^J [\mathbb{1}(y_u^m = Y_k) \log(\hat{\pi}_u^{m,k})] \quad (3.27)$$

Analog dazu werden die Brier-Wert wie folgt berechnet:

$$B^m = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{k=1}^J \sum_{u \in \tilde{\mathcal{U}}^m} (\hat{\pi}_u^{m,k} - \mathbb{1}(y_u^m = Y_k))^2. \quad (3.28)$$

Somit erfolgt die Evaluation der Anpassungsmethoden sowohl auf der Basispopulation als auch auf der Grundgesamtheit. Idealerweise sollte durch die Anpassung in beiden Fällen Verbesserungen bei der Schätzung der Parameter wie auch bei der Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten erzielt werden.

Tabelle 3.18: Szenarien: Stichprobengrößen der Basispopulation

	Erwerbsstatus	
	\tilde{N}/N	\tilde{N}
Szenario 1	0,05	20.000
Szenario 2	0,10	40.000
Szenario 3	0,20	80.000
Szenario 4	0,40	160.000
Szenario 5	0,80	320.000

Simulationsergebnisse

Die durchschnittlichen $-LL$ - und Brier-Werte sind in Tabelle 3.19 für die Evaluation auf der Grundgesamtheit \mathcal{U} und in Tabelle 3.20 für die Evaluation auf der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^m$ zusammengefasst. Weitere Ergebnisse finden sich zudem im Anhang in den Tabellen B.29 bis B.32. Darüber hinaus werden die $-LL$ -Werte in Abbildung 3.14 und die Brier-Werte in Abbildung B.5 über Boxplots veranschaulicht. Es lässt sich erkennen, dass bei Evaluation auf \mathcal{U} keine Unterschiede zwischen den $-LL$ -Werten der unterschiedlichen Szenarien bei Mod ausgemacht werden können, da in jedem Simulationsdurchlauf die gleichen Stichproben zur Schätzung der Regressionsmodelle über alle Szenarien hinweg herangezogen werden.

Die Analyse der Ergebnisse für $y^{1,bin}$ auf der Population zeigt, dass in allen Szenarien mit LS, CPA und CML eine Verbesserung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte erzielt werden kann. Die relative Verbesserung nimmt mit steigender Größe der Basispopulation zu. Insgesamt fallen die Differenzen sowohl hinsichtlich der Szenarien als auch hinsichtlich der Methoden LS, CPA und CML überaus gering aus. So liegt die relative Verringerung des arithmetischen Mittels der $-LL$ -Werte in allen Fällen bei 0,03%. Während die Werte bei CPA teilweise minimal geringer als bei LS und CML sind, können bei Betrachtung des Medians wiederum etwas geringere Werte bei CML gegenüber LS und CPA ausgemacht werden (siehe Tabelle B.31). Auch bei den Brier-Werten lässt sich eine mit steigender Größe der Basispopulation zunehmende Reduktion der quadratischen Abweichungen feststellen. Unterschiede zwischen LS, CPA und CML sind hier ebenfalls äußerst gering.

Die Tendenz der Ergebnisse für die Modellierung von $y^{1,bin}$ bei Evaluation auf der Population ist ähnlich, jedoch mit abermals weniger beobachtbaren Differenzen zwischen den Verfahren. Mit zunehmender Größe der Basispopulation wird die Verbesserung des Likelihood-Wertes zwar tendenziell größer, wobei auf die dritte Nachkommastelle gerundet ab Szenario 2 keine Veränderungen mehr erkennbar sind. Dies wird auch bei Betrachtung von Abbildung B.5 für die Szenarien 3, 4 und 5 deutlich. Es sind zwar Verringerungen bei Anwendung der Anpassungsmethoden erkennbar, Unterschiede zwischen den Methoden jedoch nicht. Gleiches gilt für die Brier-Werte, welche ebenso Verbesserungen zeigen, aber keine Unterschiede zwischen den Methoden und den Szenarien 2 bis 5 aufweisen.

Bei der Evaluation der Ergebnisse auf der Basispopulation $\tilde{\mathcal{U}}^m$ können auch Ergebnisse für MS1 und MS2 ausgegeben werden. Im Gegensatz zur Analyse auf \mathcal{U} resultieren in diesem Fall unterschiedliche Werte zwischen den Szenarien bei Mod. Grund dafür ist die Größe der Basispopulationen, auf der die Likelihood-Werte berechnet werden. Bei Normierung hinsichtlich der Größe der jeweiligen Basispopulation ($-LL(\beta^m)/\tilde{N}$) zeigt sich jedoch, dass die Werte kaum voneinander abweichen.

Die relative Verringerung der $-LL$ -Werte ist bei der Evaluation auf der Stichprobe für $y^{1,bin}$ sehr ähnlich zu den Ergebnissen auf der gesamten Population. Mit steigender Stichprobengröße nimmt die Reduktion der $-LL$ -Werte zu, wenngleich die Veränderungen zunehmend geringer werden. So beträgt die relative Verringerung bei Szenario 1 0,02% und bei Szenario 3 0,03%. Bei MS1 treten in Szenario 1 keine Veränderung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte auf, in den Szenarien 2 bis 5 wird hingegen eine mit steigendem Umfang einhergehende Verbesserung verzeichnet, die wiederum deutlich hinter LS, CPA und CML liegt. MS2 führt zu einer, mit steigendem Stichprobenumfang abnehmenden, Verschlechterung. Während sich die Betrachtung der Brier-Werte bei MS1, LS, CPA und CML mit den Ergebnissen der Likelihood-Analyse übereinstimmen, führt MS2 hier ebenfalls zu einer, jedoch mit deutlichem Abstand geringeren, Verbesserung der Vorhersagen.

Die Tendenz zu größeren Verbesserungen mit steigenden Umfängen der Basispopulation fällt bei Modellierung von $y^{2,bin}$ bei LS, CPA und CML so gering aus, dass sie in den Ergebnissen nicht erkennbar sind. Gleichzeitig können durchweg Verbesserungen der $-LL$ -Werte ausgemacht werden. Die leicht besseren Resultate bei LS, CPA und CML sind aufgrund der Rundung der Ergebnisse in Tabelle 3.20 erst in Szenario 5 zu erkennen. In diesem Fall führt auch MS2 in allen Szenarien zu leichten Verbesserungen. Die Brier-Werte zeigen ein weitestgehend übereinstimmendes Bild. Die stärkste Verbesserung der Vorhersagen wird in allen Szenarien mit LS, CPA und CML erreicht. Auch hier sind kaum Unterschiede zwischen LS, CPA und CML ersichtlich. Im Gegensatz zu den $-LL$ -Werten kann ein Unterschied zu MS1 schon ab Szenario 3 beobachtet werden.

Auch an dieser Stelle lässt sich resümieren, dass eine Anwendung von LS, CPA und CML in allen untersuchten Szenarien zu Verbesserungen der Parameter- und Wahrscheinlichkeitsschätzung führt. Unterschiede hinsichtlich der Performance ergeben sich hingegen nicht.

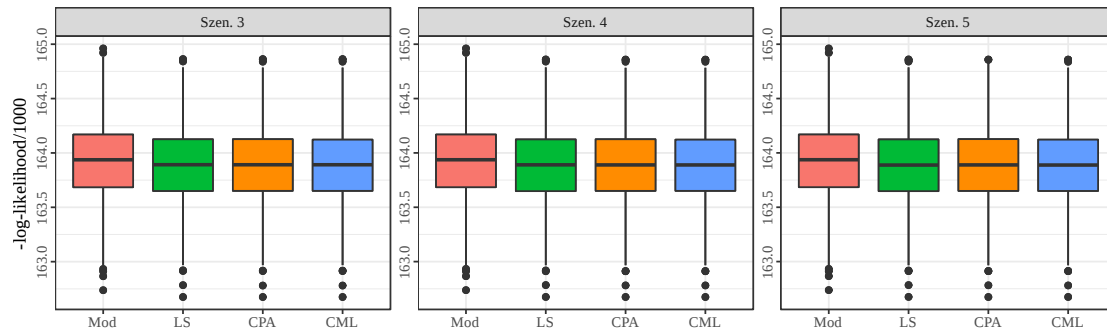
Tabelle 3.19: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit

Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szen. 1	163.938	163.894	163.893	163.893
Szen. 2	163.938	163.889	163.889	163.889
Szen. 3	163.938	163.887	163.887	163.887
Szen. 4	163.938	163.886	163.886	163.886
Szen. 5	163.938	163.886	163.885	163.886
Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szen. 1	131,329	131,290	131,290	131,290
Szen. 2	131,329	131,287	131,286	131,287
Szen. 3	131,329	131,285	131,284	131,284
Szen. 4	131,329	131,284	131,284	131,284
Szen. 5	131,329	131,283	131,283	131,283
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szen. 1	27.630	27.610	27.610	27.610
Szen. 2	27.630	27.609	27.609	27.609
Szen. 3	27.630	27.609	27.609	27.609
Szen. 4	27.630	27.609	27.609	27.609
Szen. 5	27.630	27.609	27.609	27.609
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$				
	Mod	LS	CPA	CML
Szen. 1	16,201	16,193	16,193	16,193
Szen. 2	16,201	16,192	16,192	16,192
Szen. 3	16,201	16,192	16,192	16,192
Szen. 4	16,201	16,192	16,192	16,192
Szen. 5	16,201	16,192	16,192	16,192

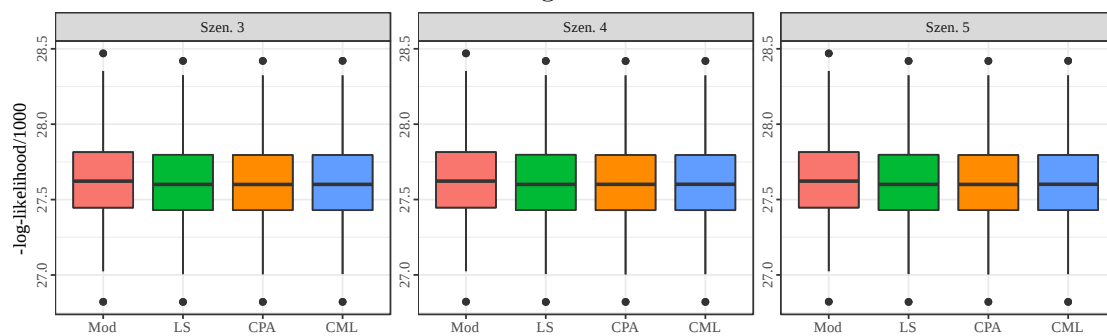
Tabelle 3.20: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe

Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	8.203	82.030	82.590	8.201	8.201	8.201
Szen. 2	16.404	16.403	16.514	16.399	16.399	16.399
Szen. 3	32.795	32.791	33.006	32.785	32.785	32.785
Szen. 4	65.640	65.632	66.061	65.619	65.619	65.619
Szen. 5	131.246	131.229	132.077	131.204	131.204	131.204
Erwerbstätigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	131,341	131,316	131,330	131,298	131,298	131,298
Szen. 2	131,319	131,293	131,310	131,277	131,277	131,277
Szen. 3	131,251	131,223	131,240	131,207	131,207	131,207
Szen. 4	131,370	131,340	131,357	131,325	131,324	131,324
Szen. 5	131,331	131,302	131,318	131,286	131,286	131,286
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche –LL-Werte, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	1.384	1.383	1.402	1.383	1.383	1.383
Szen. 2	2.763	2.761	2.796	2.761	2.761	2.761
Szen. 3	5.538	5.534	5.604	5.534	5.534	5.534
Szen. 4	11.064	11.056	11.195	11.056	11.056	11.056
Szen. 5	22.122	22.106	22.382	22.105	22.105	22.105
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szen. 1	16,219	16,212	16,217	16,211	16,211	16,211
Szen. 2	16,195	16,187	16,194	16,187	16,187	16,187
Szen. 3	16,225	16,217	16,224	16,216	16,216	16,216
Szen. 4	16,206	16,199	16,205	16,198	16,198	16,198
Szen. 5	16,202	16,194	16,201	16,194	16,193	16,194

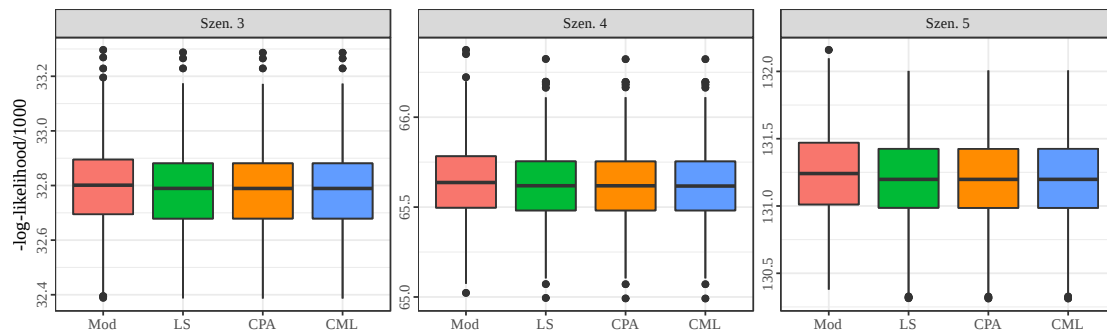
Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable; Evaluation auf der Grundgesamtheit



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable; Evaluation auf der Grundgesamtheit



Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable; Evaluation auf der Stichprobe



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable; Evaluation auf der Stichprobe

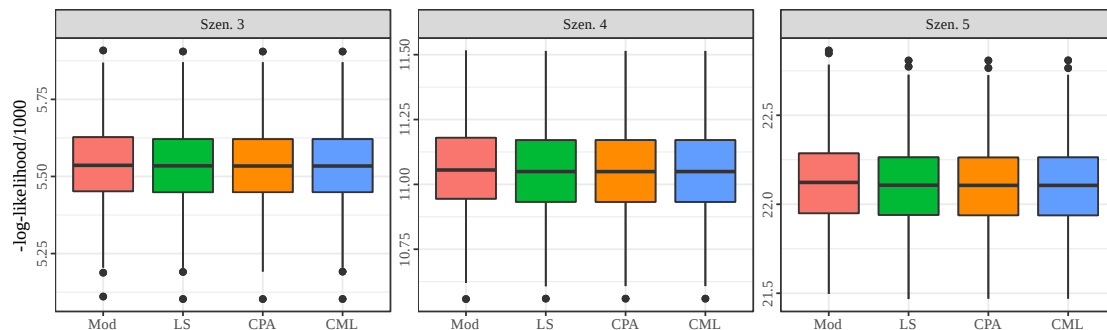


Abbildung 3.14: Negative Log-Likelihood bei stichprobenbasierten Basispopulationen

3.3.6 Regionalisierung

In der nachfolgenden Simulation werden die Anpassungsmethoden auf ihre Eignung zur Generierung regionalisierte Wahrscheinlichkeiten überprüft. Die Problemstellung impliziert, dass für die Schätzung der Modelle, wie in den vorangegangenen Simulationen, Stichproben der Grundgesamtheit vorliegen. Es wird gleichzeitig angenommen, dass die Identifikation der Regionen r in der Stichprobe nicht möglich ist (siehe dazu Abschnitt 3.1.2). Anschließend sollen die Wahrscheinlichkeiten für regionalisierte Subpopulationen geschätzt werden. Dabei wird angenommen, dass die regionenspezifischen Totalwerte bekannt sind. Dieses Vorgehen spiegelt eine äußerst relevante Problemstellung in der Praxis wider, da in Daten, die für die Modellierung verwendet werden, oft nur sehr eingeschränkte regionale Informationen vorhanden sind. Ziel ist es, zu evaluieren, ob eine Verbesserung bei der Schätzung der Parameter- und Wahrscheinlichkeiten über Alignment-Methoden erreicht werden kann.

Simulationsaufbau

Als Grundgesamtheit \mathcal{U} dient ebenfalls der MZ SUF 2012 (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012). In diesem Fall wird die Population nicht weiter verändert und die Zustände der endogenen Variablen als fix angenommen. Somit kann die Simulationsstudie im Gegensatz zu den bereits durchgeführten Simulationen als klassisch designbasiert klassifiziert werden. Als disjunkte regionale Subpopulationen \mathcal{U}_r für $r = 1, \dots, 16$ werden die 16 Bundesländer der Bundesrepublik Deutschland definiert. Modelliert werden die binären Variablen zu Erwerbsstatus ($y^{1,bin}$) und Pflegebedürftigkeit ($y^{2,bin}$). Die Erstellung der Modelle erfolgt wie bereits in den vorherigen Studien mit den abhängigen Variablen Alter, Alter², Geschlecht und Bildung für zur Modellierung von $y^{1,bin}$ und Alter, Alter², Beziehungsstatus und Bildung zur Modellierung von $y^{2,bin}$. Die Totalwerte für jedes Bundesland τ_r^k werden als bekannt angenommen und für die Anpassung herangezogen. In jedem Simulationsdurchlauf m wird eine neue uneingeschränkte Zufallsstichprobe D^m gezogen. Auf den Stichproben werden für jedes Bundesland die individuellen Wahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,i}^{m,k}$ sowohl über das geschätzte Regressionsmodell direkt als auch unter Verwendung der Anpassungsmethoden vorhergesagt. Die Simulation wird unter verschiedenen Stichprobenumfängen des Modellierungsdatensatzes \mathcal{D}^m durchgeführt. Ein Überblick über alle implementierten Stichprobenumfänge findet sich in Tabelle 3.21.

Die Evaluation der Ergebnisse erfolgt für jedes Bundesland r individuell. Zur Beurteilung der geschätzten Parameter wird auch in dieser Simulationsstudie der $-LL$ -Wert herangezogen, wobei dieser für die Population jedes Bundeslandes \mathcal{U}_r individuell mit den bekannten Ausprägungen der endogenen Variable berechnet wird.

Somit ergibt sich in jedem Simulationsdurchlauf m für Bundesland r

$$-LL_r^m(\beta) = - \sum_{i \in \mathcal{U}_r} \sum_{k=1}^J \left[\mathbb{1}(y_{r,i} = Y_k) \log \left(\hat{\pi}_{r,i}^{m,k} \right) \right] \quad (3.29)$$

wobei $\hat{\pi}_{r,i}^k$ der, auf Basis der geschätzten Koeffizienten berechneten, Wahrscheinlichkeit für die i -te Person in Bundesland r entspricht, in Zustand Y_k zu sein. Analog wird der Brier-Wert spezifisch für jedes Bundesland berechnet über

$$B_r^m = \frac{1}{J} \frac{1}{N_r} \sum_{k=1}^J \sum_{i \in \mathcal{U}_r} \left(\mathbb{1}(y_{r,i} = Y_k) - \hat{\pi}_{r,i}^{m,k} \right)^2. \quad (3.30)$$

Tabelle 3.21: Szenarien: Stichprobengrößen für regionalisierte Schätzungen

	Erwerbsstatus		Pflegebedürftigkeit	
	n/N	n	n/N	n
Szenario 1	0,04	16.000	0,08	32.000
Szenario 2	0,02	8.000	0,04	16.000
Szenario 3	0,01	4.000	0,02	8.000
Szenario 4	0,005	2.000	0,01	4.000
Szenario 5	0,0025	1.000	0,005	2.000

Simulationsergebnisse

Die Ergebnisse der Simulationsstudie werden nachfolgend für ausgewählte Bundesländer für die Stichprobengröße $n = 4.000$ bei von $y^{1,bin}$ und $n = 8.000$ bei Modellierung von $y^{1,bin}$ intensiver diskutiert. In diesem Abschnitt werden insbesondere die drei größten Bundesländer (Bayern, Nordrhein-Westfalen und Baden-Württemberg) sowie die drei kleinsten Bundesländer (Mecklenburg-Vorpommern, Bremen, Saarland) genauer betrachtet. Die durchschnittlichen $-LL$ -Werte und Brier-Werte sind für diese ausgewählten Bundesländer in Tabelle 3.22 zusammengefasst. Umfassende Ergebnisse für alle 16 Bundesländer und alle Stichprobenumfänge finden sich im Anhang in den Tabellen B.37 bis B.76. Die $-LL$ -Werte werden in Abbildung 3.15 über Boxplots veranschaulicht. Die entsprechenden Boxplots für die Brier-Werte finden sich in Abbildung B.6.

Zunächst lässt sich feststellen, dass die Methoden für die verschiedenen Bundesländer und Zielwerte zu überwiegend sehr ähnlichen Ergebnissen führen. Bei den durchschnittlichen $-LL$ -Werten resultieren für die Modellierung von $y^{1,bin}$ mit LS die niedrigsten Werte für Baden-Württemberg und Mecklenburg-Vorpommern, mit CPA für Bayern und das Saarland und mit CML für Nordrhein-Westfalen und

Bremen. Für Mecklenburg-Vorpommern wird mit LS (CPA, CML) eine Reduktion um 1,15% (1,13%, 1,14%), für Bayern um 0,84% (0,85%, 0,84%), für Baden-Württemberg um 0,74% (0,72%, 0,72%), für Bremen um 0,70% (0,84%, 0,82%), für Nordrhein-Westfalen um 0,25% (0,30%, 0,30%) und für das Saarland um 0,12% (0,15%, 0,15%) erreicht. Die Ergebnisse in Tabelle B.41 lassen erkennen, dass die Unterschiede bei Betrachtung aller Bundesländer etwas deutlicher ausfallen. Die geringste Verbesserung wird hierbei für Hessen erzielt, während die größten Verbesserungen für Berlin festgestellt werden können. Deutlich wird jedoch auch, dass in allen Bundesländern mit LS, CPA und CML deutliche Verbesserungen bei der Parameterschätzung mit LS, CPA und CML erreicht werden. Auch bei den weiteren implementierten Stichprobengrößen kommt es in keinem Fall zu einer Verschlechterung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte. Deutlich abfallend sind hingegen die Ergebnisse bei MS1 und MS2. In insgesamt sieben Bundesländern kommt es mit MS1 zu einer Verschlechterung der durchschnittlichen Likelihood-Werte. Bei MS2 kann sogar in keinem einzigen Bundesland bei einer Stichprobengröße von $n = 4.000$ eine Verbesserung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte erzielt werden. Es zeigt sich eine mit sinkender Stichprobengröße stärker werdende Verschlechterung der ohnehin nicht besonders guten Performance von MS1 und MS2.

Teilweise zeigen sich Unterschiede bei einer Beurteilung über die Brier-Werte im Gegensatz zur Beurteilung über die $-LL$ -Werte. Bei Nordrhein-Westfalen schneidet CML sowohl hinsichtlich der Brier- als auch der $-LL$ -Werte am besten ab. In Bayern resultieren bei LS und CML ähnliche aber etwas schlechtere $-LL$ -Werte als bei CPA, jedoch können zwischen CPA und CML bei den Brier-Werten keine Differenzen ausgemacht werden, während sich bei LS wiederum etwas bessere Werte ergeben. Ähnliche Unterschiede sind auch in den weiteren Bundesländern zu beobachten. Bemerkenswert ist, dass in Hamburg MS2 zu einer starken Erhöhung des durchschnittlichen $-LL$ -Wertes um 4,44%, führt, gleichzeitig jedoch auch die größte Reduktion des Brier-Wertes bewirkt. Die Grundaussage der Likelihood-Analyse ändert sich dennoch nicht. In allen Bundesländern werden bei allen Stichprobengrößen mit LS, CPA und CML auch bei der Beurteilung der prädiktiven Güte über die Brier-Werte durchweg teilweise sehr deutliche Verbesserung erzielt, während MS1 und MS2 zu sehr schwankenden Ergebnissen, teilweise auch zu starken Verschlechterungen, führen.

Abermals geringer fallen die Unterschiede zwischen den Methoden bei Modellierung von $y^{2,bin}$ aus. Die niedrigsten durchschnittlichen $-LL$ -Werte für Nordrhein-Westfalen und Bayern ergeben sich bei LS und für Baden-Württemberg, Mecklenburg-Vorpommern, Saarland und Bremen mit CPA, wobei der Unterschied zu CML in allen Fällen sehr gering ausfällt. Die relative Verringerung beträgt bei LS (CPA, CML) für Nordrhein-Westfalen 0,37% (0,37%, 0,36%), für Bayern 0,14% (0,12%, 0,12%), für Baden-Württemberg 0,61% (0,64%, 0,64%), für Mecklenburg-Vorpommern 0,61% (0,89%, 0,87%), für das Saarland 0,11% (0,14%, 0,14%) und für Bre-

men 0,32% (0,40%, 0,40%). Die Verbesserungen durch LS, CPA und CML zeigen sich auch bei den weiteren Stichprobengrößen. Einzig bei CPA resultieren durchweg deutliche Verschlechterungen für Thüringen, die zwischen 1,56% für $n = 32.000$ und 3,45% für $n = 4.000$ liegen (Siehe dazu Tabellen B.47, B.49, B.51, B.53, B.55). Ebenfalls relativ gute Ergebnisse werden mit MS1 erzielt, während MS2 gleichzeitig zu teilweise extremen Verschlechterungen der $-LL$ -Werte führt.

Wie bereits bei Modellierung von $y^{1,bin}$, kommt es zu teilweise gegenläufigen Ergebnissen bei Evaluation über die Brier-Werte. Die in Tabelle 3.22 aufgeführten Ergebnisse zeigen, dass für Nordrhein-Westfalen, Bayern, Baden-Württemberg, Saarland und Bremen Verbesserungen der vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten mit MS1, LS, CPA und CML erreicht werden. Im Gegensatz dazu führen diese Methoden für Mecklenburg-Vorpommern zu Verschlechterungen. Das ergibt ein konträres Bild zu den $-LL$ -Werten, die wiederum bei MS2 deutlich schlechter ausfallen. Bei Betrachtung aller Bundesländer und aller Stichprobengrößen zeigt sich, dass dieses Phänomen öfters, insbesondere bei größeren Stichprobenumfängen, auftritt. Betroffen sind davon die Bundesländer Bayern, Saarland und Mecklenburg-Vorpommern. Grund für diese, auf den ersten Blick konfuse, Ergebnisse liegt in der Tatsache, dass das Ereignis der Pflegebedürftigkeit selten in der Bevölkerung auftritt. Gleichzeitig führt die Anpassung der Gegenwahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeit nicht pflegebedürftig zu sein) mit MS2 zu Ergebnissen größer 1, was durch eine Trunkierung korrigiert wird. Dadurch treten in vielen Fällen sichere Ereignisse auf für den Zustand nicht pflegebedürftig zu sein. Die ausschließliche Betrachtung von einfachen Brier-Werten bei seltenen Ereignissen ist jedoch äußerst problematisch, da die ausschließliche Verwendung von Wahrscheinlichkeiten von 1 für das häufig auftretende Ereignis meist zu sehr guten Vorhersagen führt. Dadurch kann es vorkommen, dass die Brier-Werte dieser naiven Schätzung besser abschneiden als bei Verwendung sehr guter Modelle, obwohl dadurch die Verteilung extrem verzerrt wird. Da für Mikrosimulationen nicht die Häufigkeit richtiger Punktprognosen, sondern die bestmögliche Abbildung der empirischen Verteilung von Bedeutung ist, liefert im vorliegenden Fall die Betrachtung der Likelihood-Werte eine bessere Bewertungsgrundlage.

Tabelle 3.22: Negative Log-Likelihood- und Brier-Werte für ausgewählte Bundesländer

Erwerbsstatus: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
NRW	34.069,747	34.035,083	36.033,289	33.983,752	33.969,239	33.968,441
BY	26.438,362	26.889,162	26.516,799	26.216,390	26.214,137	26.216,830
BW	21.095,053	21.395,119	21.162,958	20.941,449	20.942,764	20.942,668
MV	3.296,286	3.270,831	3.438,575	3.258,400	3.258,961	3.258,599
SL	2.119,915	2.116,381	2.234,297	2.117,417	2.116,776	2.116,812
HB	1.348,000	1.338,951	1.595,767	1.338,527	1.336,725	1.336,925
Erwerbsstatus: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 4.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
NRW	135,094	134,886	134,805	134,840	134,772	134,770
BY	127,636	127,092	127,249	126,371	126,381	126,381
BW	128,766	128,295	128,413	127,604	127,607	127,598
MV	137,406	136,465	136,144	136,293	136,229	136,247
SL	138,457	138,261	138,420	138,336	138,278	138,279
HB	145,401	144,337	144,756	144,260	144,073	144,066
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche $-LL$ -Werte, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
NRW	5.257,991	5.236,500	5.699,806	5.238,343	5.238,643	5.238,951
BY	4.084,162	4.079,244	4.187,664	4.078,320	4.079,307	4.079,259
BW	2.959,488	2.941,180	3.392,544	2.941,317	2.940,583	2.940,608
MV	615,499	612,813	617,586	611,736	610,006	610,170
SL	396,082	395,788	397,895	395,667	395,515	395,521
HB	215,762	214,759	233,856	215,079	214,907	214,908
Pflegebedürftigkeit: Durchschnittliche Brier-Werte $\times 1000$, $n = 8.000$						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
NRW	14,767	14,692	14,760	14,699	14,697	14,698
BY	14,788	14,787	14,785	14,783	14,784	14,784
BW	13,071	13,002	13,060	13,004	12,999	12,999
MV	18,143	18,257	18,127	18,213	18,153	18,160
SL	18,979	18,988	18,976	18,978	18,975	18,975
HB	16,586	16,413	16,581	16,451	16,437	16,437

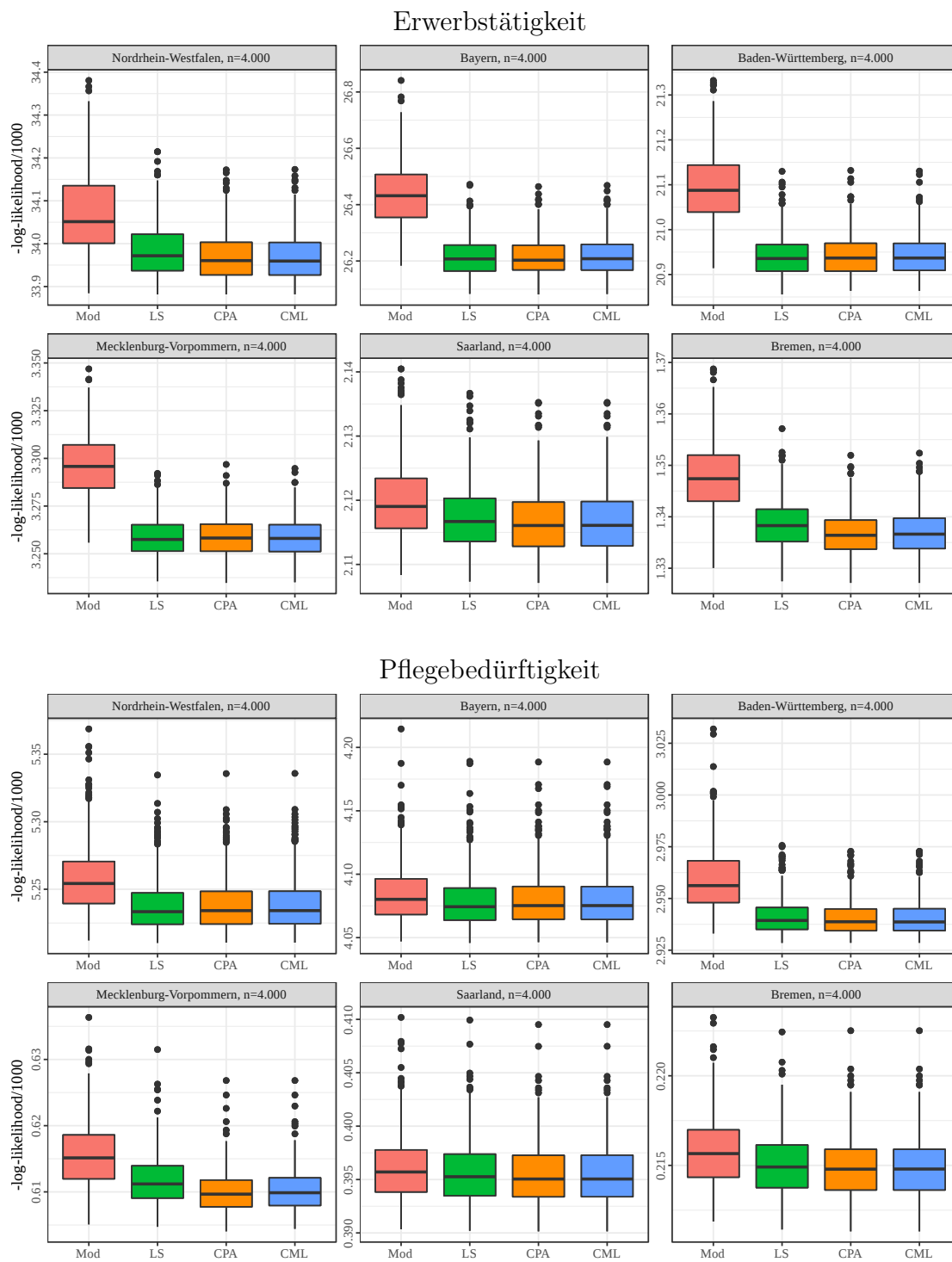


Abbildung 3.15: Negative Log-Likelihood-Werte für ausgewählte Bundesländer

3.4 Zusammenfassung

Die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten zur Einhaltung bekannter Totalwerte ist gängige Praxis im Kontext dynamischer Mikrosimulationen. Dabei kommen unterschiedliche Verfahren zum Einsatz, die alle in der Lage sind, entweder die Gesamtzahl an Zuständen beziehungsweise Zustandsänderungen oder deren Erwartungswerte so anzupassen, dass die Differenz ausgeglichen wird. Über die konkreten Auswirkungen dieser Verfahren auf die Parameterschätzung und die prädiktive Güte der zugrundeliegenden Modelle war bisher kaum etwas bekannt. Ausgangspunkt ist, dass eingeschränkte Daten für die Schätzung von Wahrscheinlichkeiten vorliegen, während gleichzeitig bekannte Werte in aggregierter Form verfügbar sind. In diesem Kapitel wurde eine systematische Untersuchung von ausgewählten Alignment-Methoden vorgenommen. Die drei betrachteten Methoden, die als Parameter-Alignment verstanden werden können, lassen sich als Minimierungsprobleme mit Nebenbedingung formulieren. Als Nebenbedingung wird in allen Fällen die Einhaltung des bekannten Totalwertes definiert. Unterschiedlich sind jedoch die Zielfunktionen. Bei LS handelt es sich dabei um die Kullback-Leibler-Divergenz, um den Abstand zwischen den ursprünglichen zu den angepassten Wahrscheinlichkeiten so klein wie möglich zu halten. Bei CPA wird die Mahalanobis-Distanz der ursprünglichen zu den angepassten Parametern minimiert. Vereinfacht gesagt sollen also die Parameter so wenig wie möglich verändert werden, wobei die Gewichtung auf Basis der geschätzten inversen Varianz-Kovarianz-Matrix auch den Abstand der Parameter untereinander berücksichtigt. CML minimiert den negativen logarithmierten Likelihood-Wert des zugrundeliegenden Regressionsmodells. Ziel ist es also, die wahrscheinlichste Parameterkombination gegeben der Modellierungsdaten zu finden, die gleichzeitig den bekannten Benchmarkwert nach Vorhersage auf einem externen Datensatz – im vorliegenden Fall die Basispopulation – einhält. Zum Vergleich wurden zusätzlich die multiplikative Anpassung der Wahrscheinlichkeit (MS1) sowie der Gegenwahrscheinlichkeit (MS2) für die binären endogene Variablen implementiert. Hier ist zu beachten, dass MS1 und MS2 im Gegensatz zu LS, CPA und CML nicht zu den Parameter-Alignment-Methoden zählen. Für die Anwendung zur Anpassung von Übergangswahrscheinlichkeiten ist dieses Vorgehen folglich ungeeignet, da die Anpassungen für zukünftige Perioden, in denen keine Totalwerte verfügbar sind, nicht eingesetzt werden können.

Für einen Vergleich der Methoden wurden verschiedene Simulationsstudien durchgeführt. In Abschnitt 3.3.1 wurde Anpassung bei stichprobenbasierter Schätzung der Wahrscheinlichkeiten unter verschiedenen Umfängen der unter SRS gezogenen Modellierungsdaten analysiert. Hier erweisen sich LS, CPA und CML durchweg als geeignete Methoden, da diese in allen Szenarien zu klaren Verbesserungen der Parameterschätzung – gemessen an der Likelihood auf Basis der gesamten Population –

und der prädiktiven Güte – gemessen über die quadratische Abweichung der Wahrscheinlichkeiten zu den tatsächlichen Werten – führen. Insbesondere bei kleineren Stichprobengrößen zeigen CML und CPA geringfügig bessere Ergebnisse im Vergleich zu LS.

Darüber hinaus wurde die Wirkungsweise bei disproportionaler Ziehungen bezüglich exogener (Abschnitt 3.3.2) sowie der endogenen Variablen (Abschnitt 3.3.3) analysiert. Bei der disproportionalen Auswahl exogener Variablen, welche keine direkte Verzerrung der Modelle zur Folge hat, führen CPA und CML zu effizienteren Schätzungen des Achsenabschnitts sowie der, mit der jeweiligen Variable verbundenen, Steigungskoeffizienten. In diesem Fall können zwar auch mit LS Verbesserungen erzielt werden, die jedoch im Vergleich zu CML und CPA geringer ausfallen. Die disproportionale Ziehung von endogenen Variablen bewirkt hingegen eine direkte Verzerrung des Achsenabschnitts. Diese Verzerrung kann erwartungsgemäß mit der direkten Anpassung des Achsenabschnitts bei LS auch sehr gut ausgeglichen werden. Abermals bessere Ergebnisse können jedoch auch in diesem Fall mit CML erzielt werden, während, insbesondere bei stärkeren Verzerrungen, CPA sichtlich abfällt. Grund dafür liegt in der verwendeten Mahalanobis-Distanz, die wegen der Berücksichtigung der Varianz-Kovarianz-Matrix auch eine stärkere Anpassung der übrigen Koeffizienten zur Folge hat (siehe Abschnitt 3.2.3).

In Abschnitt 3.3.4 wurde die Funktionalität der Anpassungsmethoden bei geschätzten Benchmarkwerten evaluiert. Dafür wurde der Benchmarkwert nicht mehr als bekannt angenommen, sondern auf Basis einer weiteren, unabhängig gezogenen Stichprobe geschätzt. In diesem Setup führen LS, CPA und CML gleichermaßen zu deutlichen Verbesserungen der Likelihood- und Brier-Werte. Grundsätzlich gilt, je besser der geschätzte Totalwert (im Sinne eines größeren Stichprobenumfangs), desto größer wird auch die erzielte Verbesserung durch die Anpassung.

Die Funktionalität der Methoden bei stichprobenbasierten Basispopulationen wurde in Abschnitt 3.3.5 untersucht. Anstatt der gesamten Population wurde eine Stichprobe mittels einfacher Zufallsauswahl gezogen und als Basispopulation definiert, um anschließend die Zustände darauf vorherzusagen. Auch hier konnten durchweg leichte Verbesserungen hinsichtlich der Parameterschätzung und der Vorhersagen durch LS, CPA und CML erreicht werden. Unterschiede zwischen den Methoden konnten jedoch auch in diesem Setup nicht festgestellt werden.

Die Anwendung von Anpassungsmethoden zur Generierung regionalisierter Wahrscheinlichkeiten wurde in Kapitel 3.3.6 untersucht. Entgegen der anderen Simulationsstudien, bei denen in jedem Setup mindestens zwei Methoden eine ähnliche Performance aufweisen, resultieren je nach Region Unterschiede zwischen allen Verfahren. Allgemein lässt sich jedoch auch hier feststellen, dass LS und CML durchweg zu Verbesserungen der Parameterschätzung führen. In sehr wenigen Fällen führte CPA zu einer Verschlechterung der durchschnittlichen Likelihood-Werte. Teilweise

können auch Verschlechterungen der Brier-Werte bei LS, CPA und CML beobachtet werden, die jedoch über grundsätzliche Schwächen des Brier-Wertes bei der Beurteilung von Vorhersagen zu erklären sind.

Unter Berücksichtigung aller Ergebnisse lässt sich resümieren, dass die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten an bekannte Totalwerte für Mikrosimulationen grundsätzlich zu empfehlen ist und bei Verwendung geeigneter Methoden sowohl zu Verbesserungen der Parameterschätzung als auch der prädiktiven Güte führen kann. In allen Simulationen sehr gute Ergebnisse konnte die CML-Methode aufweisen. Einschränkungen ergeben sich hier jedoch aus der Voraussetzung, dass die vollständige Modellmatrix der Modellierungsdaten vorliegen muss und der erhöhten Rechenzeit. Ebenfalls gute Ergebnisse können mit CPA erzielt werden, wobei diese Methode bei stärkeren Verzerrungen hinsichtlich der endogenen Variable eine zu starke Modifikation der Parameter bewirkt. Hierfür wird neben den Parametern lediglich die Varianz-Kovarianz-Matrix des Modells zur Schätzung der Wahrscheinlichkeiten benötigt. Die Unterschiede in der Rechenzeit zu CML sind hingegen gering. LS zeigt ebenso in allen Simulationsstudien gute Ergebnisse, schneidet jedoch bei Disproportionen hinsichtlich exogener Variablen etwas schlechter ab als CPA und CML. Ein bedeutender Vorteil liegt jedoch in der äußerst einfachen und effizienten Anwendung. Zudem werden hierfür ausschließlich Wahrscheinlichkeiten benötigt, weshalb eine Anwendung auch möglich ist, wenn die Wahrscheinlichkeiten nicht über Regressionsmodelle geschätzt werden. MS1 und MS2 erweisen sich hingegen in keinem der implementierten Setups als geeignet und sind bezüglich einer einfachen und zeiteffizienten Umsetzung – was in der Literatur als Vorteil genannt wird – LS nicht wesentlich überlegen. Daher sollten MS1 und MS2 in Mikrosimulationen keine Rolle spielen.

Auch wenn in der vorliegenden Arbeit umfangreiche Simulationen zur Beurteilung der Methoden durchgeführt wurden, besteht zukünftig weiterer Forschungsbedarf. So lassen sich die Methoden unter weiteren Szenarien, beispielsweise bei systematischer Verzerrung von Steigungskoeffizienten, untersuchen. Darüber hinaus kann eine Untersuchung von CPA und CML bei unterschiedlichen Arten der Modellierung durchgeführt werden, beispielsweise bei gemischten Modellen, additiven Modellen oder unter Verwendung anderer Linkfunktionen (bspw. Probit-Linkfunktion). Die Funktionalität bei, unter Verwendung von Small-Area-Methoden geschätzten (siehe dazu bspw. Münnich et al., 2013, Burgard, 2015, Rao und Molina, 2015), Benchmarkwerten bietet ebenso ein bisher unbehandeltes Forschungsfeld. In den durchgeführten Simulationsstudien wurde angenommen, dass lediglich ein globaler Totalwert vorliegt, oftmals können aber weitere Differenzierungen, beispielsweise hinsichtlich soziodemographischer Merkmale, vorgenommen werden. Auch in diesem Kontext sollten Anpassungsmethoden weiter evaluiert werden.

Kapitel 4

Simulation räumlicher Mobilität

Dynamische Mikrosimulationsmodelle in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften benötigen eine Reihe von Kernmodulen, die zwingend erforderlich sind, um eine plausible Fortschreibung der Population in die Zukunft zu gewährleisten. Die Auswahl dieser Module hängt in erster Linie von der Komplexität der zu simulierenden Population und der zu untersuchenden Fragestellung ab. Werden beispielsweise Haushaltsstrukturen in der Analyse nicht berücksichtigt, kann die Anzahl notwendiger Module deutlich reduziert werden. Von den Kernmodulen lassen sich wiederum grundlegende Module für die demographische Entwicklung identifizieren, die sich primär aus Geburten, Sterbefällen und Wanderungsbewegungen zusammensetzen (u. a. Alho, 1990; Booth, 2006; Wilson, 2015).

Während Geburten und Sterbefälle in fast allen Mikrosimulationen vorkommen, werden Module zur Simulation von Wanderungsbewegungen oft vernachlässigt. Fehlender Migrationskomponenten können jedoch bei der Untersuchung langfristiger politischer Maßnahmen, beispielsweise hinsichtlich des Rentensystems, enorm sein (O'Donoghue et al., 2010). Im Gegensatz zu anderen Ereignissen, wie beispielsweise Geburten, lassen sich die Effekte von Wanderungsbewegungen auf interessierende Zielgrößen in der Regel nicht erst mit zeitlicher Verzögerung erkennen, sondern wirken unmittelbar. Das nachfolgende Kapitel beschäftigt sich mit der Erstellung von Wanderungsmodulen zur Simulation regionaler Mobilität in Deutschland. Der regionale Fokus liegt hierbei auf NUTS-3-Ebene (Kreise und kreisfreie Städte).

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 die Notwendigkeit von Wanderungen in Mikrosimulationen dargelegt. Anschließend gibt Abschnitt 4.2 einen Überblick über die Simulation von Wanderungen in ausgewählten internationalen Modellen und identifiziert unterschiedliche Simulationsstrategien. In Abschnitt 4.3 wird die Methodik zur Simulation von Wanderungen für Deutschland vorgestellt und in Abschnitt 4.4 zu Konzeptionen von Wanderungsmodulen zusammengeführt. Erste Simulationsergebnisse auf Basis der erstellten Wanderungsmodule werden in Abschnitt 4.5 vorgestellt und analysiert. Abschließend erfolgt in Abschnitt 4.6 eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick auf zukünftige Herausforderungen und Forschungspotentiale.

4.1 Bedeutung räumlicher Mobilität für Mikrosimulationen

In den meisten dynamischen Modellierungen beschränken sich Wanderungsmodule – sofern diese überhaupt existieren – hauptsächlich auf Migration über die Landesgrenzen (O’Donoghue et al., 2010). Bei Basispopulationen ohne geographische Informationen oder für globale Analysen ohne regionalen Fokus ist dieses Vorgehen auch unproblematisch, da die Zielwerte auf den Daten der gesamten Population berechnet und nicht weiter differenziert werden. In regionalisierten Modellen ist es hingegen notwendig, auch die Wanderungsbewegungen innerhalb eines Landes zwischen den enthaltenen regionalen Subpopulationen zu berücksichtigen. Migration stellt dabei die wichtigste Komponente für die Entwicklung von Populationen auf geographisch kleinräumiger Ebene dar (Wilson, 2022). Eine ausschließliche Fokussierung auf Migration aus dem Ausland und in das Ausland kann somit sehr problematisch sein, da insbesondere Binnenmigrationsbewegungen innerhalb eines Landes die langfristige Entwicklung von Regionen bedingen (Busch, 2016).

Abbildung 4.1 zeigt die Veränderung der Wanderungsbewegungen auf NUTS-3-Ebene in Deutschland im Zeitverlauf. Während die meisten Regionen im Jahr 2011 einen negativen Wanderungssaldo aufwiesen, nimmt der Anteil an Regionen mit mehr Zu- als Abwanderung bis 2015 zunächst stark zu. Dieser enorme Anstieg ist hauptsächlich auf die große Anzahl an Geflüchteten (direkte Zuwanderung aus dem Ausland) zurückzuführen. Alleine im Jahr 2015 wurden 1,1 Millionen Geflüchtete in Deutschland erfasst (Brücker et al., 2016). Ab dem Jahr 2016 gibt es wieder deutlich mehr Regionen mit negativem Wanderungssaldo. Insgesamt zeigt sich über den relativ kurzen Zeitraum von neun Jahren ein wechselhaftes und regional inhomogenes Bild der Wanderungen. Bemerkenswert ist die durchweg positive Wanderungsbilanz in weiten Teilen Süddeutschlands sowie in den großen Städten, wie München, Berlin und Hamburg. Der Anteil an Regionen mit negativem Wanderungssaldo im Jahr 2019 mit 9,00% deutlich geringer als noch im Jahr 2011 mit 32,84%.

In diesem Zusammenhang kann die große Anzahl Geflüchteter als exogener Schock betrachtet werden (Schmid, 2019), der wiederum eine unmittelbare und nicht vorhersehbare Auswirkungen auf die Wanderungsbewegung hat. Es ist daher nicht möglich, diese Entwicklungen auf Basis von Beobachtungen der vorangegangenen Jahre im Rahmen einer Mikrosimulation für Deutschland zu prognostizieren. Insbesondere in Regionen mit Erstaufnahmeeinrichtungen ist der unmittelbare Einfluss dieser Sondermigration besonders stark ausgeprägt, da diese Einrichtungen als erste Anlaufstelle für Asylsuchende dienen und somit zu einem überproportionalen Zuzug in diese Regionen führen (Bundesamt für Migration und Flüchtlinge, 2021). Dadurch kommt es zu einer zeitlich versetzten Verschiebung der Dynamik weg von der Außenmigration hin zur Binnenmigration.

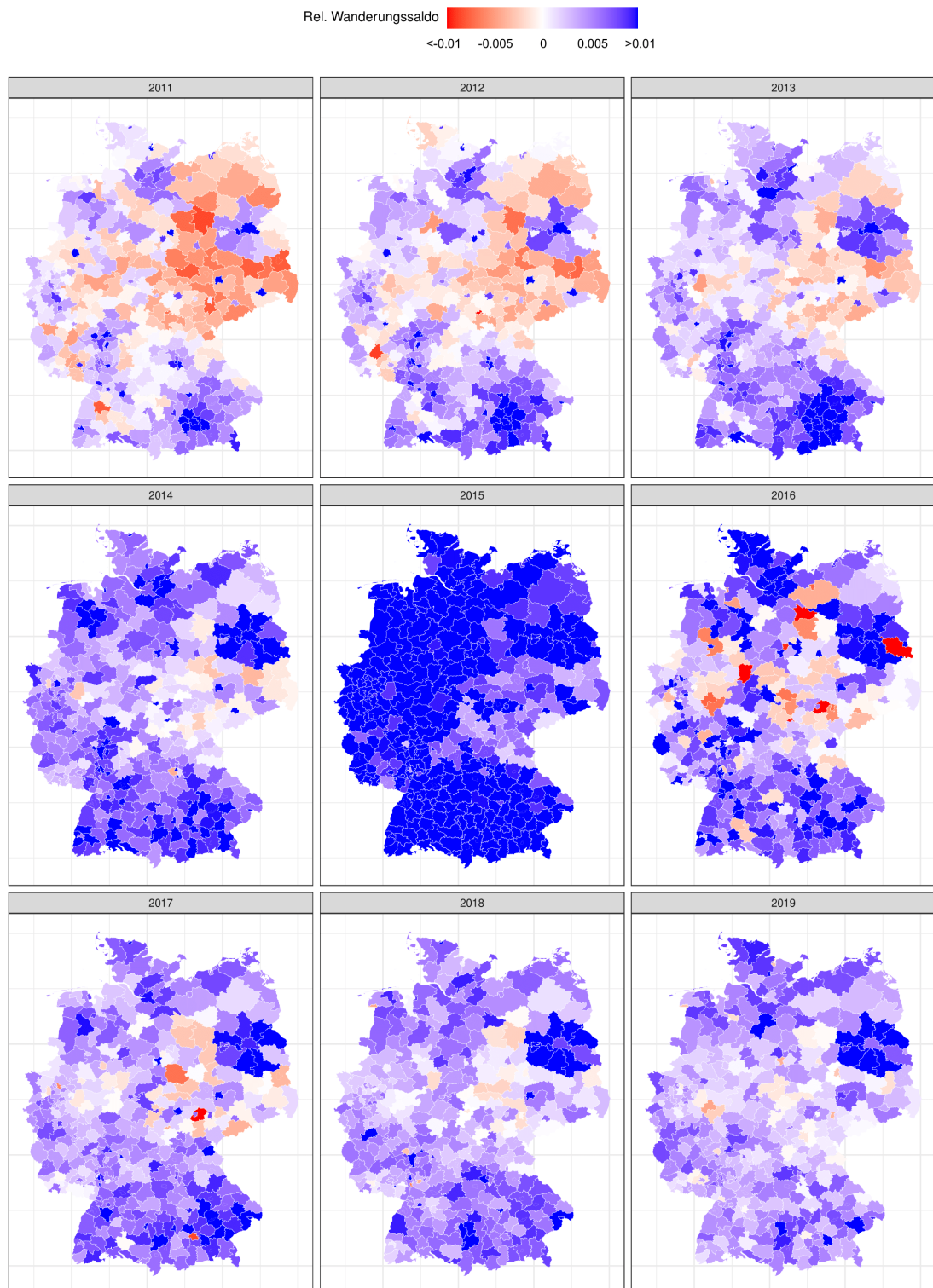


Abbildung 4.1: Relativer Wanderungssaldo auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 bis 2019

Die vorliegende Analyse beschränkt sich aufgrund der Datenverfügbarkeit ausschließlich auf den Zeitraum von 2011 bis 2019. Allerdings ist inzwischen bekannt, dass sich die Corona-Pandemie auch auf die räumliche Mobilität ausgewirkt hat. Besonders in deutschen Großstädten hat sich ein überproportionaler Rückgang an Zuzügen bei gleichzeitig unterdurchschnittlich sinkenden Fortzugszahlen gezeigt (Destatis, 2021b; Destatis, 2021a). Da diese Veränderungen, wie bereits der Zuzug Geflüchteter ab dem Jahr 2015, als externer Schock betrachtet werden kann, der jedoch deutliche Veränderungen für die regionale Entwicklung mit sich bringt, ist es notwendig, diese Entwicklungen zukünftig umfassend zu analysieren und bei der Modellierung räumlicher Mobilität zu integrieren.

Die Relevanz der Simulation von Wanderungsbewegungen in regionalisierten dynamischen Mikrosimulationen lässt sich an einer exemplarischen Simulation für die Stadt Trier verdeutlichen. Hierfür wird die REMIKIS-Basispopulation vom Stand 2011 in 100 Simulationsdurchläufen einmal auf dem Gesamtmodell und einmal ohne Umsetzung räumlicher Mobilität fortgeschrieben. Die linken Bevölkerungspyramiden in Abbildung 4.2 zeigen die simulierte Altersverteilungen von Männern und Frauen für die Jahre 2030 und 2050 bei Berücksichtigung von Zu- und Fortzügen, während die Pyramiden auf der rechten Seite die Altersverteilungen ohne Berücksichtigung von Wanderungen zeigen. Dabei lassen sich deutliche Unterschiede zwischen den Verteilungen erkennen. Die Fortschreibung ohne Wanderungen führt zu einem deutlich höheren Anteil an älteren Personen, während der Anteil wie auch die Anzahl an jungen Erwachsenen und Kindern stark abnimmt. Dieser extreme Effekt ist dadurch zu erklären, dass ein großer Teil der Bevölkerung in Trier aus Studierenden der Universität und Fachhochschule besteht. Das typische Wanderungsverhalten dieser Bevölkerungsgruppe ist von einem Zuzug im Alter von 18 bis 23 Jahren und einem anschließenden Fortzug nach Beendigung des Studiums geprägt. Aufgrund des Ignorierens der regionalen Mobilität bleiben die Studierenden in der Stadt, was zu einer Verschiebung des Alterspeaks über die Perioden hinweg führt. Durch den fehlenden Zuzug neuer Studierender kommt es gleichzeitig zu einem starken Rückgang der Population im jungen Erwachsenenalter. Insgesamt resultiert deswegen eine deutliche Abnahme der Einwohnerzahl. Im Gegensatz dazu zeigt sich ein vollkommen verändertes Bild bei Integration eines Wanderungsmoduls. Neben einer größeren Anzahl an Personen im jungen Erwachsenenalter kommt es zu sichtbaren Unterschieden in der Anzahl von Männern und Frauen. Insgesamt führt die Simulation von Wanderungen sogar zu einem Anstieg der Einwohnerzahl. Auch wenn die Prognose bei Einbindung der Wanderungen deutlich plausibler erscheint, muss das Ergebnis mit Vorsicht interpretiert werden, da die Wanderungen ab dem Jahr 2019 konstant gelassen werden und eine positive Wanderungsbilanz zu einer stetigen Bevölkerungszunahme führt.

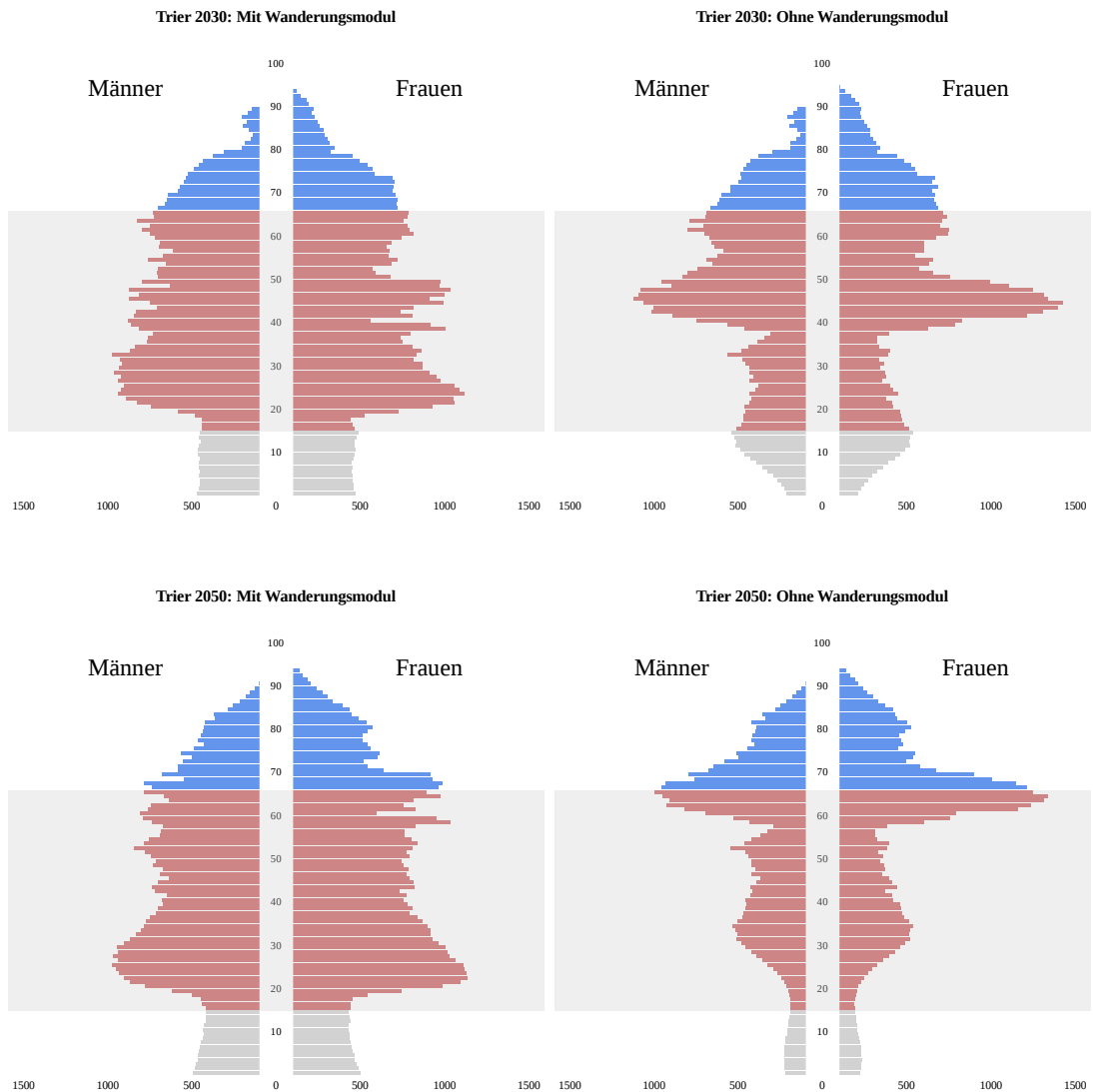


Abbildung 4.2: Vergleich der Bevölkerungspyramiden für Trier mit und ohne Integration eines Wanderungsmoduls

Abbildung 4.3 stellt die Veränderung der Einwohnerzahl über die Simulationsperioden dar. Die blaue Linie zeigt den Durchschnitt der Einwohnerzahl aus dem Modell mit dem Wanderungsmodul, während die rote Linie den Durchschnitt aus dem Modell ohne Wanderungsmodul darstellt. Die farblich hinterlegten Flächen um die Linien repräsentieren die 0,05- und 0,95-Quantile über die Simulationsdurchläufe. Schon nach kurzer Zeit treten deutliche Unterschiede in der Anzahl der Einwohner auf, die sich in nahezu allen Verteilungen und Zielwerten niederschlagen. Nach Durchlauf der retrospektiven Perioden bis zum Jahr 2020 ergibt sich bereits eine durchschnittliche Differenz von mehr als 7.000 Einwohnern.

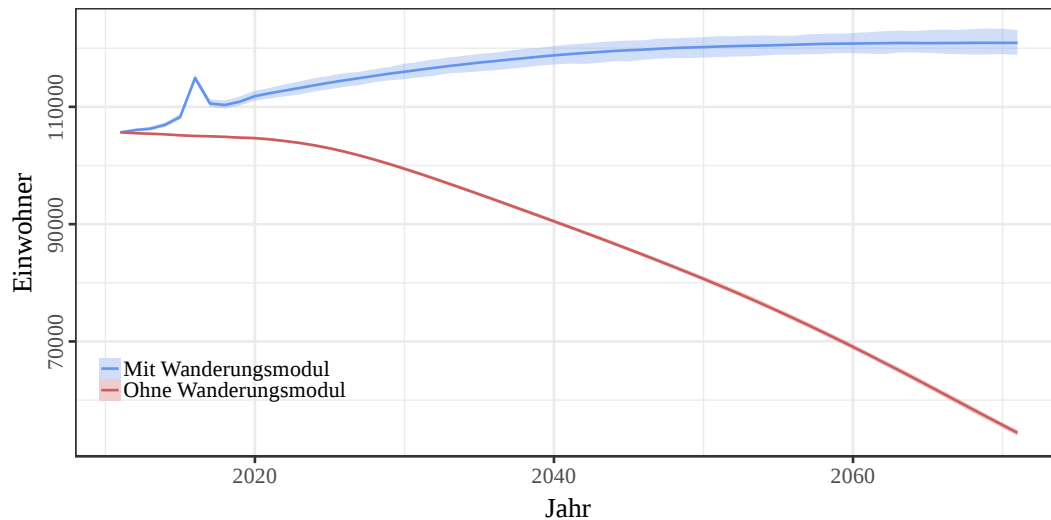


Abbildung 4.3: Vergleich der simulierten Bevölkerungsentwicklung für Trier mit und ohne Berücksichtigung von Wanderungen

Die Auswirkungen der fehlenden Berücksichtigung von Wanderungen, wie am Beispiel von Trier gezeigt, sind besonders ausgeprägt, da es sich um regionalisierte Analysen handelt. Insgesamt lässt sich festhalten, dass regionale Mobilität eine Grundvoraussetzung für regionalisierte dynamische Mikrosimulationen ist.

4.2 Migration in Mikrosimulationen

Obwohl Migrationsbewegungen in einigen Mikrosimulationsmodellen berücksichtigt werden, wird das genaue Vorgehen bei der Simulation nur selten explizit beschrieben. In Abschnitt 4.2.1 wird das Vorgehen bei der Simulation von Migration in Mikrosimulationen allgemein sowie in ausgewählten Modellen beschrieben, um anschließend verschiedene generelle Simulationsstrategien in Abschnitt 4.2.2 vorzustellen.

4.2.1 Migration in internationalen Mikrosimulationsmodellen

Im Bereich agentenbasierter Simulationen werden Wanderungen in unterschiedlichster Form regelmäßig thematisiert (u. a. Schelling, 1971; McAlpine et al., 2021; Hinsch und Bijak, 2021; Willekens, 2022). Dabei liegt der Fokus jedoch meist nicht auf der konkreten realistischen Nachbildung und Fortschreibung von Bevölkerungsverteilungen oder der Umsetzung von Binnenwanderungsbewegungen. Auch in verschiedenen internationalen Mikrosimulationsmodellen sind Migrationsmodule integriert, die

Wanderungsbewegungen in unterschiedlicher Form umsetzen. Methodische Aspekte werden jedoch nur selten thematisiert. Nachfolgend liegt der Fokus auf der Simulation von Wanderungen in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen.

Ausschlaggebend für die Art der Modellierung ist insbesondere die Qualität und der Umfang der verfügbaren Datensätze sowie die Struktur des Gesamtmodells. Eine Zusammenschau von Modellen bezüglich der Modellierung von Wanderungen findet sich in O'Donoghue et al. (2010). Es zeigt sich, dass einige dynamische Mikrosimulationsmodelle vollkommen auf die Simulation von Migration verzichten, oder sich auf die Simulation von Nettomigrationsbewegungen, also die Differenz zwischen Zu- und Fortzügen, beschränken. O'Donoghue et al. (2010) merken an, dass dies die Mindestanforderung zur Gewährleistung korrekter Bevölkerungsstrukturen ist, jedoch nur wenige Vorteile gegenüber einer umfassenden Simulation bietet. Nachteile entstehen, da es zu einer Verzerrung bei der Schätzung von im Ausland geborenen Personen kommen kann. Sofern Migration umfassend simuliert wird, spielt die Information über die Staatsbürgerschaft der zuwandernden Personen eine wichtige Rolle, insbesondere wenn der Analysefokus auf Steuern und wohlfahrtsstaatlichen Leistungen liegt. Auch die Aufenthaltsdauer wird in manchen Modellen berücksichtigt (O'Donoghue et al., 2010).

Auswanderungswahrscheinlichkeiten werden häufig auf Basis von Regressionsmodellen geschätzt. Zuwanderungen können entweder durch die Generierung synthetischer Individuen oder das Klonen von Beobachtungen aus der Basispopulation oder externen Datenquellen umgesetzt werden (O'Donoghue et al., 2010). Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Simulation von Migrationsbewegungen in ausgewählten Modellen näher beschrieben.

Demosim

Demosim ist ein demographisches zeitstetiges Mikrosimulationsmodell von Statistics Canada, das zur Projektion der kanadischen Bevölkerung nach ethnokulturellen Merkmalen entwickelt wurde. Die Fortschreibung erfolgt auf individueller Ebene ohne explizite Berücksichtigung von Haushaltsstrukturen (Caron-Malenfant et al., 2017). In diesem Modell werden drei Arten der Wanderung simuliert: Wanderungen innerhalb Kanadas, Fortzüge aus Kanada und Zuzüge nach Kanada. Als Datenbasis dient der National Household Survey (NHS), der seit dem Jahr 2011 erhoben wird und circa 30% (4,5 Millionen) aller Privathaushalte Kanadas beinhaltet (Hamel und Laniel, 2014).

Das Modul für interne Migration simuliert Wanderungen zwischen 84 geographischen Regionen die sich aus 50 Hauptregionen und Reservaten zusammensetzen. Dafür werden zunächst auf Basis von Regressionsmodellen die Wahrscheinlichkeiten für Individuen berechnet, eine Region zu verlassen. Als erklärende Variablen dienen eine Reihe soziodemographischer und ethnographischer Informationen, wie Alter, Mitgliedschaft einer Aborigine-Gruppe, eingetragener Indianerstatus, Migra-

tionsstatus, Familienstand und Geburtsort. Bei der Zuweisung einer Zielregion wird zunächst auf Grundlage von Logit-Regressionsmodellen entschieden, ob Individuen in eine frankophone oder überwiegend frankophone Region ziehen. Die Modelle werden individuell nach Migrationsstatus und frankophoner Sprache der Herkunftsregion geschätzt, wobei jeweils dieselben erklärenden Variablen verwendet werden.

Auf Basis von Wahrscheinlichkeitsmatrizen werden unter Berücksichtigung von Herkunftsregion, Geburtsort, Muttersprache, Aborigine-Gruppe, registriertem Indianerstatus, Zugehörigkeit zu einer sichtbaren Minderheitengruppe und Alter die Hauptregionen festgelegt. Falls indianische Reservate Teil der Hauptregion sind, entscheiden weitere Modelle die genaue Zielregion. Das Emigrationsmodul kombiniert Zielwerte, die auf nationaler Ebene für Alter und Geschlecht berechnet wurden, mit Cox-Regressionsmodellen, die unter Verwendung von individuellen Merkmalen wie Geburtsland, Zeitpunkt der Einwanderung, Wohnort, Alter und Geschlecht geschätzt werden, um die Wahrscheinlichkeit für erwachsene Personen zu bestimmen, aus Kanada fortzuziehen. Für minderjährige Personen werden Nettomigrationsraten nach Alter, Geschlecht und Herkunftsregion auf Basis von Totalwerten bestimmt. Immigrierende Personen werden jahresweise der Population hinzugefügt, indem zunächst die Anzahl neuer Migranten für die entsprechende Periode vorhergesagt werden. Anschließend wird eine Donor-Methode (siehe dazu Abschnitt 4.2.2) angewendet, bei der Zuwandernde aus der Demosim-Basispopulation ausgewählt und einzelne Merkmale angepasst oder imputiert werden. Eine umfassendere Beschreibung des Wanderungsmoduls in Demosim findet sich in Caron-Malenfant et al. (2017).

Pensim2

Pensim2 ist ein dynamisches, zeitdiskretes Mikrosimulationsmodell, das vom Ministerium für Arbeit und Rente des Vereinigten Königreichs (Department for Work and Pensions) zur Simulation von Renteneinkommen entwickelt wurde (Emmerson et al., 2004). Wanderungen beschränken sich in diesem Modell auf Zuwanderung aus dem Ausland und Abwanderung ins Ausland. Zur Simulation von Zuzügen aus dem Ausland wird ohne Zurücklegen aus einer externen Population von Migranten gezogen. Die Gruppen werden aus einem Survey individuell für britische Migranten und deren nicht-britischen Angehörigen sowie für nicht-britische Immigranten gebildet.

Die Zuzüge finden ausschließlich für ganze Haushalte statt. Über einen Algorithmus wird sichergestellt, dass individuelle Totalwerte eingehalten werden können, obwohl Haushalte als Ganzes ausgewählt werden. Die Wahrscheinlichkeiten für Fortzüge werden über ein Probit-Regressionsmodell auf Basis der Lifetime Labour Market Database (LLMDB) geschätzt, welche einer 1%-Stichprobe aus den administrativen Aufzeichnungen des Nationalen Versicherungssystems entspricht. Als erklärende Variablen dienen Geschlecht und Alter in 10-Jahres-Schritten in Kombination mit dem Migrationsstatus. Um sowohl Haushaltskonstellationen als auch bekannte To-

talwerte bei der Auswahl von Personen einzubinden, wird eine Form der Quotenstichprobenziehung ohne Zurücklegen angewendet. Dabei wird erst eine volljährige Person stochastisch bestimmt und anschließend die gesamte Familie für einen Umzug ausgewählt. Sofern es zu keiner Verletzung der festgelegten Totalwerte durch die Aufnahme der Merkmale der Familienmitglieder kommt, wird der Haushalt für eine Emigration bestimmt. Für eine umfassendere Beschreibung des Pensim2-Modells sei auf Emmerson et al. (2004) verwiesen.

LIAM2

LIAM2 ist ein frei verfügbares Open-Source-Tool für die Erstellung dynamischer und zeitdiskreter dynamischer Mikrosimulationen. Die Grundidee hinter der Simulationsstruktur ist die Trennung von Modellierenden und Programmierenden (Menten et al., 2014). Dadurch kann eine vorprogrammierte Grundstruktur geschaffen werden, um die Erstellung von Mikrosimulationsmodellen anwendungsfreundlicher zu gestalten und gleichzeitig möglichst viel Flexibilität zu gewährleisten. LIAM2 ermöglicht es, Migration umfassend zu simulieren. Die Zuwanderung wird über einen Donor-Ansatz (siehe dazu Abschnitt 4.2.2) simuliert, wobei Zugewanderte aus einem frei wählbaren Datensatz ausgewählt werden. Im Idealfall existieren Datensätze zu tatsächlichen Migranten, die als Informationsgeber für zukünftige Zuwanderung verwendet werden können. Um Wanderungen auf Haushaltsebene durchzuführen, wird ein ähnliches Vorgehen wie bei Pensim2 gewählt. Hier stellt ebenfalls ein Algorithmus sicher, dass bei der Auswahl fort- oder zuziehender Haushalte die gewünschten Verteilungen bestmöglich erreicht werden (Dekkers, 2015a). Die Wahl der Daten für die Simulation von Wanderungen wird den Forschenden freigestellt.

4.2.2 Simulationsstrategien

Für die Simulation von Wanderungen können verschiedene Strategien angewendet werden. Die Entscheidung für oder gegen eine Strategie ist grundlegend für die Art der Modellierung und Umsetzung möglicher Module. Ausschlaggebend sind hier die zur Verfügung stehende Rechenkapazität sowie die zugrundeliegende Fragestellung und die regionale Differenzierung.

Zunächst muss unterschieden werden, welche Granularität der Wanderung betrachtet wird. Hierbei kann zwischen

- Migration zwischen der Population und dem Ausland und
- Binnenwanderungsbewegungen.

Die meisten Mikrosimulationsmodelle beschränken sich, sofern Wanderungen Teil des Modells sind, auf Wanderungsbewegungen zwischen der Population und dem Ausland. Grund dafür ist nicht nur die geringere Komplexität der Modellierung,

sondern auch die Tatsache, dass oft innerhalb der Basispopulation keine regionalen Differenzierungen vorgenommen werden. Sofern in späteren Analysen keine regionalisierten Auswertungen erfolgen, ist dieses Vorgehen unproblematisch. Sollen jedoch Analysen auf Subpopulationen durchgeführt werden, ist es erforderlich auch Wanderungen über die Grenzen der jeweiligen regionalen Einheiten zuzulassen. Wie in Abbildung 4.2 gezeigt, kann die Vernachlässigung von Binnenwanderungsbewegungen zu massiven Verzerrungen der demografischen Entwicklung führen. Daher wäre die alleinige Berücksichtigung von Wanderungen zwischen der Basispopulation und dem Ausland in diesem Fall unzureichend.

Darüber hinaus lässt sich unterscheiden, wie umfassend die Wanderungen simuliert werden sollen. Es ergeben sich zwei Möglichkeiten:

- Vollständige Simulation der Wanderungen
- Simulation von Nettowanderung

Bei einer vollständigen Simulation entspricht die Anzahl der Fort- beziehungsweise Zuzüge den bekannten Werten. Bei der Simulation der reinen Nettomigration wird hingegen bei gleicher Anzahl von einwandernden und auswandernden Personen ohne Unterschiede in den individuellen Merkmalen keine Wanderungsbewegung umgesetzt. Bei Unterschieden in den Häufigkeiten werden Fort- und Zuzüge lediglich anhand der Differenz umgesetzt. Dadurch kann die Rechendauer erheblich reduziert werden, gleichzeitig können jedoch auch Probleme bezüglich der Plausibilität entstehen. Die Reduzierung der Wanderungsbewegungen führt zu einer deutlich zu niedrigen Anzahl von Zugewanderten der ersten Generation. Ein weiteres Problem ergibt sich aus der Auswahl der wandernden Personen, wenn die Nettomigrationsraten nach verschiedenen Merkmalen differenziert betrachtet werden. Tritt beispielsweise ausschließlich bei 0-jährigen ein positives Wanderungssaldo auf, werden auch ausschließlich 0-jährige – ohne weitere erwachsene Person im Haushalt – der Population hinzugefügt, was in Folge zu unplausiblen Haushaltsstrukturen führt. Dies ist jedoch nur dann problematisch, wenn Haushaltsstrukturen in der Basispopulation und im gesamten Simulationsprozess berücksichtigt werden, was zur nächsten Unterscheidung führt.

Die Differenzierung kann zwischen

- Wanderungen auf Individualebene und
- Wanderungen auf Haushaltsebene

erfolgen. Besteht die Ausgangspopulation ausschließlich aus Individuen ohne weitere Informationen zu Haushaltsstrukturen, so ist es auch nicht möglich, diese Information zu nutzen. Für einfache demographische Simulationen, beispielsweise zur

Bevölkerungsvorausberechnung, können Zustandswechsel auch komplett auf individueller Ebene durchgeführt werden (Marois und KC, 2021). Bei Fortzügen werden Personen auf Basis individueller Wahrscheinlichkeiten ausgewählt und aus der Basispopulation entfernt. Analog können zugezogene Individuen aus einer externen Population zur Basispopulation hinzugefügt werden. Sobald jedoch Haushaltsstrukturen Teil der Basispopulation sind und im Simulationsprozess fortgeschrieben werden, führt dieses Vorgehen zu massiven Problemen. So ist es möglich, dass Eltern ohne Kinder oder Kinder ohne Eltern fortziehen, was unplausible und systematisch verzerrte Haushaltskonstellationen verursachen kann. Während die Anzahl größerer Haushalte stark zurückgeht, kommt es zu einem starken Anstieg an Einpersonenhaushalten. Somit ist es in diesem Fall zwingend erforderlich, Wanderungen unter Berücksichtigung von Haushaltsstrukturen durchzuführen. Eine einfache Möglichkeit, damit umzugehen, liegt in der direkten Modellierung der Wanderungen auf Haushaltsebene bei gleichzeitiger Berücksichtigung von Informationen zur Anzahl und den Merkmalen der darin lebenden Personen. Der zugrundeliegende Datensatz muss jedoch ausreichend viele Beobachtungen enthalten, um Migration in der gewünschten Granularität abzubilden. Gleichzeitig eine Panelstruktur notwendig, um Veränderungen der Wohnsituation zwischen den Zeitpunkten feststellen zu können. Aufgrund dieser hohen Anforderungen gibt es kaum – für Deutschland aktuell keine – Datensätze, die diese Art der Modellierung erlauben. Sofern geeignete Daten vorliegen, muss sichergestellt werden, dass die Art der Modellierung in der Lage ist, die Strukturen hinreichend zu erfassen.

Unabhängig von der Art der Wanderung kann die Umsetzung innerhalb der Simulation entweder über ein

- offenes Wanderungsmodul oder ein
- geschlossenes Wanderungsmodul

erfolgen. Bei offenen Wanderungsmodulen werden fortziehende Personen aus der Simulationspopulation entfernt. Zuziehende Personen waren zuvor kein Teil der Simulation und werden aus einer externen Population ausgewählt und zur Basispopulation hinzugefügt. Dieses Vorgehen ist auch als Donor-Methode bekannt (Duleep und Dowhan, 2008). Die Grundidee dieser Methode stammt aus dem Bereich der Imputationsverfahren, wobei fehlende Daten durch informationsspendende Beobachtungen (Donors) imputiert werden (Kalton, 1986, Beaumont und Bissonnette, 2011). Eine Nachverfolgung fortgezogener Personen ist somit nicht möglich, unabhängig davon ob es sich um Wanderungen über Landesgrenzen oder Binnenmigration handelt. Im Gegensatz dazu werden bei geschlossenen Wanderungsmodulen alle Personen nach einem Umzug innerhalb der Population in einer anderen Region innerhalb der Basispopulation wieder verortet und lassen sich somit auch im weiteren Verlauf identifizieren. Die Simulation von Wanderungsbewegungen zwischen der Basispopulation

und dem Ausland beziehungsweise außerhalb der Population liegenden Regionen ist ausschließlich mit offenen Schnittstellen möglich. Die Simulation von Wanderungen innerhalb der Population kann hingegen sowohl geschlossen als auch offen gestaltet werden. Bei offenen Modellierungen werden die Personen bei Fortzügen aus einer regionalen Subpopulation entfernt und bei Zuzügen aus einer externen Population hinzugefügt. In der ersten Version des MikroSim-Modells wurden Wanderungen auf NUTS-3-Ebene ausschließlich über ein offenes Modul umgesetzt, indem Haushalte aus einer Kopie der Basispopulation individuell für jede NUTS-3-Region ausgewählt und hinzugefügt werden. Fortziehende Haushalte werden anschließend aus der Population entfernt (Münnich et al., 2020).

Der größte Nachteil geschlossener Wanderungsmodule liegt im einhergehenden Anstieg der Modellkomplexität. Bei offenen Modulen lassen sich Simulationen auf regionaler Ebene weitestgehend unabhängig gestalten. Daher ist es auch möglich, Simulationen für einzelne Regionen individuell durchzuführen. Bei geschlossenen Modulen müssen Schnittstellen zwischen den Regionen geschaffen werden, um die Individuen auszutauschen. Dies impliziert die Notwendigkeit, immer die gesamte Population fortzuschreiben. Auch die Umsetzung der Wanderungen selbst wird komplexer. Während bei offenen Wanderungsmodulen die Simulation binärer Zustandswechsel – Fortzug und kein Fortzug bzw. Zuzug und kein Zuzug – genügt, muss in geschlossenen Modulen auch das konkrete Ziel der Wanderung festgelegt werden.

Jedoch bergen auch offene Module deutliche Nachteile. So wird in jeder simulierten Periode ein erheblicher Anteil der bereits fortgeschriebenen Bevölkerung ausgetauscht. Da die Datenbasis, aus der die Zuzüge entnommen werden, in der Regel selbst nicht fortgeschrieben wird, kann es zu einer Abschwächung von szenario- und simulationsbedingten Veränderungen der Bevölkerungsstrukturen kommen. Davon betroffen sind in erster Linie Merkmale, die nicht für die Modellierung der Migration verwendet werden. Sofern Wanderungen beispielsweise anhand von Geschlecht und Alter durchgeführt werden, lassen sich die Verteilungen dieser Merkmale einfach fortschreiben. Kommt es im Laufe der Simulation jedoch zu der Veränderung weiterer Merkmale in der Basispopulation, beispielsweise bezüglich Erwerbstätigkeit oder Haushaltszusammensetzungen, werden die simulationsbasierten Effekte abgeschwächt. Eine Möglichkeit damit umzugehen liegt in der Verwendung der fortgeschriebenen Population als Zuzugsdatensatz. In offenen Modellierungen müssen alle Arten von zukünftigen Zuzügen als Szenario implementiert und interpretiert werden. Es wird also annahmebasiert festgelegt, welche Strukturen und welchen Umfang immigrierende Individuen aufweisen. Da bei offenen Modulen keine Nachverfolgung der Individuen möglich ist, können individuelle Entwicklungen (bspw. Ausbildungen und Erwerbsbiographien) nur eingeschränkt nachgebildet werden.

4.3 Simulation von Wanderungen in Deutschland

In diesem Abschnitt liegt der Fokus auf der Simulation von Wanderungen in Deutschland. Zunächst werden in Abschnitt 4.3.1 die Anforderungen an Module definiert und die Datenlage in Abschnitt 4.3.2 dargelegt. Anschließend wird die Schätzung von Wanderungswahrscheinlichkeiten auf individueller Ebene (Abschnitt 4.3.3) beschrieben. Methoden zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten unter Verwendung von Informationen auf Individualebene werden in Abschnitt 4.3.4 behandelt. Im Rahmen einer Simulationsstudie werden die verschiedenen Methoden in Abschnitt 4.3.5 miteinander verglichen.

4.3.1 Anforderungen

Die in dieser Arbeit beschriebenen Wanderungsmodule wurden im Rahmen der Forschungsprojekte REMIKIS und MikroSim entwickelt. Obwohl die Art der Mikrosimulation in beiden Modellen ähnlich ist, unterscheiden sich die Anforderungen an ein Wanderungsmodul aufgrund unterschiedlicher regionaler Spezifizierungen. Das REMIKIS-Modell beschränkt sich ausschließlich auf die Großregion Trier, ein Großteil der Simulationen wird sogar ausschließlich auf der kreisfreien Stadt Trier durchgeführt (Burgard et al., 2019a; Burgard et al., 2020b). Da das restliche Bundesgebiet nicht Teil der Basispopulation und somit der Simulation ist, werden Personen nach einem Fortzug aus der Großregion Trier nicht weiter berücksichtigt. Daher können Wanderungen ausschließlich über ein offenes Modell simuliert werden. Im MikroSim-Modell entspricht die Basispopulation hingegen der gesamten Bevölkerung Deutschlands, was es ermöglicht, Wanderungen auch innerhalb Deutschlands geschlossen zu simulieren. Durch die damit verbundene Komplexitätszunahme geht jedoch auch ein Flexibilitätsverlust einher. Die Durchführung von Simulationen auf ausgewählten Regionen – auch zu Testzwecken – ist nicht mehr möglich.

Daher erfolgt die Implementierung von Wanderungen in dieser Arbeit durch zwei Strategien. Zum einen wird eine offene Modellierung umgesetzt, die es erlaubt, Mikrosimulationen individuell für jede Region auf NUTS 3- oder höherer Ebene durchzuführen. Diese Modellierung ist auch Teil des REMIKIS-Simulationsmodells. Zum anderen wird auch ein geschlossenes Modul erstellt, das Wanderungsbewegungen innerhalb Deutschlands auf NUTS 3-Ebene ermöglicht.

In beiden Ansätzen sind die grundlegenden Anforderungen identisch. Das Ziel ist, bekannte Wanderungsbewegungen retrospektiv bestmöglich zu simulieren, indem die bekannte Entwicklung seit 2011 durch die Umsetzung der Wanderungen nachgebildet wird. Dabei dürfen die Strukturen der Population nicht beeinträchtigt

werden, indem Wanderungen zu unplausiblen Haushaltskonstellationen führen oder direkte Verzerrungen der Strukturen, beispielsweise bei Haushaltsgrößen, zur Folge haben. Darüber hinaus ist es wichtig, dass verschiedene Annahmen und Szenarien zur Entwicklung von Wanderungsbewegungen für die Simulation in die Zukunft einfach eingebunden werden können.

4.3.2 Datenbasis

Eine geeignete Datenbasis ist eine grundlegende Voraussetzung für die Modellierung und Simulation von Wanderungsbewegungen. Üblicherweise werden zur Modellierung von Übergängen Daten aus statistischen Erhebungen genutzt. Jedoch gibt es für die Modellierung von Wanderungsbewegungen in Deutschland keinen Erhebungsdatensatz, der eine Modellierung regionaler Wanderungsbewegungen zulässt.

Der Mikrozensus lässt sich zwar ab dem Jahr 2012 auf Personenebene zu einem Paneldatensatz verknüpfen und bietet als 1%-Stichprobe einen hohen Umfang an Beobachtungen, jedoch gibt es aufgrund des Flächenstichprobenprinzips keine Weiterverfolgung nach Umzügen (Herter-Eschweiler und Heidenreich, 2002). Sobald ein Haushalt oder eine Person durch einen Umzug an eine andere Adresse zieht, sind die Beobachtungen nicht länger Teil der Stichprobe. Zwar gibt es Informationen über den Grund von Ausfällen, die jedoch oft nicht eindeutig Wanderungen zugewiesen werden können und in den SUF-Daten nicht enthalten sind. Im SOEP werden Personen hingegen über die Zeit weiterverfolgt. Im Idealfall bleiben Personen und Haushalte auch nach einem Wohnortwechsel innerhalb Deutschlands im Panel enthalten und lassen somit generell Modellierungen zum Wanderungsverhalten zu. Aufgrund der relativ geringen Anzahl an Beobachtungen und eingeschränkten Möglichkeit der regionalen Differenzierung – Regionen unter NUTS-1-Ebene können im SUF nicht identifiziert werden –, lassen sich diese jedoch nicht nach Art der Wanderung unterscheiden. Selbst bei Bereitstellung von kleinräumigeren Informationen über einen FDZ-Zugang kann aufgrund der Stichprobengröße keine differenzierte Analyse von Wanderungsbewegungen auf NUTS-3-Ebene mit dem notwendigen Detailgrad durchgeführt werden. Als alleinige Informationsgrundlage zur umfassenden Erfassung von Wanderungsbewegungen in Deutschland ist der Datensatz somit nicht geeignet.

Die ausführlichsten Informationen zu Wanderungen in Deutschland bietet die Wanderungsstatistik (Destatis, 2020). Dabei handelt es sich um eine von den Meldebehörden erfasste Vollerhebung aller Zu- und Fortzüge mit Änderung der Haupt- und alleinigen Wohnung über Gemeindegrenzen oder Bundesgrenzen. Die Anzahl der wandernden Personen liegt tendenziell etwas unter den erfassten Werten, da Personen mehrmals innerhalb eines Jahres umziehen können und somit öfters erfasst werden. In der Erhebung werden An- und Abmeldungen bei den Meldebehörden re-

gistriert. Nicht enthalten sind Inländer mit einem sonstigen Wohnsitz in Deutschland bei Aufhalten bis zu 6 Monaten sowie Personen mit einem ausländischen Wohnsitz bei Aufhalten bis zu 3 Monaten. Auch Geflüchtete werden in der Wanderungsstatistik miterfasst, können jedoch nicht individuell ausgewiesen werden (Destatis, 2021c).

Tabelle 4.1: Wanderungsstatistik 2011 differenziert nach Alter

Region r	AGS	Alter	Klasse j	Fortzüge $\tau_{r,j}^{(1)em}$	Zuzüge $\tau_{r,j}^{(1)im}$
1	01001	0	1	39	25
1	01001	1	2	90	79
1	01001	2	3	75	47
1	01001	3	4	48	50
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	01001	≥ 90	91	23	19
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
402	16077	≥ 90	91	51	22

Bei der Verwendung der Daten der Wanderungsstatistik muss sichergestellt werden, dass datenschutzrechtliche Regelungen eingehalten werden (Brückner et al., 2018). Im Bereich der amtlichen Statistik in Deutschland dürfen keine Wertetabellen mit einer Zellbesetzung unter 3 veröffentlicht werden. Mit dieser Einschränkung ist es jedoch kaum möglich, Wanderungen in der Tiefe zu modellieren und zu simulieren, wie sie in der Wanderungsstatistik erfasst werden. Daher wird der Fokus zum einen auf Wanderungen über Kreisgrenzen (NUTS-3-Ebene) und zum anderen auf Wanderungen über Bundeslandgrenzen (NUTS-1-Ebene) gelegt. Jedoch kann die Sperrung kleiner Zellhäufigkeiten auch bei Wanderungen auf Kreis- und Bundeslandebene, insbesondere bei Berücksichtigung weiterer soziodemographischer Merkmale, zu bedeutenden Informationsverlusten durch Zellsperren führen. Um diesen bei der Datenbereitstellung so gering wie möglich zu halten, werden daher flexible Altersklassen gebildet. Das gewählte Vorgehen wird im Bereich der Geheimhaltung von Mikrostatistiken als *Top Coding* beziehungsweise *Bottom Coding* bezeichnet (Hundepool et al., 2012, Templ, 2017). In einem iterativen Prozess werden ausgehend von 0-jährigen alle Zellbesetzungen überprüft und im Falle einer zu geringen Anzahl an Beobachtungen flexibel erweitert. Sind zum Beispiel mehr als 3 Beobachtungen bei den 0-jährigen vorhanden, muss keine Klasse gebildet werden, andernfalls wird die Obergrenze der Klasse solange erweitert bis diese mit mindestens 3 Beobachtungen gefüllt ist. Ab einem Alter von 90 Jahren wird die letzte Klasse als nach oben hin offen definiert.

Die Anzahl an Klassen unterscheidet sich aufgrund der flexiblen Altersklassen nach NUTS-3-Regionen und Zeitpunkten. Somit liegen bei Fortzügen (Zuzügen) zu Zeitpunkt t insgesamt $J_r^{(t)em}$ ($J_r^{(t)im}$) verschiedene soziodemographische Klassen für Kreis r vor. Im Jahr 2011 ($t = 1$) existieren für Flensburg ($r = 1$) $J_1^{(1)em} = 338$ Klassen bei Fortzügen und $J_1^{(1)im} = 328$ Klassen bei Zuzügen. Die Klasse einer Person u in Region r wird mit $z_{r,u}$ angegeben. Die klassen- und jahresspezifische Gesamtzahl der Fortzüge sei $\tau_{r,j}^{(t)em}$ und die Anzahl an Zuzügen $\tau_{r,j}^{(t)im}$.

Zur Erfassung von Wanderungen auf Bundeslandebene werden für jedes Zielbundesland (inklusive Ausland) l und Herkunftsbundesland b jahresindividuelle Klassen gebildet. Daher kann sich ebenfalls die Anzahl an Klassen $J_{b,l}^{(t)}$ in jeder Ziel- und Herkunftsbundeslandskombination sowie zu jedem Zeitpunkt unterscheiden. Die Anzahl von Personen in Klasse j die im Jahr t von Bundesland b in Bundesland l ziehen sei $\tau_{b,l}^{(t)j}$ für $b = 1, \dots, 16$ und $l = 1, \dots, 17$. Insgesamt ergeben sich 17 Möglichkeiten für einen Umzug über die Grenzen eines Bundeslands. Eingeschlossen sind Wanderungen über Kreis-, jedoch nicht über Bundeslandgrenzen (Umzug über Kreisgrenzen innerhalb eines Bundeslandes) und Fortzüge ins Ausland. Ausnahmen bilden die Stadtstaaten Berlin und Hamburg, da hier keine weitere regionale Differenzierung unterhalb des Bundeslands vorgenommen werden kann. In diesen Fällen führt ein Fortzug über Kreisgrenzen auch immer zu einem Fortzug über Bundeslandgrenzen. In der Folge ergeben sich für Berlin und Hamburg jeweils nur 16 mögliche Ziele.

4.3.3 Generierung individueller Wanderungswahrscheinlichkeiten

Die Daten der Wanderungsstatistik erlauben es, individuelle Wahrscheinlichkeiten für Fort- und Zuzüge wie auch für Wanderungen zwischen Bundesländern zu berechnen. Da erfasst wird, wie viele Personen in einem Jahr über NUTS-3-Grenzen zu- und fortgezogen oder zwischen Bundesländern gewandert sind, können Wahrscheinlichkeiten über bedingte Verteilungen berechnet werden, sofern gleichzeitig bekannt ist, wie viele Personen mit den jeweiligen Merkmalsausprägungen zu einem bestimmten Jahr in einer Region leben.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Fortzug über Kreisgrenzen ist für alle Individuen in Klasse j in Region r aus der Basispopulation zum Zeitpunkt t identisch und lässt sich über

$$\pi_{r,u}^{(t)em} = \frac{\tau_{r,j}^{(t)em}}{\sum_{i=1}^{N_r^{(t)}} \mathbf{1}(z_{r,i}^{(t)} = j)} = \frac{\tau_{r,j}^{(t)em}}{\tau_{r,j}^{(t)}} \quad (4.1)$$

berechnen, mit $\tau_{r,j}^{(t)}$ als Anzahl an Einwohnern in Region r in Klasse j und $N_r^{(t)}$ als die Anzahl der Einwohner in Region r zu Zeitpunkt t . Das Vorgehen lässt sich

anhand eines einfachen Beispiels verdeutlichen. So sind in Flensburg ($r = 1$) im Jahr 2011 ($t = 1$) insgesamt 114 männlich Personen im Alter von 20 Jahren mit deutscher Staatsbürgerschaft ($j = 21$) über Kreisgrenzen fortgezogen. Somit gilt: $\tau_{1,21}^{(1)em} = 114$. Aufgrund der großen Anzahl an Beobachtung ist in diesem Fall keine Vergrößerung hinsichtlich des Alters erforderlich. Gleichzeitig leben insgesamt $\tau_{1,21} = 541$ Personen in Klasse 21 in der Basispopulation in Flensburg. Folglich ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für einen Fortzug aus $114/541 = 0,311$.

Wie beschrieben lassen sich Wanderungsbewegungen in der Wanderungsstatistik nach Ziel- und Herkunftsgemeinde unterscheiden. Aufgrund der hohen Dimension der dafür notwendigen Matrizen und der damit einhergehenden geringen Zellbesetzung ist dies nicht ohne datenschutzrechtliche Verletzungen sinnvoll umsetzbar. Binnenmigrationsbewegungen werden daher in mehreren Schritten vollzogen, wie in Abschnitt 4.4.2 genauer beschrieben wird. Dabei werden Wanderungen erst zwischen den Bundesländern und anschließend innerhalb von Bundesländern auf die darin enthaltenen Kreise simuliert. Zu diesem Zweck lassen sich individuelle Wanderungswahrscheinlichkeiten für Wanderungen zwischen Bundesländern berechnen. Die Wahrscheinlichkeiten für alle Individuen in Klasse j von Bundesland b in Bundesland l zu ziehen, unter der Voraussetzung, dass bereits ein Umzug über Kreisgrenzen stattgefunden hat, ergibt sich aus

$$\pi_{b,u}^{(t)l} = \frac{\tau_{b,l,j}^{(t)}}{N_b^{(t)} \sum_{i=1} \mathbb{1}(z_{b,i}^{(t)} = j)} = \frac{\tau_{b,l,j}^{(t)}}{\tau_{b,j}^{(t)}}, \quad (4.2)$$

wobei $\tau_{b,j}^{(t)}$ die Anzahl an Personen in Klasse j angibt, die in Bundesland b über Kreisgrenzen umgezogen sind und $N_b^{(t)}$ die Anzahl über Kreisgrenzen gezogener Personen in Bundesland b . Die Klasse von Person i , die zu Zeitpunkt t in Bundesland b über Kreisgrenzen gezogen ist, sei $z_{b,i}^{(t)}$. Die Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten für Wanderungen zwischen Bundesländern kann ebenfalls über ein Beispiel veranschaulicht werden. So sind insgesamt $\tau_{1,2,21}^{(1)} = 323$ männlichen Personen im Alter von 20 Jahren mit deutscher Staatsbürgerschaft ($j = 21$) im Jahr 2011 ($t = 1$) von Schleswig-Holstein ($b = 1$) nach Hamburg ($l = 2$) gezogen. Gleichzeitig sei bekannt, dass $\tau_{1,21}^{(1)} = 1.875$ Personen im selben Jahr in Schleswig Holstein über Kreisgrenzen gezogen sind. Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für eine Person in Klasse $j = 21$ über $323/1.875 = 0,172$. Für $b = 1$ und $l = 2$ gibt es insgesamt $J_{1,2}^{(1)} = 398$ soziodemographische Klassen, da aufgrund der hohen Wanderungsrate nur wenige Klassierungen notwendig sind. Für das Zielbundesland Saarland ($l = 10$) ergeben sich hingegen wegen der geringen Wanderungszahlen lediglich $J_{1,10}^{(1)} = 40$ Klassen. So ist beispielsweise bekannt, dass 8 männliche Personen mit deutscher Staatsbürgerschaft im Alter zwischen 20 und 21 Jahren ($j = 7$) ins Saarland und

4.078 Personen dieser Klasse in Schleswig-Holstein über Kreisgrenzen gezogen sind. Daraus errechnet sich die Wahrscheinlichkeit für eine Person in Klasse $j = 7$ über $8/4.078 = 0,002$.

Als weitere Komponente werden Zuzüge in Kreise und Kreisfreie Städte innerhalb der Bundesländer betrachtet. Die Wahrscheinlichkeit für Personen in Klasse j in Kreis r zu ziehen, bedingt auf einen Zuzug oder Verbleib innerhalb des übergeordneten Bundeslands l , lässt sich als

$$\pi_{r,u}^{(t)im} = \frac{\tau_{r,j}^{(t)im}}{N_l^{(t)} \sum_{i=1} \mathbb{1}(z_{l,i}^{(t)} = j)} = \frac{\tau_{r,j}^{(t)im}}{\tau_{l,j}^{(t)}} \quad (4.3)$$

berechnen mit $\tau_{l,j}^{(t)}$ als Anzahl an Personen in Klasse j , die zum Zeitpunkt t in Bundesland l gezogen sind, $N_l^{(t)}$ als Anzahl Personen, die insgesamt in Jahr t in Bundesland l zugewandert oder nach einem Umzug über Kreisgrenzen verblieben sind und $z_{l,i}^{(t)}$ als Klasse für eine in Bundesland l gezogene oder verbliebene Person. Das Vorgehen kann auf beliebige Wanderungsformen übertragen werden. Bei Verwendung eines externen Datensatzes für die Auswahl zuziehender Personen ist $\tau_{b,j}^{(t)}$ durch die Anzahl an Personen in Klasse j in der entsprechenden Population zu ersetzen. Die Berechnung lässt sich ebenfalls am Beispiel von Schleswig-Holstein und Flensburg zeigen. So sind im Jahr 2011 ($t = 1$) 200 ($\tau_{1,21}^{(1)}$) männliche Personen deutscher Staatsbürgerschaft im Alter von 20 Jahren ($j = 21$) nach Flensburg gezogen. Nach Schleswig-Holstein sind im selben Jahr insgesamt 1.577 ($\tau_{1,21}^{(1)}$) Personen der entsprechenden Klasse gezogen. Die Wahrscheinlichkeit für den Zuzug nach Flensburg für Personen in Klasse $j = 21$ ist demnach $200/1577 = 0,127$.

Sofern die Werte für $\tau_{r,j}^{(t)}$, $\tau_{b,j}^{(t)}$ und $\tau_{l,j}^{(t)}$ aus einer Basispopulation stammen, die nicht mit der Grundgesamtheit übereinstimmt, werden diese mit $\hat{\tau}_{r,j}^{(t)}$, $\hat{\tau}_{b,j}^{(t)}$ und $\hat{\tau}_{l,j}^{(t)}$ gekennzeichnet. Dies ist üblicherweise der Fall, da die genauen Verteilungen aus der Population – ausgenommen es liegen beispielsweise Werte aus einem Zensus vor – nicht bekannt sind. Ebenso werden die Wahrscheinlichkeiten basierend auf geschätzten Werten folglich zu: $\hat{\pi}_{r,u}^{(t)em}$, $\hat{\pi}_{b,u}^{(t)l}$ und $\hat{\pi}_{r,u}^{(t)im}$.

Eine wesentliche Problematik ergibt sich aus der Verwendung flexibler Altersklassen bei multinomialen Entscheidungen, wie der Verteilung auf Bundesländer und Kreise. Während dies im binären Fall kein Problem darstellt, da die Wahrscheinlichkeiten auch bei individuellen Klassen einfach bestimmt werden können, lassen sich die polytomen Ereignisse nicht mehr mit der Inversionsmethode (siehe Abschnitt 2.6.5) simulieren. Dies kann am Beispiel der Wanderungen zwischen Bundesländern verdeutlicht werden. Hierbei wird zunächst angenommen, dass die Anzahl von Personen, die in Bundesland b über Kreisgrenzen gezogen sind $\hat{\tau}_{b,j}^{(t)}$ im Rahmen der Simulation über einen stochastischen Prozess ausgewählt wurden und

die Anzahl von Personen in Klasse j , die in Bundesland l ziehen, $\tau_{b,j}^{l(t)}$ bekannt ist. Da sich die Klassen jedoch für jedes Zielbundesland unterscheiden, können keine klassenspezifischen Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden, die sich zu 1 aufsummieren lassen. Eine Möglichkeit dieses Problem zu umgehen bietet die Durchführung der Simulation über die Abfolge binärer Ereignisse. Bei $L_b^{(t)}$ möglichen Zielen kann die Verteilung der Individuen über die Simulation von $L_b^{(t)} - 1$ binären Zustandswechselln erfolgen. Dies stellt rechenzeittechnisch keine große Herausforderung bei der Simulation auf Individualebene dar, kann aber, wie im nachfolgenden Kapitel beschrieben wird, zu Problemen bei der Generierung von Wahrscheinlichkeiten für Haushalte führen. Daher ist es sinnvoll, eine stochastische Wahrscheinlichkeitsmatrix für alle Zielbundesländer zu erstellen. Dafür werden zuerst die Wahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{b,u}^{(t)l}$ für jedes Herkunftsbundesland b , jedes Zielbundesland (inkl. Ausland) l und jede Klasse j für $j = 1, \dots, J_{b,l}^{(t)}$ unabhängig bestimmt. Anschließend können für jedes Herkunftsbundesland neue, einheitliche Klassen j^* für $j^* = 1, \dots, J_b^{(t)}$ gebildet werden. Da im vorliegenden Fall die Differenzen ausschließlich auf die Klassierung des Alters zurückzuführen sind, werden folglich einheitliche Altersklassen verwendet. Die Größe der Altersklassen kann individuell nach der Anzahl an enthaltenen Personen gebildet werden. So bieten sich kleine Altersklassen für deutsche Staatsbürger und größere Altersklassen für Personen mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft an. Die individuellen Wahrscheinlichkeiten können nun für die neuen Klassen aufsummiert werden, um die Totalwerte $\hat{\tau}_{b,j^*}^{(t)l}$ zu erhalten.

Dadurch das beschriebene Vorgehen kann es jedoch vorkommen, dass $\sum_{l=1}^{L_b^{(t)}} \hat{\tau}_{b,l,j^*}^{(t)}$ ungleich der gesamten Anzahl an Personen in der jeweiligen Klasse $\hat{\tau}_{b,j^*}^{(t)}$ ist, was wiederum Voraussetzung dafür ist, dass sich die damit berechneten Wahrscheinlichkeiten zu 1 aufsummieren lassen. Aus diesem Grund werden anschließend die klassen- und bundeslandspezifischen Totalwerte über die relativen Anteile bestimmt:

$$\hat{\tau}_{b,l,j^*}^{(t)} = \hat{\tau}_{b,j^*}^{(t)} \frac{\hat{\tau}_{b,l,j^*}^{(t)}}{\sum_{l=1}^{L_b^{(t)}} \hat{\tau}_{b,l,j^*}^{(t)}} \quad (4.4)$$

Über Gleichung 4.2 können abschließend die neuen individuellen Wahrscheinlichkeiten berechnet werden, indem $\tau_{b,l,j}^{(t)}$ durch $\hat{\tau}_{b,l,j^*}^{(t)}$ und $\tau_{b,j}^{(t)}$ durch $\hat{\tau}_{b,j^*}^{(t)}$ ersetzt wird. Für die neuen Wahrscheinlichkeiten gilt

$$\sum_{l=1}^{L_b^{(t)}} \hat{\pi}_{b,u}^{(t)l} = 1.$$

Analog kann das Vorgehen bei der Verteilung auf Kreise umgesetzt werden.

Auf Basis der individuellen Wahrscheinlichkeiten ist es bereits möglich, Wanderungsbewegungen auf Personenebene zu simulieren. Dieses Vorgehen ist aber nur dann zu empfehlen, wenn keine Haushaltsstrukturen berücksichtigt werden.

4.3.4 Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten

Haushaltsstrukturen spielen in den meisten Mikrosimulationen eine zentrale Rolle, da sie nicht nur in der Basispopulation enthalten sind, sondern auch im Fortschreibungsprozess und bei anschließenden Analysen berücksichtigt werden (Münnich et al., 2021). Folglich ist es nicht möglich, Migration ausschließlich auf individueller Ebene zu simulieren, da die Missachtung der Haushaltsstrukturen einen direkten Einfluss auf die Plausibilität der entstehenden Population hat (Dekkers, 2015a). Im vorliegenden Fall sind Haushaltsstrukturen Teil der Basispopulation. Daher ist es weder bei Zu- noch bei Fortzügen zulässig, Personen einfach über die Verwendung individueller Wahrscheinlichkeiten auszuwählen und diese in die Population aufzunehmen oder daraus zu entfernen. Ein geeignetes Wanderungsmodul muss ganze Haushalte auswählen und gleichzeitig sicherstellen, dass die Totalwerte auf individueller Ebene eingehalten werden.

Tabelle 4.3: Individual- und Haushaltswahrscheinlichkeiten

Person u	Haushalt h	Region r	$\hat{\pi}_{r,u}^{(t)em}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{(t)em}$
1	1	1	$\hat{\pi}_{1,1}^{(t)em}$	$\hat{\pi}_{1,1}^{(t)em}$
2	1	1	$\hat{\pi}_{1,2}^{(t)em}$	
3	1	1	$\hat{\pi}_{1,3}^{(t)em}$	
4	2	1	$\hat{\pi}_{1,4}^{(t)em}$	$\hat{\pi}_{1,2}^{(t)em}$
5	2	1	$\hat{\pi}_{1,5}^{(t)em}$	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$\tilde{N}_1^{(t)}$	$\tilde{N}_1^{(t)h}$	1	$\hat{\pi}_{1,N_1^{(t)}}^{(t)em}$	$\hat{\pi}_{1,N_1^{(t)h}}^{(t)em}$

Eine in diesem Kontext häufig gewählte Methode ist der Pageant-Algorithmus, der teilweise auch in leicht abgewandelter Form umgesetzt wird (Chènard, 2000; O'Donoghue et al., 2009; O'Donoghue et al., 2010; Dekkers, 2015a; Siripanich und Rashidi, 2020). Dabei handelt es sich um ein iteratives Verfahren, bei dem Individuen schrittweise gemäß individueller Wahrscheinlichkeiten ausgewählt werden. Gleichzeitig wird geprüft, ob die Totalwerte durch die Aufnahme der weiteren Haushaltsmitglieder noch immer eingehalten werden. Sofern es zu keiner Verletzung der Totalwerte kommt, wird der ganze Haushalt für eine Migration ausgewählt. Um die

Rechendauer zu begrenzen, werden größere Haushalte zu Beginn mit höherer Wahrscheinlichkeit gezogen, da die Akzeptanzwahrscheinlichkeit bei vielen Haushaltsmitgliedern in späteren Iterationen tendenziell geringer ist (O’Donoghue et al., 2010; Siripanich und Rashidi, 2020). Dennoch ist die Rechendauer – neben der willkürlichen Veränderung Auswahlwahrscheinlichkeiten im Auswahlprozess – ein entscheidender Nachteil dieser Technik. Durch die iterative Auswahl wandernder Haushalte kann der Algorithmus, abhängig von der Gesamtzahl der Wanderungen, viel Zeit in Anspruch nehmen. Da Mikrosimulationen üblicherweise auf Stichprobendaten durchgeführt werden und die Anzahl enthaltener Individuen begrenzt ist, stellt dies in der Regel kein größeres Problem dar. Zudem beschränken sich die meisten Modelle auf Zu- und Abwanderung aus dem Ausland und simulieren keine Binnenwanderung.

Bei Simulationen großer Populationen oder (synthetischer) Grundgesamtheiten steigt der Rechenaufwand für jede zu simulierende Periode stark an. Aufgrund der großen Anzahl wandernder Personen innerhalb eines Landes im Vergleich zu Wanderungen über Landesgrenzen ist diese Methode für die Simulation von Binnenwanderung kaum umsetzbar. Erschwerend kommt hinzu, dass bei geschlossenen Modellen auch Wanderungen zwischen regionalen Einheiten eingebunden werden müssen, wodurch auch die Anzahl einzuhaltender Totalwerte zunimmt. In diesem Kontext ist der Pageant-Algorithmus nicht mehr sinnvoll anwendbar und wird daher im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter behandelt.

Geeigneter scheint es, die geschätzten individuellen Wahrscheinlichkeiten (in diesem Fall für einen Fortzug) $\hat{\pi}_{r,u}^{(t)em}$ für $u = 1, \dots, \tilde{N}_r^{(t)}$ mit Haushaltswahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{(t)em}$ für $h = 1, \dots, \tilde{N}_r^{(t)h}$ zu ersetzen, wie in Tabelle 4.3 veranschaulicht wird. Voraussetzung ist, dass damit ebenfalls die bekannten Totalwerte auf individueller Ebene eingehalten werden. Mit den Haushalten verknüpft ist ein Vektor $q_{r,j,h}^{(t)} = (q_{r,1,h}^{(t)}, \dots, q_{r,j,h}^{(t)}, \dots, q_{r,J,h}^{(t)})'$, der die Anzahl der Personen der j -ten Klasse in Haushalt h und Kreis r angibt. Die $J_r^{(t)em}$ Totalwerte für die Anzahl an Wanderungen für jeden Kreis $\tau_{j,r}^{(t)em}$ sind aus den Wanderungstabellen bekannt.

Die Anpassung individueller Wahrscheinlichkeiten auf Haushaltsebene lässt sich mit klassischen Kalibrierungsmethoden in Verbindung bringen (Deville et al., 1993). Durch Kalibrierung werden die Designgewichte aus statistischen Erhebungen so verändert, dass die Verteilungen von Variablen wie Alter, Geschlecht und Bundesland in einer Stichprobe anschließend mit bekannten Verteilungen übereinstimmen (Gabler et al., 2015). Im Gegensatz zu Gewichten müssen im vorliegenden Fall jedoch Wahrscheinlichkeiten angepasst werden, sodass die bekannten Totalwerte im Erwartungswert erreicht werden. Dazu wird die Notation entsprechend angepasst. Im Folgenden werden zur Veranschaulichung ausschließlich die Wahrscheinlichkeiten für einen Fortzug über Kreisgrenzen herangezogen. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeiten für Haushalte $\pi_{r,h}^{(t)em}$ mit Anpassungsfaktoren $g_{r,h}^{(t)}$ so anzupassen, dass die Benchmarks eingehalten werden. Über die Notation der klassischen Kalibrierungs-

methoden lässt sich sich folgendes Minimierungsproblem ableiten (Burgard et al., 2019b):

$$\min_{g_{r,h}^{(t)}} \sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} d(g_{r,h}^{(t)}) \quad \text{s.t.} \quad \sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} g_{r,h}^{(t)} q_{r,j,h}^{(t)} = \tau_{r,j}^{(t)em} \quad \forall j = 1, \dots, J_r^{(t)em}. \quad (4.5)$$

Hierbei ist $d(\cdot)$ eine Distanzfunktion, die individuell gewählt werden kann. Die Grundidee liegt in der möglichst geringen Veränderung der Wahrscheinlichkeiten, was durch die Minimierung der Distanz der Anpassungsfaktoren zum Wert 1 erzielt wird. Zu den bekanntesten Distanzfunktionen zählen die lineare Distanzfunktion

$$d(g_{r,h}) = \frac{1}{2}(g_{r,h} - 1)^2, \quad (4.6)$$

die trunkierte lineare Distanzfunktion

$$d(g_{r,h}) = \begin{cases} \frac{1}{2}(g_{r,h} - 1)^2, & \text{falls } L < g_{r,h} < U \\ \infty, & \text{sonst.} \end{cases}, \quad (4.7)$$

die Raking-Ratio-Distanzfunktion

$$d(g_{r,h}) = g_{r,h} \log(g_{r,h}) - g_{r,h} + 1, \quad (4.8)$$

sowie die Logit-Distanzfunktion

$$d(g_{r,h}) = \begin{cases} \left[(g_{r,h} - L) \log \frac{g_{r,h} - L}{1 - L} + (U - g_{r,h}) \log \frac{U - g_{r,h}}{U - 1} \right] A^{-1}, & \text{falls } L < g_{r,h} < U \\ \infty, & \text{sonst.} \end{cases},$$

$$A = \frac{U - L}{(1 - L)(U - 1)}, \quad (4.9)$$

wobei L und U zwei Konstante darstellen, für die gilt $L < 1 < U$ (Deville und Särndal, 1992; Deville et al., 1993; Haziza und Beaumont, 2017). Die Kalibrierung mittels Raking-Ratio-Distanzfunktion entspricht einer Iterativen Proportionalen Anpassung (IPF, Deming und Stephan, 1940).

Der Nachteil bei Anwendung dieser Art der Kalibrierung auf die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten liegt in der Tatsache, dass Werte über 1 – bei linearer Distanzfunktion auch kleiner 0 – resultieren können, welche anschließend abgeschnitten werden müssen. Auch wenn teilweise eine indirekte Begrenzung der Werte über die Anpassungsfaktoren möglich ist, führen zu eng gewählte Wertebereiche häufig zu Konvergenzproblemen und zu langen Rechenzeiten.

Eine weitere Möglichkeit bietet der Iterative Proportionale Updating-Algorithmus (IPU), welcher als heuristische Methode für die Generierung von synthetischen Po-

pulationen zur Einhaltung von Charakteristika auf Personen- und Haushaltsebene eingesetzt wird (Ye et al., 2009; Müller, 2017). Der IPU-Ansatz basiert zu großen Teilen auf IPF, was wiederum ein häufig genutztes Verfahren im Kontext der synthetischen Erstellung von kleinräumigen Mikrosimulationsdatensätzen ist (Lovelace und Dumont, 2017; Tanton, 2018). Die Problematik von einfachen IPF-Verfahren besteht darin, dass Gewichte entweder für Personen oder für Haushalte zu ermittelt werden, welche jedoch in der Regel nicht aufeinander abgestimmt sind. Die Verwendung traditioneller Optimierungsmethoden beschreiben Ye et al. (2009, S. 6) aufgrund der im praktischen Anwendungsfall sehr großen Anzahl an Personen/Haushalten als „*computationally intractable*“.

Ye et al. (2009) schlagen für IPU verschiedene Zielfunktionen vor, wobei das Ergebnis bei ausreichend Iteration von der Auswahl nur minimal beeinflusst wird:

$$\delta_{1,r} = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\left| \frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right| \right]; \delta_{2,r} = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right];$$

$$\delta_{3,r} = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right]. \quad (4.10)$$

Algorithmus 4 zeigt die Funktionsweise von IPU. Zur einheitlichen Notation sind in den Algorithmen abweichend zu den originalen Beschreibungen ebenfalls Wahrscheinlichkeiten anstelle von Gewichten aufgeführt. In jeder Iteration werden die Haushaltsgewichte für jeden Benchmarkwert multiplikativ angepasst. Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis entweder keine Verbesserung mehr erreicht wird oder der Zielwert kleiner ϵ ist. Das Hauptproblem bei der Anwendung von IPU für die Generierung von Wahrscheinlichkeiten besteht darin, dass die Prozedur, wie prinzipiell alle Kalibrierungsmethoden, für Gewichte entwickelt wurde und der Wertebereich dementsprechend zwischen 0 und ∞ liegt.

Auf diesem Ansatz aufbauend wurde mit Benchmarked Iterative Randomized Logit Scaling (BIRLS) ein an IPU angelehnter Anpassungsalgorithmus für Wahrscheinlichkeiten erstellt. Dabei wird Logit-Scaling (Siehe Abschnitt 3.2) mit dem Grundgerüst des IPU verbunden (Ye et al., 2009; Stephensen, 2016). Zur Generierung von Wahrscheinlichkeiten für Fortzüge werden in zufälliger Reihenfolge die Wahrscheinlichkeiten $\pi_{r,h}^{(t)em}$ und die dazugehörigen Gegenwahrscheinlichkeiten $\pi_{r,h}^{(t)c,em} = (1 - \pi_{r,h}^{(t)em})$ für die $J_r^{(t)em}$ Charakteristiken mit dem Faktor ρ_j iterativ für jede Klasse multiplikativ angepasst, um den bekannten Totalwert $\tau_{r,j}^{(t)em}$ zu erreichen. An-

schließend werden Wahrscheinlichkeit und Gegenwahrscheinlichkeit so skaliert, dass $\pi_{r,h}^{(t)em} + \pi_{r,h}^{(t)c,em} = 1$. Die Anpassung der Haushaltswahrscheinlichkeiten ist durchaus abhängig von der Reihenfolge, da die Anpassung an ein Merkmal die Verteilung der restlichen Merkmale beeinflussen kann. Diese Differenzen können dann entstehen, wenn in einem Haushalt mehrere Personen leben, deren Wahrscheinlichkeiten nacheinander multiplikativ angepasst werden. Über die zufällige Reihenfolge soll eine Systematik diesbezüglich vermieden werden. Der BIRLS-Algorithmus für den binären Fall wird in Algorithmus 5 am Beispiel der Fortzüge ausgeführt. Dabei wird nach jedem Durchlauf nur eine Lösung akzeptiert, die einen besseren Wert der Zielfunktion aufweist. In der Praxis hat sich dieses Vorgehen hinsichtlich der Rechenzeit als hilfreich erwiesen, jedoch kann auf diese Komponente auch verzichtet werden. Eine Analyse und Bewertung der expliziten Vorgehensweise bezüglich Akzeptanz und Zielwerte ist nicht Teil der vorliegenden Arbeit.

Algorithmus 4 Iterative Proportional Updating (Fortzüge über Kreisgrenzen)

$$\delta_r = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right] \quad \text{Bestimmung des Ausgangszielwertes}$$

Set $\delta_r^{min} = \delta_r$

while $\delta_r > \epsilon$ **do**

$$\pi_{r,h}^{(t)em*} = \pi_{r,h}^{(t)em} \quad \text{Wahrscheinlichk. vor der Iteration}$$

for $j = 1, \dots, J_r^{(t)em}$ **do**

$$\rho_j = \frac{\tau_{r,j}^{(t)em}}{\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} q_{r,j,h} \pi_{r,h}^{(t)em}} \quad \text{Bestimmung des Anpassungsfaktors}$$

$$\pi_{r,h}^{(t)em} = \rho_j \pi_{r,h}^{(t)em*} \quad \forall q_{r,j,h}^{(t)} > 0 \quad \text{Skalierung der Wahrscheinlichk.}$$

end for

$$\delta_r = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right] \quad \text{Neuberechnung des Zielwertes}$$

if $\delta_r < \delta_r^{min}$ **then**

$$\delta_r^{min} = \delta_r \quad \text{Aktualisierung : Minimaler Zielwert}$$

end if

if $\delta_r > \delta_r^{min}$ **then**

$$\pi_{r,h}^{(t)em} = \pi_{r,h}^{(t)em*} \quad \text{Ohne Verbesserung : Verwerfen}$$

end if

end while

Algorithmus 5 Benchmarked Iterative Randomized Logit Scaling (BIRLS) am Beispiel der Fortzüge über Kreisgrenzen

$$\delta_r = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right] \quad \text{Bestimmung des Ausgangszielwertes}$$

$$\delta_r^{min} = \delta_r$$

while $\delta_r > \epsilon$ **do**

$$\pi_{r,h}^{(t)em*} = \pi_{r,h}^{(t)em} \quad \text{Wahrscheinlichk. vor der Iteration}$$

$$\pi_{r,h}^{(t)c,em*} = 1 - \pi_{r,h}^{(t)em}$$

$$k = \text{sample} \left(1, \dots, J_r^{(t)em}, \text{replace} = \text{FALSE}, \text{size} = J_r^{(t)em} \right)$$

for $j = k_{[1]}, \dots, k_{[J_r^{(t)em}]}$ **do**

$$\rho_j = \frac{\tau_{r,j}^{(t)em}}{\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} q_{r,j,h}^{(t)} \pi_{r,h}^{(t)em}} \quad \text{Best. der Anpassungsfaktoren}$$

$$\pi_{r,h}^{(t)em} = \rho_j \pi_{r,h}^{(t)em} \quad \forall \quad q_{r,j,h}^{(t)} > 0 \quad \text{Multiplik. Skal. d. Wahrscheinlichk.}$$

$$\rho_j^c = \frac{(\tau_{r,j}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em})}{\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} q_{r,j,h}^{(t)} (1 - \pi_{r,h}^{(t)em})}$$

$$\pi_{r,h}^{(t)c,em} = \rho_j^c (1 - \pi_{r,h}^{(t)c,em}) \quad \forall \quad q_{r,j,h}^{(t)} > 0$$

end for

$$\pi_{r,h}^{(t)em} = \pi_{r,h}^{(t)em} \frac{1}{\pi_{r,h}^{(t)em} + \pi_{r,h}^{(t)c,em}} \quad \text{Skalierung der Wahrscheinlichkeiten}$$

$$\pi_{r,h}^{(t)c,em} = 1 - \pi_{r,h}^{(t)em}$$

$$\delta_r = \sum_{j=1}^{J_r^{(t)em}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^{(t)h}} \pi_{r,h}^{(t)em} q_{r,j,h}^{(t)} - \tau_{r,j}^{(t)em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{(t)em}} \right] \quad \text{Neuberechnung des Zielwertes}$$

if $\delta_r < \delta_r^{min}$ **then**

$$\delta_r^{min} = \delta_r \quad \text{Aktualisierung: Minimaler Zielwert}$$

end if

if $\delta_r > \delta_r^{min}$ **then**

$$\pi_{r,h}^{(t)em} = \pi_{r,h}^{(t)em*}; \quad \pi_{r,h}^{(t)c,em} = \pi_{r,h}^{(t)c,em*} \quad \text{Ohne Verbesserung: Verwerfen}$$

end if

end while

Mittels BIRLS können nicht nur binäre, sondern auch multinomiale Zielwerte problemlos angepasst werden. Dadurch lassen sich beispielsweise Wanderungswahrscheinlichkeiten zwischen Kreisen oder Bundesländern auf Haushaltsebene generieren. Das Vorgehen wird in Algorithmus 6 im Anhang der Arbeit am Beispiel der Wanderung zwischen Bundesländern beschrieben. Grundsätzlich lässt sich der Algorithmus für alle multinomialen Anpassungen adaptieren. Es handelt sich dabei um eine Verallgemeinerung des binären Algorithmus. Anstatt Wahrscheinlichkeiten und Gegenwahrscheinlichkeiten binärer Ereignisse (z.B. Fortzug und Verbleib in einem Kreis) anzupassen, werden iterativ alle möglichen Ereignisse nacheinander skaliert. Die Anpassung wird ebenfalls so vorgenommen, dass sichergestellt wird: $\sum_{l=1}^{L_b} \pi_{b,u}^{(t)l} = 1$. Der Zielwert δ wird in diesem Fall über alle L_b Zielbundesländer aufsummiert.

Die Anwendung des BIRLS-Algorithmus wird an anhand eines einfachen Beispiels für die Anpassung von Fortzugswahrscheinlichkeiten in Abschnitt C.2 im Anhang der Arbeit veranschaulicht.

4.3.5 Vergleich der Methoden zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten auf Haushaltsebene

Nachfolgend wird BIRLS in einer Simulationsstudie mit verschiedenen Kalibrierungsverfahren für die Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten bei der Simulation von Fortzügen über Kreisgrenzen verglichen. Die Bewertung erfolgt anhand von zwei Kriterien: Zum einen sollen Startwahrscheinlichkeiten so gering wie möglich verändert werden und zum anderen sollen die bekannten Totalwerte eingehalten werden.

Wie bereits ausgeführt, lassen sich die klassischen Methoden zur Kalibrierung grundsätzlich nicht für diese Zwecke anwenden, da Werte größer 1 und bei linearer Distanzfunktion auch Werte kleiner 0 resultieren können. Zwar kann der Wertebereich durch Trunkierung begrenzt werden, jedoch bezieht sich diese lediglich auf die Anpassungsfaktoren. In der Anwendung zeigte sich darüber hinaus, dass bei großer Zahl von Benchmarkwerten bei gleichzeitiger Trunkierung keine Konvergenz erreicht werden kann und demnach auch keine Ergebnisse erzielt werden können. Aus diesem Grund wird auf eine Begrenzung des Wertebereichs in der Simulation verzichtet, beziehungsweise breite Bereiche bei der Logit-Distanzfunktion gewählt. Primäres Ziel der Simulation ist es, die Eigenschaften von BIRLS zu untersuchen und nicht die generelle Eignung etablierter Kalibrierungsmethoden für die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten zu evaluieren.

4.3.5.1 Aufbau der Simulation

Für den Vergleich der Methoden wird die Simulation auf die Fortzüge über Kreisgrenzen beschränkt. Hierfür werden die Wanderungszahlen nach Alter differenziert für jeden der 402 Kreise im Jahr 2011 ($t = 1$) aus der Wanderungsstatistik als bekannte Benchmarkwerte $\left(\tau_{r,j}^{(1)}\right)$ definiert. Wie bereits beschrieben, werden zur Vermeidung von Zellsperren bei weniger als drei Beobachtungen Altersklassen gebildet. Personen über 90 Jahren werden in einer nach oben hin offenen Klasse zusammengefasst. Die Struktur der Daten wird in Tabelle 4.1 verdeutlicht. Eine weitere Differenzierung der Daten – beispielsweise nach Staatsbürgerschaft und Geschlecht – führt zu enormen Konvergenzproblemen bei den etablierten Kalibrierungsmethoden, weshalb in der Simulation keine feinere Aufgliederung vorgenommen wurde. Um einen Vergleich aller Methoden zu ermöglichen, wird die Simulation auf binäre Entscheidungen beschränkt (1: Fortzug, 0: Kein Fortzug).

Tabelle 4.4: Regressionsmodell zur Schätzung von Umzugswahrscheinlichkeiten

Binäres Logit Modell	
	Umzug
Max. Alter	-0,1313*** (0,0151)
Max. Alter ²	0,0007*** (0,0002)
1-Pers. Haushalt	0,4829*** (0,1325)
2-Pers. Haushalt	0,3649** (0,1113)
Partnerschaft	-0,2230* (0,1063)
0-jährige im Haushalt	0,8611* (0,3749)
1-jährige im Haushalt	0,5458** (0,2073)
Intercept	1,6852*** (0,3698)
Beobachtungen	12.203
Log Likelihood	-2425,9640

In Klammern: Standardabweichung *p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Als Population $\tilde{\mathcal{U}}$ dient die MikroSim-Basispopulation für das Jahr 2011 (Münnich et al., 2021). Zum Zwecke der Übersichtlichkeit wird nachfolgend auf eine Indizierung der Zeit t in der Notation verzichtet. Zunächst werden innerhalb aller Kreise $r = 1, \dots, 402$ modellbasiert für alle enthaltenen Haushalte Startwahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{[0]em}$ berechnet. Das zugrundeliegende Logit-Modell basiert auf dem SOEP für

das Jahr 2011. Die dazugehörigen Koeffizienten finden sich in Tabelle 4.4. Als endogene Variable für das Modell dient der Umzug eines Haushalts innerhalb des Jahres (1: Umzug des Haushaltes, 0: Kein Umzug). Eine Unterscheidung hinsichtlich der Art des Umzugs (zum Beispiel: Umzug innerhalb des Kreises, Umzug innerhalb eines Bundeslandes) wird nicht vorgenommen. Die Startwahrscheinlichkeiten werden über Kalibrierungsverfahren mit linearer Distanzfunktion (KalLin), Logit-Distanzfunktion (KalLog) und Raking-Distanzfunktion (KalRak) sowie über IPU und BIRLS zur Einhaltung der individuellen altersspezifischen Benchmarkwerte angepasst.

Da es mehrere Lösungen existieren können, die zur Einhaltung der Totalwerte führen, findet die Analyse der Methoden primär auf Grundlage der Veränderungen zu den Startwahrscheinlichkeiten statt. Dabei kann es als wünschenswert betrachtet werden, wenn die angepassten Wahrscheinlichkeiten möglichst nahe an den Startwahrscheinlichkeiten liegen. Dafür wird die Summe der quadratischen Differenzen (*SSD*) zwischen Startwahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{[0]em}$ und kalibrierten Wahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{em}$ für jeden Kreis betrachtet:

$$SSD_r = \sum_{h=1}^{\tilde{N}_r^h} \left(\hat{\pi}_{r,h}^{[0]em} - \hat{\pi}_{r,h}^{em} \right)^2. \quad (4.11)$$

Zudem wird zur Quantifizierung der Veränderung der Startwahrscheinlichkeit die relative Entropie berechnet (Kullback und Leibler, 1951; Cover und Thomas, 1991). Hierbei ist zu beachten, dass die relative Entropie kein symmetrisches Maß ist, weswegen zum einen die relative Entropie zwischen Startwahrscheinlichkeiten und kalibrierten Wahrscheinlichkeiten

$$D_{1,r}^{KL} = d^{KL} \left(\hat{\mathbf{\Pi}}_r^{em} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}_r^{[0]em} \right) = \frac{1}{\tilde{N}_r^h} \sum_{h=1}^{\tilde{N}_r^h} \hat{\pi}_{r,h}^{em} \log \left(\frac{\hat{\pi}_{r,h}^{em}}{\hat{\pi}_{r,h}^{[0]em}} \right) \quad (4.12)$$

und zum anderen die relative Entropie zwischen kalibrierten Wahrscheinlichkeiten und Startwahrscheinlichkeiten

$$D_{2,r}^{KL} = d^{KL} \left(\hat{\mathbf{\Pi}}_r^{[0]em} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}_r^{em} \right) = \frac{1}{\tilde{N}_r^h} \sum_{h=1}^{\tilde{N}_r^h} \hat{\pi}_{r,h}^{[0]em} \log \left(\frac{\hat{\pi}_{r,h}^{[0]em}}{\hat{\pi}_{r,h}^{em}} \right) \quad (4.13)$$

berechnet wird (Cover und Thomas, 1991). Aufgrund der fehlenden Symmetrie entspricht die relative Entropie keinem Distanzmaß im eigentlichen Sinne. Um ein symmetrisches Maß zu erhalten, wird die Summe beider Divergenzen gebildet:

$$D_r^{KL} = d^{KL} \left(\hat{\mathbf{\Pi}}_r^{em} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}_r^{[0]em} \right) + d^{KL} \left(\hat{\mathbf{\Pi}}_r^{[0]em} \parallel \hat{\mathbf{\Pi}}_r^{em} \right) = D_{1,r}^{KL} + D_{2,r}^{KL}. \quad (4.14)$$

Als weiteres Maß wird der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson zwischen Start- und kalibrierter Wahrscheinlichkeit mit

$$\rho_r = \frac{\sum_{h=1}^{N_r^h} \left(\pi_h^{[0]em} - \frac{1}{N_r^h} \sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_h^{[0]em} \right) \left(\pi_h^{em} - \frac{1}{N_r^h} \sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_h^{em} \right)}{\sqrt{\sum_{h=1}^{N_r^h} \left(\pi_h^{[0]em} - \frac{1}{N_r^h} \sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_h^{[0]em} \right)^2 \left(\pi_h^{em} - \frac{1}{N_r^h} \sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_h^{em} \right)^2}}. \quad (4.15)$$

berechnet. Der Wertebereich von ρ_r liegt zwischen -1 und 1 , wobei Werte < 0 einen negativen und Werte > 0 einen positiven Zusammenhang der Variablen implizieren. Je näher der Korrelationskoeffizient an den Werten 1 bzw. -1 liegt, desto größer ist die Korrelation (Fahrmeir et al., 2016, S. 126 ff.). Ziel ist es, eine möglichst hohe positive Korrelation zu erhalten.

Neben der wünschenswerten Eigenschaft, nahe an den Startwahrscheinlichkeiten zu bleiben, ist die Grundvoraussetzung, dass die kalibrierten Wahrscheinlichkeiten auch zur Einhaltung der Totalwerte führen. Den klassischen Kalibrierungsmethoden gelingt dies zwar, jedoch müssen gegebenenfalls Werte größer 1 und kleiner 0 abgeschnitten werden, wodurch es wiederum zu Verzerrungen kommen kann. Die Differenz der Anzahl von Fortzügen für jeden Kreis wird wie folgt berechnet:

$$\Delta_{\tau_r} = \sum_{h=1}^{N_r^h} \sum_{j=1}^{J_r^{em}} (\hat{\pi}_{r,h}^{em} q_{r,j,h}) - \sum_{j=1}^{J_r^{em}} \tau_{r,j}^{em}. \quad (4.16)$$

Da die Kreisgrößen stark unterschiedlich ausfallen, wird ergänzend die relative Abweichung $\Delta_{\tau_r}^{rel} = \Delta_{\tau_r} / \tau_r$ bestimmt.

Differenzen der klassenspezifischen Werte können bei ausschließlicher Analyse der gesamten Wanderungszahlen auf Kreisebene überdeckt werden. Daher wird auch die durchschnittliche Summe der absoluten Abweichung der Totalwerte über alle Klasse, $j = 1, \dots, J_r^{em}$ über

$$\zeta_r = \frac{1}{J_r^{em}} \sum_{j=1}^{J_r^{em}} \left| \sum_{h=1}^{N_r^h} (\hat{\pi}_{r,h}^{em} q_{r,j,h}) - \tau_{r,j}^{em} \right| \quad (4.17)$$

berechnet. Um die unterschiedlichen Klassengrößen in den verschiedenen Kreisen zu berücksichtigen, wird darüber hinaus die durchschnittliche Summe der durchschnittlichen absoluten Abweichungen bestimmt:

$$\xi_r = \frac{1}{J_r^{em}} \sum_{j=1}^{J_r^{em}} \frac{\left| \sum_{h=1}^{N_r^h} (\hat{\pi}_{r,h}^{em} q_{r,j,h}) - \tau_{r,j}^{em} \right|}{\tau_{r,j}^{em}}. \quad (4.18)$$

4.3.5.2 Simulationsergebnisse

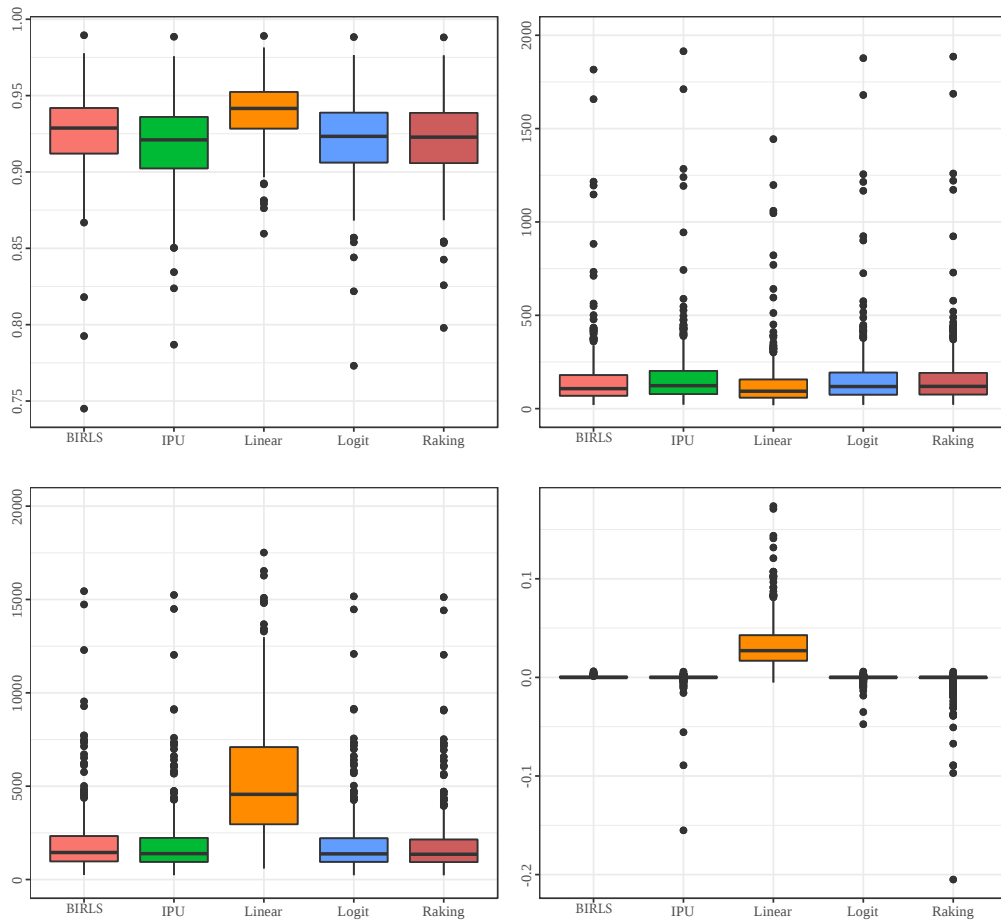


Abbildung 4.4: Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten. Links oben: ρ_r ; rechts oben: SSD_r ; links unten: D_r^{KL} ; rechts unten: Δ_r^{rel} .

Die Ergebnisse des Methodenvergleichs sind in Tabelle 4.5 sowie für ausgewählte Werte in Abbildung 4.4 zusammengefasst.

Alle Methoden bis auf KalLin können ausschließlich zu positiven Werte führen. Das lässt sich auch über den durchschnittlichen Minimalwert erkennen, der bei KalLin mit -0,504 negativ ausfällt, während bei allen anderen Methoden Werte größer 0 resultieren. Bei den durchschnittlichen Maximalwerten ergibt sich wiederum bei KalRak mit 1,125 ein Wert größer 1. Gleichzeitig fallen diese bei BIRLS mit 0,955, IPU mit 0,944 und KalLin mit 0,845 geringer aus. Jedoch treten auch bei IPU, KalLin und KalLog einzelne Werte über 1 auf. Dadurch zeigt sich der bedeutende Vorteil von BIRLS gegenüber den anderen Methoden, deren eigentlicher Zweck nicht in der Kalibrierung von Wahrscheinlichkeiten liegt, da Werte kleiner 1 und größer 0

nicht möglich sind. Über alle Kreise hinweg liegen die Werte bei BIRLS zwischen 0 und 0,9653, bei IPU zwischen 0 und 17,538, bei KalLin zwischen -3,1459 und 2,221, bei KalLog zwischen 0 und 2,414 und bei KalRak zwischen 0 und 22,865.

Die Summe der quadratischen Abweichungen wird jeweils für die bei 0 und 1 begrenzten Werte (SSD_r) und die unveränderten Werte (SSD_r^*) angegeben. Die geringsten Differenzen ergeben sich bei KalLin, wobei nach dem Trunkieren abermals eine deutliche Verringerung festzustellen ist. Ähnlich fallen die Werte für BIRLS aus, während bei den übrigen Methoden sichtlich höhere Werte resultieren. Die Ergebnisse für SSD_r werden ergänzend als Boxplots in Abbildung 4.4 dargestellt.

Tabelle 4.5: Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten – Durchschnittliche Werte über alle Kreise

	BIRLS	IPU	KalLin	KalLog	KalRak
Min.	0,0001	0,0001	-0,5036	0,0001	0,0001
Max.	0,9545	0,9437	0,8453	0,9267	1,1253
SSD_r	282,0673	314,8299	226,3200	306,9284	306,8239
SSD_r^*	282,0673	318,3229	248,9300	308,3254	312,9605
$D_{1,r}^{KL}$	4013,9258	3889,2647	10826,2086	3895,8171	3887,0084
$D_{2,r}^{KL}$	-1064,4679	-1146,3730	-1019,9378	-1194,1244	-1169,0037
D_r^{KL}	2949,4579	2742,8917	9806,2709	2746,6927	2718,0047
ρ	0,9022	0,8863	0,9119	0,8903	0,8885
ρ^*	0,9022	0,8872	0,9217	0,8907	0,8901
Δ_{τ_r}	-0,0008	-5,7999	436,8388	-2,8564	-13,2727
$\Delta_{\tau_r}^{rel}$	0,0000	-0,0006	0,0500	0,0004	0,0014
ζ_r	0,0001	0,0642	4,6452	0,0305	0,1459
ξ_r	0,0000	0,0003	0,0796	0,0001	0,0008

Als weiteres Maß zur Quantifizierung der Differenzen zwischen $\hat{\pi}_{r,h}^{(t)em[0]}$ und den kalibrierten Wahrscheinlichkeiten zeigt die relative Entropie ein vollkommen verändertes Bild. Sowohl bei $D_{1,r}^{KL}$ als auch bei $D_{2,r}^{KL}$ und D_r^{KL} können für KalLog, KalRak und IPU die geringsten Differenzen festgestellt werden. Für BIRLS fallen die Werte hingegen etwas höher aus. Wie Abbildung 4.4 zeigt, ergeben sich dennoch bei BIRLS, IPU, KalLog und KalRak relativ ähnliche Werte. Im Gegensatz dazu resultieren bei KalLin für $D_{1,r}^{KL}$ deutlich größere Werte, die in direkter Folge auch zu erheblich größeren Werten bei D_r^{KL} führen.

Der Korrelationskoeffizient wird ebenfalls einmal für die abgeschnittenen Werte (ρ_r^{bp}) und einmal für die ursprünglichen Werte (ρ_r^{bp*}) berechnet. Die höchsten durchschnittlichen Korrelationen zwischen Startwahrscheinlichkeiten und angepassten Werten treten in beiden Fällen bei KalLin mit 0,912 und 0,922 auf. Die zweit-

größten durchschnittlichen Werte zeigen sich mit 0,902 bei BIRLS. Da keine Begrenzungen der Werte notwendig ist, treten dabei keine Unterschiede zwischen ρ_r^{bp} und r_r^{bp*} auf. Etwas geringer fällt hingegen die Korrelationen bei IPU, KalLog und KalRak aus.

Sowohl bei der Differenz der kreisspezifischen Wanderungszahlen insgesamt (Δ_r) als auch bei Differenzierung nach Klassen ($\Delta_{r,j}$) treten die geringsten Abweichungen bei BIRLS auf, während die größten Werte bei KalLin entstehen. Deutlich geringer als bei KalLin, aber dennoch deutlich über BIRLS liegen die Werte bei IPU, KalLog und KalRak. Die Boxplots rechts unten in Abbildung 4.4 zeigen die relative Differenz zu den Totalwerten auf Kreisebene. Die stärkeren Abweichungen bei IPU, KalLog und KalRak werden als einzelne Punkte und somit als Ausreißer identifiziert. Hier ist ersichtlich, dass in den meisten Kreisen keine größeren Abweichungen auftreten. Bei KalLin ergibt sich jedoch eine systematische Überschätzung der Wanderungszahlen, die auf das Auftreten negativer Werte zurückzuführen ist.

Die Ergebnisse lassen sich auch über die Betrachtung von ζ_r und ξ_r bestätigen. Die geringsten klassenspezifischen Abweichungen treten bei BIRLS auf, gefolgt von KalLog, IPU und KalRak. Größere Differenzen treten auch hier bei KalLin auf.

Zur besseren Darstellung der klassenspezifischen Differenzen $\Delta_{r,j}$ werden nachfolgend die Landkreise Oldenburg und Cloppenburg in den Abbildungen 4.5 und 4.6 genauer betrachtet. Altersspezifische Totalwerte für den jeweiligen Kreis werden als blaue Punkte dargestellt, während die roten Linien die Erwartungswerte bei Verwendung der Startwahrscheinlichkeiten sowie der kalibrierten Wahrscheinlichkeiten indizieren. Die erste Graphik zeigt die Startwahrscheinlichkeiten, die bei einfacher Anwendung des Modells resultieren. In beiden Landkreisen sind hier bereits deutliche Differenzen auszumachen. So wird die Anzahl fortziehender Personen in der Altersklasse von 0 bis 20 Jahren überschätzt und zwischen 20 und 60 Jahren unterschätzt. Deutlich besser sehen die Erwartungswerte nach der Kalibrierung aus. Alle Methoden führen zu starken Verbesserungen bei der Einhaltung der bekannten Totalwerte. Insbesondere bei BIRLS können nahezu keine Differenzen ausgemacht werden. Bei KalRak und IPU werden die ersten Benchmarks punktgenau eingehalten, während deutliche Abweichungen zwischen 20 und 60 Jahren auftreten. KalLin weist in beiden Landkreisen sichtbare Abweichungen bei Personen unter 20 Jahren und im Landkreis Oldenburg ebenfalls bei 20- bis 23-jährigen Personen auf. Von den klassischen Kalibrierungsmethoden zeigt KalLog die kleinsten Abweichungen, die sich in beiden Kreisen auf die Klassen mit den höchsten Benchmarkwerten bei 20- bis 25-Jährigen beschränken.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass in den meisten Kreisen alle Methoden – bis auf KalLin – trotz möglicher nachträglicher Beschränkung der Werte zu einer nahezu punktgenauen Einhaltung der Totalwerte führen. Bei Beurteilung der Differenz der angepassten zu den anfänglich geschätzten Wahrscheinlichkeiten schneidet KalLin

bei der quadratischen Differenz sowie bei der Korrelation am besten ab, führt jedoch bei der relativen Entropie zu den schlechtesten Ergebnissen. KalLog, KalRak und IPU zeigen hingegen die besten Resultate bei Beurteilung über die relative Entropie. BIRLS führt zu den geringsten Abweichungen und gleichzeitig zu geringeren quadratischen Abweichungen und höheren Korrelationskoeffizienten als KalLog, KalRak und IPU sowie zu geringeren Werten der relativen Entropie als KalLin.

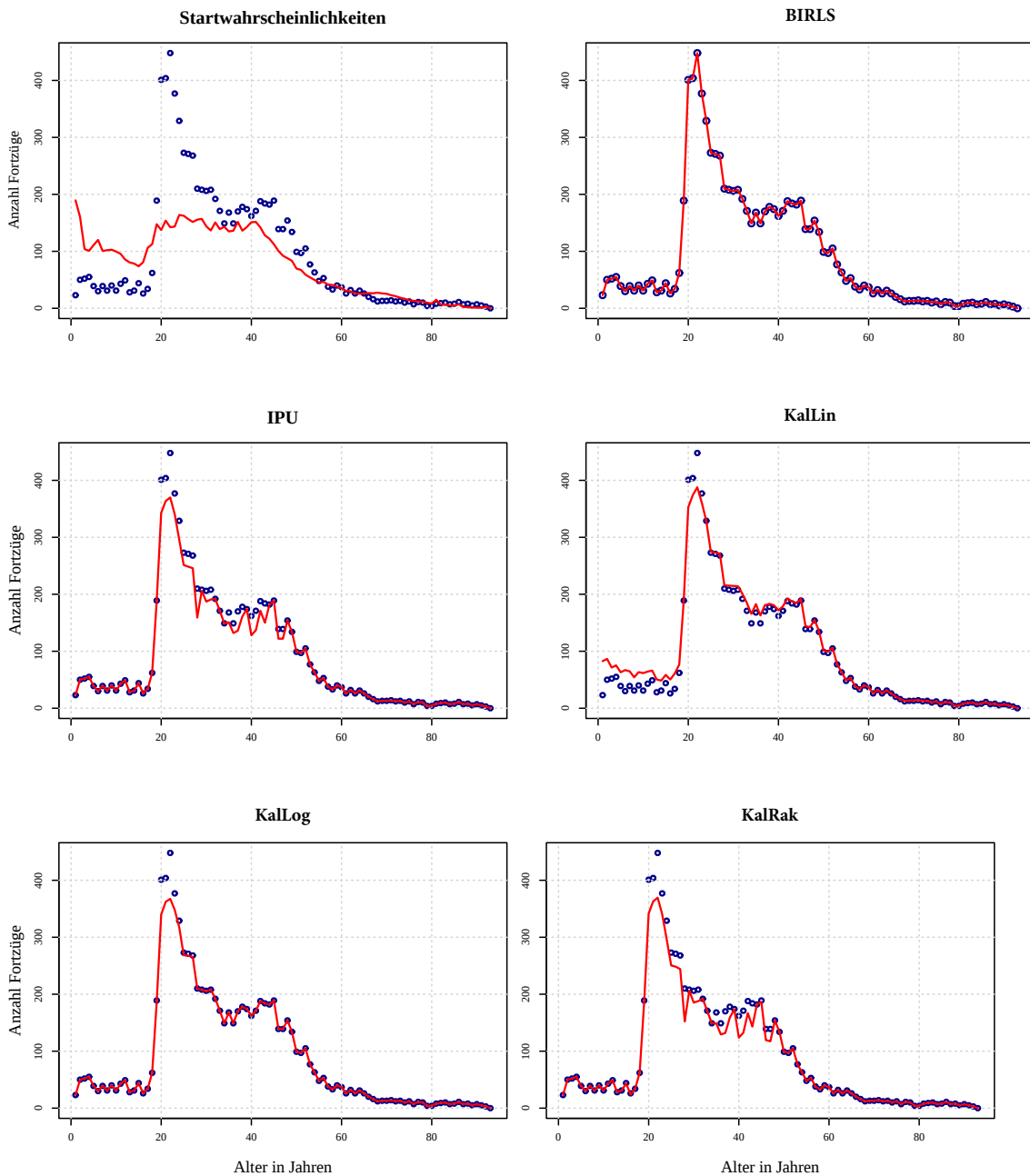


Abbildung 4.5: Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten: Erwartete Anzahl an Fortzügen differenziert nach Alter für den Landkreis Oldenburg

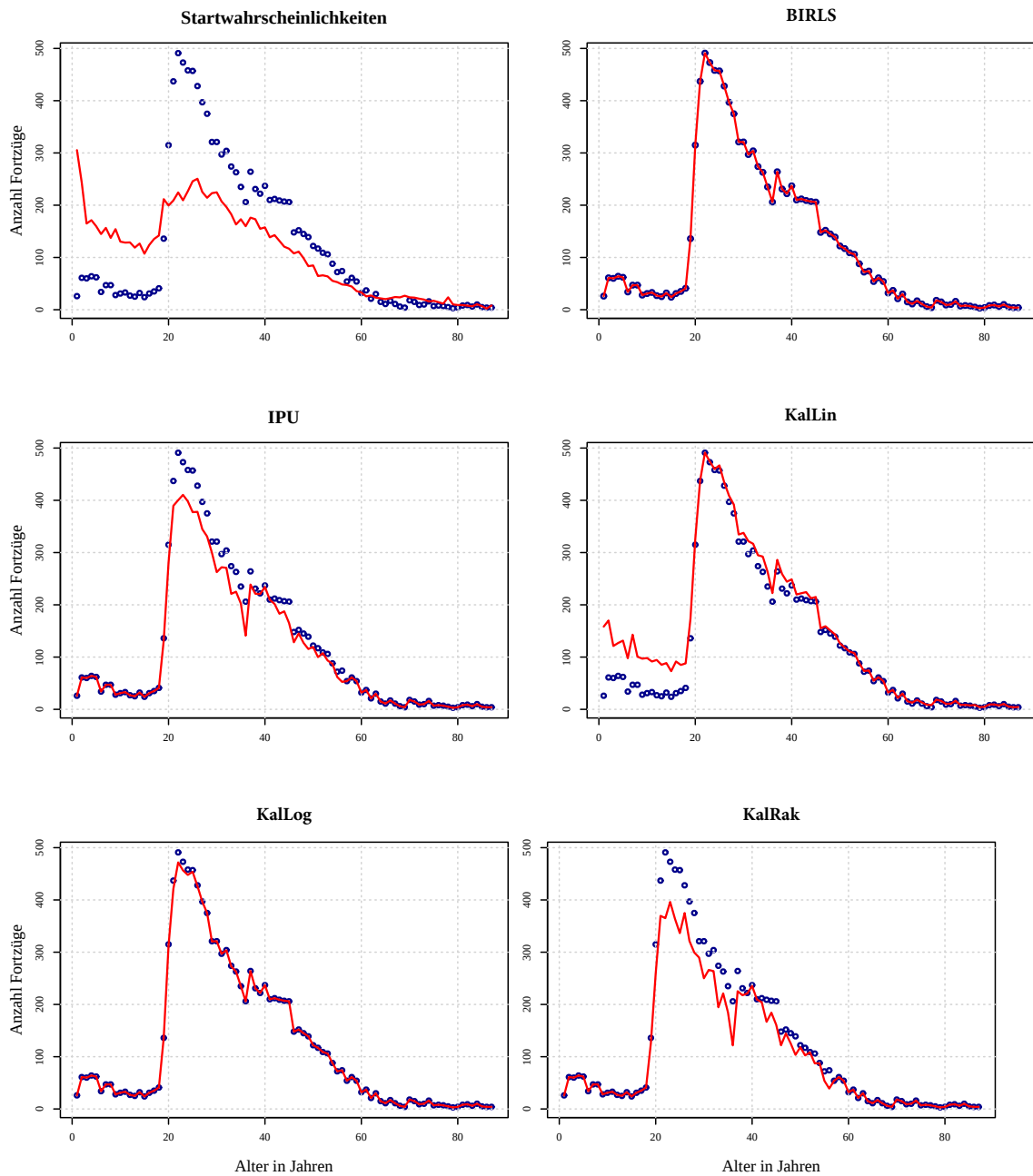


Abbildung 4.6: Vergleich der Verfahren zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten: Erwartete Anzahl an Fortzügen differenziert nach Alter für den Landkreis Cloppenburg

4.4 Konzeptionen von Wanderungsmodulen

Je nach Art der Simulation und abhängig von den Rahmenbedingungen können in dynamischen Mikrosimulationen sowohl offene als auch geschlossene Wanderungsmodulare eingesetzt werden. Im Rahmen des MikroSim-Projektes wurden beide Arten der Simulation von Wanderungen umgesetzt.

Datenbasis für die Simulation von Wanderungen sind die in Kapitel 4.3.2 vorgestellten tabellarischen Daten der Wanderungsstatistik. Im Speziellen werden die Wanderungsdaten auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 bis 2017 differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft (Deutsch, EU-Staatsbürgerschaft, Nicht-EU-Staatsbürgerschaft) verwendet. Zum Zeitpunkt der Erstellung der vorliegenden Simulation lagen keine aktuelleren Daten vor, inzwischen gibt es jedoch auch aktuellere Auswertungen (Destatis, 2020). Die frei verfügbaren Daten enthalten die Gesamtzahl der Zuzüge, Fortzüge und Wanderungen zwischen Bundesländern für das jeweilige Jahr. Durch die Anwendung von Alignmentmethoden (siehe dazu Kapitel 3) können die Wanderungswahrscheinlichkeiten an aktuellere Totalwerte angepasst werden, die nicht in differenzierter Form vorliegen. Alle im Folgenden beschriebenen Konzepte erlauben eine einfache Integration aktueller Daten.

4.4.1 Konzeptionelle Aspekte offener Wanderungsmodulare

Das offene Wanderungsmodulare beschränkt sich auf Zuzüge und Fortzüge über Kreisgrenzen. Diese werden individuell für jeden Landkreis sowie jede kreisfreie Stadt in Deutschland unabhängig voneinander umgesetzt. Daher ist es auch nicht notwendig, Simulationen auf der gesamten Basispopulation durchzuführen, sofern Ergebnisse ausschließlich für ausgewählte geographische Subpopulationen benötigt werden. Auch für Testzwecke eignet sich diese Art der Simulation, da in kurzer Zeit Ergebnisse für einen weiten Simulationshorizont generiert werden können. Dadurch lassen sich Änderungen in der Simulationsstruktur oder in einzelnen Modulen und deren Auswirkungen auf Ergebnisse direkt überprüfen.

Die Simulation von Wanderungen wird im offenen Modulare in zwei Schritten vollzogen. Im ersten Schritt werden Zuzüge aus dem Ausland und aus Deutschland und im zweiten Schritt Fortzüge über Kreisgrenzen simuliert. Da, wie in Abschnitt 4.3.2 beschrieben, keine Informationen zur zeitlichen Abfolge der Wanderungen vorliegen, kann es vorkommen, dass Personen innerhalb eines Jahres in einen Kreis ziehen und diesen wieder verlassen. Ein solches Wanderungsverhalten stellt eine Ausnahme dar und führt in der Regel zu keinen Problemen im Simulationsprozess. In den Jahren 2015 und 2016 lässt sich diese Dynamik jedoch sehr häufig in Kreisen mit einer Erstaufnahmeeinrichtung für geflüchtete Menschen beobachten. Aus diesem Grund ist die festgelegte Reihenfolge (mit den Zuzügen beginnend) notwendig, um

die bekannten Fortzugszahlen einhalten zu können. Im Jahr 2015 sind beispielsweise 39.819 Personen nach Trier gezogen wovon 32.546 direkt aus dem Ausland kamen. Diese Anzahl an Zuzügen stellt eine enorme Steigerung zu den vorangegangenen Jahren dar, wie Tabelle 4.6 entnommen werden kann. Parallel zu den Zuzügen nimmt die Anzahl an Fortzügen mit 33.004 ebenfalls stark zu. Die Anzahl fortziehender Personen mit ausländischer Staatsbürgerschaft liegt bei 26.522, was die Anzahl der Personen mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft, die zu diesem Zeitpunkt in Trier leben, übersteigt. Würde man mit der Simulation der Fortzüge beginnen, kann die Anzahl Fortziehender mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft nicht erreicht werden, was wiederum zu Konvergenzproblemen des Algorithmus und direkten Verzerrungen der Bevölkerungsstruktur führt.

Tabelle 4.6: Wanderungsbewegungen in der kreisfreien Stadt Trier 2011 bis 2019

Jahr	Fortzüge	Zuzüge	Fortzüge (Ausland)	Zuzüge (Ausland)
2011	9.796	10.351	1.363	3.565
2012	10.506	10.809	1.497	4.327
2013	12.987	13.806	1.455	7.071
2014	18.011	19.373	1.893	12.299
2015	33.004	39.819	2.553	32.546
2016	24.093	19.625	5.134	12.235
2017	14.722	14.588	2.865	7.643
2018	12.285	13.065	2.321	6.313
2019	12.510	13.532	2.356	6.724

Das nachfolgend beschriebene Vorgehen wird individuell für alle Landkreise und kreisfreien Städte durchgeführt. Für die Simulation von Zuzügen müssen konkrete Individuen mit allen, in der Basispopulation enthaltenen, Charakteristiken und Haushaltsinformationen als Zugewanderte ergänzt werden. Die Verwendung externer Datensätze, wie es oft in internationalen Mikrosimulationen umgesetzt wird, kann als zurzeit nicht geeignet eingestuft werden, da zum einen eine geeignete Datenbasis mit Informationen über zugewanderte Personen fehlt und zum anderen selbst bei Existenz eines geeigneten Datensatzes zunächst eine aufwändige Harmonisierung mit der Basispopulation durchgeführt werden müsste, um alle nicht enthaltenen Informationen synthetisch zu ergänzen. Aus diesem Grund werden neu zugewanderte Haushalte aus einer Kopie der Basispopulation gezogen. Hierbei kann sowohl die Basispopulation zum Ausgangszeitpunkt als auch die fortgeschriebene Population oder eine ausgewählte Subpopulation als Informationsgeber dienen. Der Vorteil der Verwendung der fortgeschriebenen Population ergibt sich aus der Tatsa-

che, dass die Effekte von Szenarien im Simulationsverlauf auch die zugewanderten Personen beeinflussen können. Für die Auswahl von Haushalten zur Simulation von Zuzügen aus Deutschland hat sich eine einfache Kopie der jeweiligen Region in den meisten Fällen als geeignete Datenbasis erwiesen. Für Zuwanderung aus dem Ausland führt dies zu häufigen Problemen, insbesondere wenn die Zuwanderungszahlen nach Staatsbürgerschaft differenziert werden, wie bereits am Beispiel der kreisfreien Stadt Trier gezeigt wurde. Um zu gewährleisten, dass die richtige Anzahl an Personen ausgewählt werden kann, muss sichergestellt werden, dass in den verwendeten Daten nichtdeutsche Staatsbürger ausreichend überrepräsentiert sind. Da bei Simulation von Zuwanderung ausschließlich aus externen Daten ausgewählt wird, ist es nicht zwingend erforderlich, diese in jeder Periode erneut zu ziehen. Die Zuzugspopulation kann ebenso im vornherein unter entsprechend der bekannten oder gewünschten Zielwerte – zur Berücksichtigung stochastischer Unsicherheit auch mehrfach – generiert werden, sodass diese im Simulationsprozess lediglich eingeladen werden muss. Ebenso lassen sich Methoden der synthetischen Datenerzeugung heranziehen. Für die zukünftige Weiterentwicklung ist es empfehlenswert, Möglichkeiten zu evaluieren, (teil-)synthetische Population für Zugewanderte aus dem Ausland unter Berücksichtigung verschiedener Datenquellen zu erstellen.

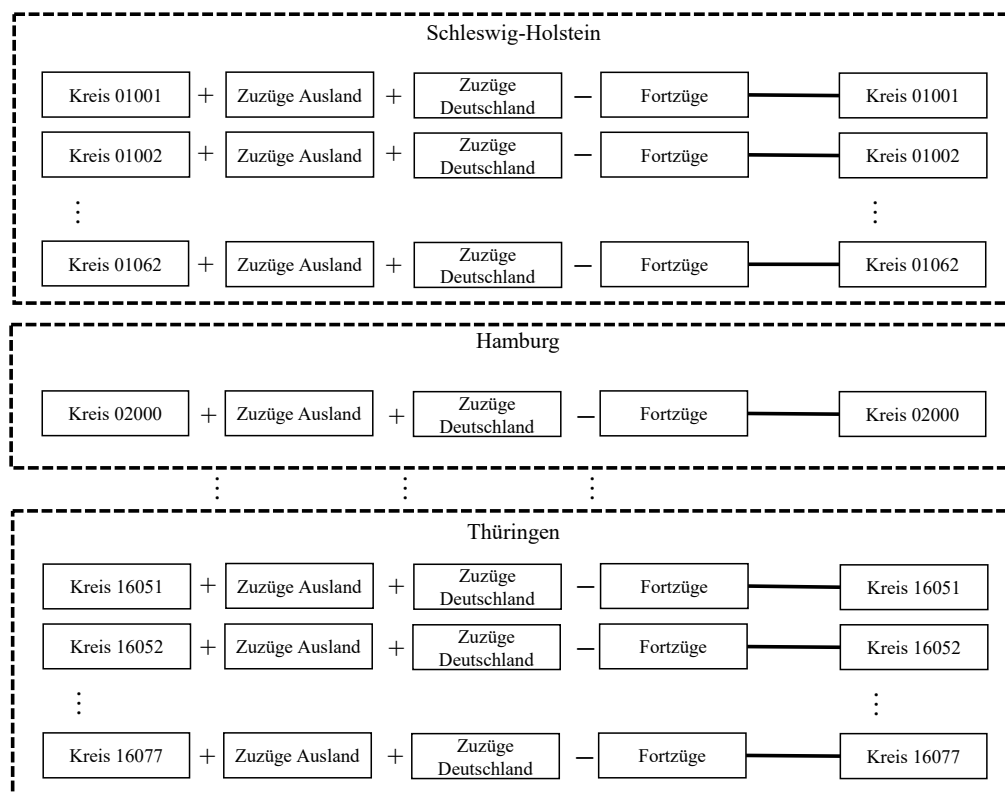


Abbildung 4.7: Konzeption der offenen Simulation von Wanderungen

Sofern die klassenspezifischen Totalwerte $\tau_{r,j}^{(t)im}$ bekannt sind, können diese direkt verwendet werden. Um Anpassungen der Wanderungszahlen vorzunehmen, werden die individuellen Wahrscheinlichkeiten für einen Zuzug $\hat{\pi}_{r,u}^{(t)im}$ anhand der verfügbaren Daten, wie in Kapitel 4.3.3 beschrieben, bestimmt. Anschließend können diese mittels Alignmentmethoden (siehe Abschnitt 3.2) an die bekannten Zuzugszahlen oder alternative gewünschte Zielwerte – beispielsweise zur Berücksichtigung von Szenarien – kalibriert werden. In diesem Fall eignet sich insbesondere Logit-Scaling, da die Wahrscheinlichkeiten nicht direkt durch Regressionsmodelle vorhergesagt werden, was Voraussetzung für die weiteren in Kapitel 3.2 beschriebenen Alignment-Verfahren ist. Nach Anpassung werden die Wahrscheinlichkeiten wieder aufsummiert, um die neuen klassenspezifischen Totalwerte $\tilde{\tau}_{r,j}^{(t)im}$ zu erhalten.

Des Weiteren können zur Ingegration zusätzlicher Informationen auch Startwahrscheinlichkeiten für Haushalte herangezogen werden, die beispielsweise über Regressionsmodelle auf Surveydaten geschätzt oder auf Grundlage subjektiver Annahmen generiert wurden. Die Kalibrierung der Startwahrscheinlichkeiten zur Einhaltung der Totalwerte wird mit dem BIRLS-Algorithmus durchgeführt. Die anschließende Auswahl der Haushalte erfolgt standardmäßig über die Inversionsmethode, wobei auch andere Methoden angewendet werden können (siehe Abschnitt 2.6.5). Nach Identifizierung der zuziehenden Haushalte werden diese mit neuen eindeutigen Haushaltsidentifikationsnummern (HIDs) der Basispopulation hinzugefügt.

Die Simulation von Fortzügen gleicht im Prinzip der Simulation von Zuzügen. Die Auswahl der Individuen findet jedoch nicht auf einer externen Population, sondern auf der Basispopulation direkt statt. Bekannte klassenspezifische Totalwerte $\tau_{r,j}^{(t)em}$ können direkt für die Kalibrierung verwendet werden. Für die Generierung der Haushaltswahrscheinlichkeiten wird ebenfalls der BIRLS-Algorithmus verwendet. Um weitere Informationen zu berücksichtigen, können auch hier modellbasierte Startwahrscheinlichkeiten (siehe Tabelle 4.4) verwendet werden. Nachdem fortziehende Haushalte ausgewählt wurden, werden diese aus der Basispopulation entfernt.

Bei der Simulation in zukünftige Perioden ist festzulegen, wie Wanderungen durchgeführt werden, wenn keine bekannten Wanderungszahlen mehr vorliegen. Dies geschieht im offenen Modul ausschließlich über die Einbindung von Szenarien. Da im vorliegenden Fall bekannte Wanderungszahlen bis zum Jahr 2019 auf Kreisebene verfügbar sind, müssen ab dem Jahr 2020 annahmebasierte Werte eingebunden werden. Bei diesem Vorgehen hat die Wahl der Szenarien extremen Einfluss auf die Fortschreibung der Bevölkerungsstrukturen. Grundsätzlich können die Szenarien individuell von den Forschenden bestimmt und ins Modell integriert werden. Aufgrund der Mikrostruktur der Daten lassen sich auch sehr komplexe Annahmen auf individueller Ebene treffen, deren Auswirkungen auf bestimmte Zielwerte anschließend analysiert werden können.

Die einfachste Möglichkeit, Szenarien zu bilden, bietet das Beibehalten der letzten Werte, in diesem Fall aus dem Jahr 2019. Jedoch sind die Wanderungen im Zeitverlauf sehr dynamisch. Daher kann die Verwendung der letzten beobachteten Wanderungszahlen zu teils extremen Bevölkerungsentwicklungen führen. Insbesondere bei den aktuellsten Wanderungsdaten aus dem Jahr 2020, welche für die vorliegende Arbeit nicht verwendet wurden, treten extreme Veränderungen der regionalen Mobilität auf, die auf die Auswirkungen der Corona-Pandemie zurückzuführen sind (Destatis, 2021b). Hier muss jedoch davon ausgegangen werden, dass es sich möglicherweise nicht um bleibende Veränderungen handelt. Eine weitere Möglichkeit zur einfachen Implementierung von Wanderungsszenarien bietet die Verwendung der durchschnittlichen Werte der letzten Jahre. Hierbei scheint es jedoch sinnvoll, die extremen Wanderungsentwicklungen der Jahre 2015 und 2016 auszuschließen.

Die Unterschiede beider Arten von Szenarien werden in Abbildung 4.8 für ausgewählte Kreise dargestellt. Die mit durchgezogenen Linien verbundenen Punkte identifizieren die bekannten Werte der Wanderungsstatistik, die mit gestrichelten Linien verbundene Punkte ab dem Jahr 2020 zeigen das Szenario bei Verwendung der Werte von 2019 und die mit gepunkteten Linien verbundenen Punkte das Szenario bei Verwendung der Mittelwerte. Anhand der beispielhaft gezeigten Kreise lässt sich deutlich erkennen, wie unterschiedlich die Szenarien ausfallen können. Während sich bei Flensburg lediglich eine Niveauverschiebung ausmachen lässt, werden bei den übrigen Städten starke Veränderung deutlich. In Kiel und Bremen führen die Szenarien sogar zu entgegengesetzten Verläufen. Während bei Verwendung der Mittelwerte in Kiel (Bremen) ein positiver Wanderungssaldo von 1.164,429 (2.466,286) resultiert, ergibt sich bei Beibehaltung der Werte von 2019 ein Saldo von -720 (-1.023). Die Wahl eines geeigneten Szenarios stellt eine große Herausforderung für Forschende dar und sollte im Idealfall unter Berücksichtigung verschiedener Faktoren für jeden Kreis individuell getroffen werden. Gleichzeitig ist es sinnvoll, verschiedene plausible Szenarien zu implementieren, wie es beispielsweise bei der Bevölkerungsvorausberechnung umgesetzt wird (Birg, 2009). Eine Diskussion über eine bestmögliche Generierung von plausiblen Szenarien ist nicht Teil dieser Arbeit. Verschiedene Möglichkeiten werden im Bereich demografischer Methoden zur Bevölkerungsvorausberechnung aufgezeigt (siehe dazu u. a. Booth, 2006; Azose et al., 2016; Rees et al., 2019).

Im Gegensatz zu den Zuzügen ist es möglich, Fortzüge in zukünftigen Simulationsperioden auch probabilistisch zu bestimmen. Dafür können beispielsweise die individuellen Wanderungswahrscheinlichkeiten der letzten, auf Grundlage realer Daten simulierten, Periode beibehalten werden. Dadurch wird es ermöglicht, dass sich strukturelle Veränderungen der Population in den Fortzugszahlen niederschlagen. Sinkt die Anzahl von besonders wanderungsfreudigen Personen in einem Kreis, so sinkt als direkte Folge auch die Anzahl an Fortzügen.

Insgesamt bringt die Auswahl von Wanderungsszenarien sowohl Vorteile als auch Nachteile für die Simulation mit sich. Die Einbindung verschiedener Annahmen bietet einerseits viele Möglichkeiten der Berücksichtigung spezieller Zu- und Abwanderungskonstellationen, deren Einfluss auf die Bevölkerung untersucht werden kann. Andererseits geht eine große Unsicherheit mit den Szenarien einher. Zudem ist dieses Vorgehen entgegen der eigentlichen Logik von Mikrosimulationen, dass individuelle Entwicklungen ausschlaggebend für strukturelle Veränderungen sind. Zwar können Fortzüge auf Kreisebene probabilistisch auf Basis individueller Wahrscheinlichkeiten durchgeführt werden, jedoch kann dieses Vorgehen auf Zuwanderung nicht sinnvoll übertragen werden.

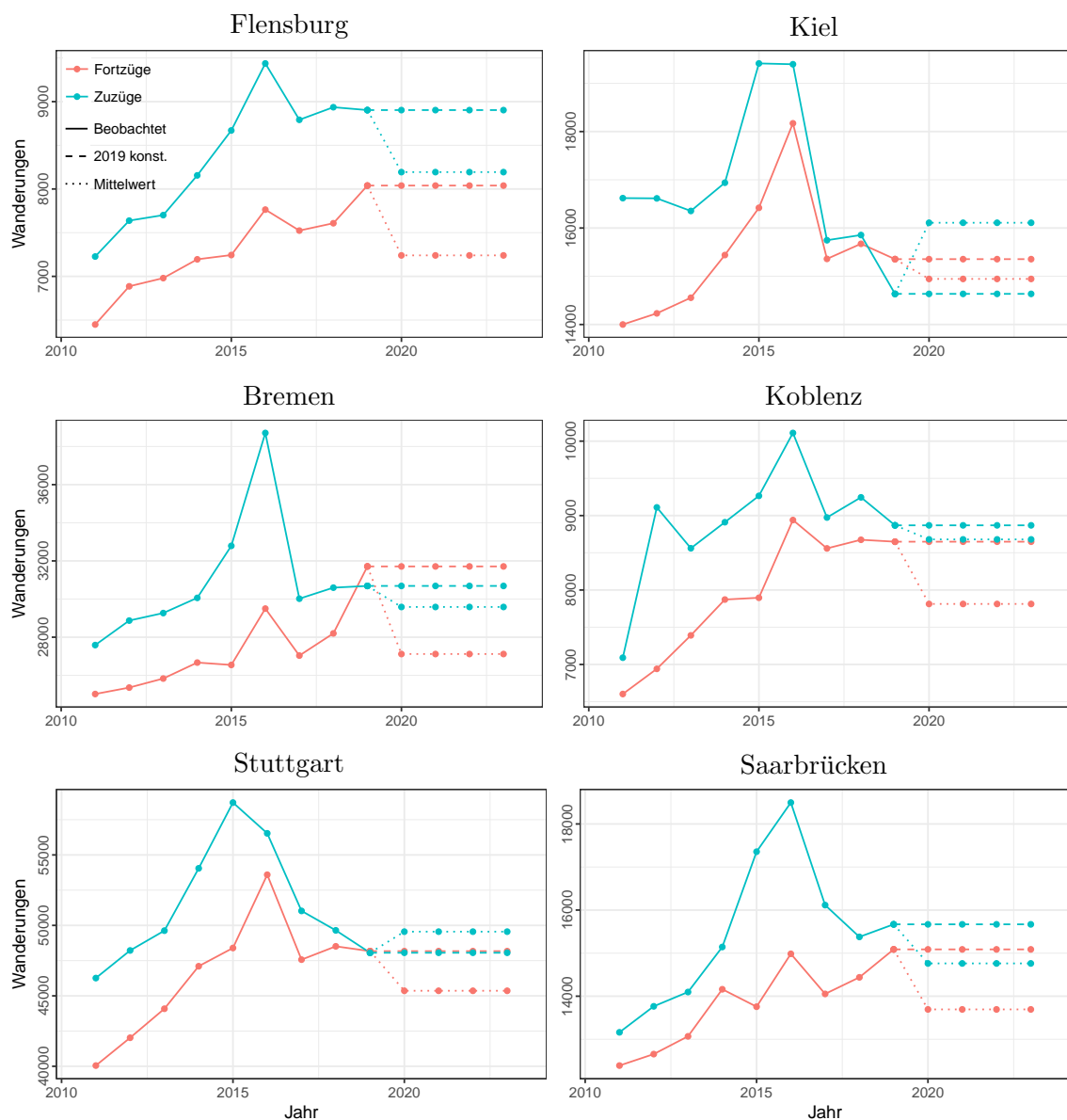


Abbildung 4.8: Beispielhafte Szenarien für Fortzüge und Zuzüge für ausgewählte NUTS-3-Regionen

Die Umsetzung der Wanderungen erfolgt in mehreren Stufen und lässt sich wie folgt zusammenfassen: Zu Beginn werden Zuzüge aus dem Ausland für jeden Kreis und jede kreisfreie Stadt unabhängig voneinander durchgeführt. Anschließend wird ebenfalls auf Kreisebene simuliert, welche Haushalte über Kreisgrenzen ziehen. Danach wird für alle Haushalte, die innerhalb eines Bundeslandes über Kreisgrenzen gezogen sind, ein Zielbundesland festgelegt. Letztendlich werden die Haushalte innerhalb jedes Bundeslandes neuen Kreisen zugewiesen. Bei der letzten Zuordnung auf Kreise wird sichergestellt, dass Haushalte, die über die Grenzen eines bestimmten Kreises gezogen sind, nicht demselben wieder zugewiesen werden. Das Vorgehen wird über Abbildung 4.9 verdeutlicht.

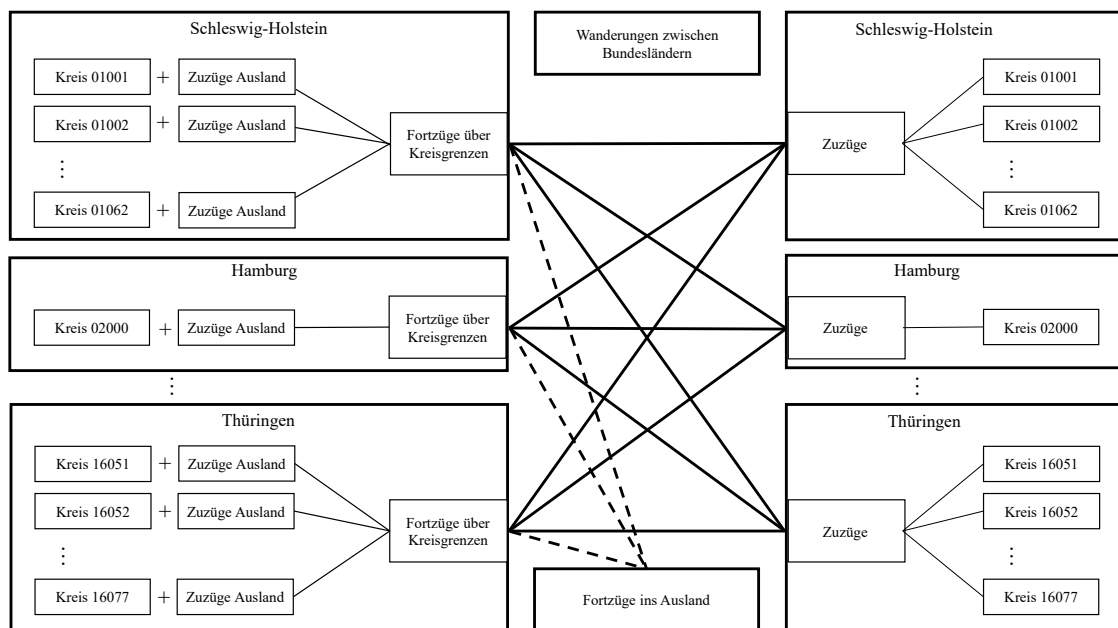


Abbildung 4.9: Konzeption der geschlossenen Simulation von Wanderungen

Diese Art der Wanderungen benötigt zwar Schnittstellen zwischen den Kreisen und Bundesländern innerhalb der Simulationsstruktur, was eine vollkommene Parallelisierung der Simulation, wie es unter Einbindung eines offenen Wanderungsmoduls möglich ist, verhindert, dennoch kann die Fortschreibung weitestgehend unabhängig durchgeführt werden. Nach der Identifizierung von über Kreisgrenzen fortgezogenen Personen wird die Simulation zu jeder Periode pausiert. Gleichzeitig prüft ein Skript für jedes Bundesland, ob alle Fortzüge innerhalb des jeweiligen Bundeslandes vollständig simuliert und abgespeichert wurden. Sobald alle Ergebnisse vorliegen, werden diese geladen und der Algorithmus bestimmt das Zielbundesland.

Wurden alle Zuzüge für ein Zielbundesland realisiert, können die, dem Bundesland zugewiesenen, Individuen eingeladen und mit Zugezogenen aus dem Ausland ergänzt werden. Zuletzt wird der Pool an Individuen wieder auf einzelne Kreise verteilt. Wenn die Ergebnisse innerhalb eines Kreises vorliegen, endet das Pausieren

der ursprünglichen Simulationsalgorithmen und die neu zugezogenen Bewohner des Kreises werden zu der entsprechenden regionalen Subpopulation zugefügt.

Das Vorgehen bei Zuzügen aus dem Ausland entspricht den Zuzügen im offenen Wanderungsmodul (siehe Abschnitt 4.4.1). Diese Reihenfolge ist auch hier notwendig, um die Totalwerte der Fortzüge selbst bei extremen Wanderungsbewegungen einhalten zu können. Die Simulation der Fortzüge über Kreisgrenzen wird ebenfalls analog zum offenen Modul durchgeführt. Nach der Auswahl fortziehender Haushalte werden diese jedoch nicht entfernt, sondern im weiteren Verlauf innerhalb der Basispopulation verteilt.

Die Migrationsbewegungen innerhalb Deutschlands werden zunächst auf Bundeslandebene simuliert. Dadurch ergibt sich ein komplexes Netz an Wanderungen innerhalb Deutschlands, wie in Abbildung C.15 im Anhang veranschaulicht wird. Es wird deutlich, dass regionale Nähe einen wichtigen Faktor für die Wahl des Zielbundeslandes darstellt. So zieht beispielsweise die größte Anzahl der migrierenden Personen aus Bayern ins benachbarte Bundesland Baden-Württemberg, aus Berlin nach Brandenburg und aus Hamburg nach Schleswig-Holstein. Ebenso wird ersichtlich, wie unterschiedlich die Umfänge der wandernden Personen zwischen Bundesländern ausfallen. Die meisten Wanderungsströme lassen sich anhand von Abbildung C.15 mit bloßem Auge kaum identifizieren. Insbesondere bei kleinen Bundesländern, wie dem Saarland oder Mecklenburg-Vorpommern, fallen die Wanderungszahlen oft sehr gering aus. Im Jahr 2019 sind insgesamt lediglich 63 Personen vom Saarland nach Bremen gezogen, während zum Vergleich insgesamt 36.859 Personen von Bayern nach Baden-Württemberg gezogen sind. Aufgrund der geringen Wanderungshäufigkeiten ergeben sich in diesen Fällen sehr breite Altersklassen bei der Differenzierung nach soziodemographischen Merkmalen.

Zunächst werden alle über Kreisgrenzen fortgezogenen Personen innerhalb eines Bundeslandes b zu einem Datensatz zusammengefügt. Im Gegensatz zu den Fortzügen handelt es sich bei Binnenmigration nicht um ein binäres, sondern um ein polytomes Ereignis. Aufgrund der Problematik unterschiedlicher Altersklassen werden, wie in Abschnitt 4.3.3 näher beschrieben, erst individuelle Wanderungswahrscheinlichkeiten geschätzt, anschließend neue, einheitliche Klassen gebildet und die Wahrscheinlichkeiten zu den neuen Totalwerten $\hat{\tau}_{b,l,j}^{(t)}$ aufsummiert. Die einheitlichen Altersklassen können individuell bestimmt werden. Nachfolgend werden bei deutschen Staatsbürgern Ein-Jahres-Schritte und bei Personen mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft Fünf-Jahres-Schritte verwendet. Grundsätzlich liegt die konkrete Umsetzung der Klassierung in der Entscheidung der Forschenden. Eine systematische Untersuchung bietet zukünftige Forschungspotentiale.

Die Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten wird über Algorithmus 6 durchgeführt, wobei als Startwahrscheinlichkeiten für alle Haushalte gleiche Werte eingesetzt werden. Bevor die individuellen Wahrscheinlichkeiten zu $\hat{\tau}_{b,l,j}^{(t)}$ aufsum-

miert werden, lässt sich noch eine Anpassung der Wahrscheinlichkeiten zur Einhaltung bekannter Wanderungshäufigkeiten oder zur Implementierung von Szenarien vornehmen. Auf Grundlage der Haushaltswahrscheinlichkeiten werden die Individuen neuen Bundesländern oder dem Ausland zugewiesen. Alle dem Ausland zugeteilten Individuen sind wie im offenen Modul nicht länger Teil der Simulationspopulation. Nachdem alle wandernden Personen den Zielbundesländern zugewiesen wurden, erfolgt innerhalb der Bundesländer eine Verteilung auf Kreise und kreisfreie Städte. Dabei wird analog zur Verteilung auf Bundesländer vorgegangen. Wie in Tabelle 4.7 deutlich wird, unterscheidet sich die Anzahl möglicher Zielkreise stark zwischen den Bundesländern, was wiederum zu deutlich unterschiedlichen Simulationszeiten führt. Auch an dieser Stelle lassen sich Anpassungen der Wahrscheinlichkeiten vornehmen,

Tabelle 4.7: Anzahl NUTS-3-Regionen pro Bundesland

Bundesland	Kreise	Bundesland	Kreise
Schleswig-Holstein	15	Bayern	96
Hamburg	1	Saarland	6
Niedersachsen	46	Berlin	1
Bremen	2	Brandenburg	12
Nordrhein-Westfalen	53	Mecklenburg-Vorpommern	8
Hessen	26	Sachsen	13
Rheinland-Pfalz	36	Sachsen-Anhalt	14
Baden-Württemberg	44	Thüringen	23

bevor die Totalwerte für die Anpassung der Wahrscheinlichkeiten auf Haushaltsebene gebildet werden. Um zu verhindern, dass Personen, die über die Kreisgrenzen innerhalb des jeweiligen Bundeslandes gezogen sind, in ihren Ursprungskreis zurückkehren, können die Startwahrscheinlichkeiten auf 0 gesetzt werden. Wie in anderen IPF-basierten Verfahren bleibt dieser Wert – in diesem Fall eine logische Null – bei der Kalibrierung unverändert (Kolb, 2013, S. 103 f.). Nachdem die Zielkreise, beispielsweise durch die Inversionsmethode, zugewiesen wurden, werden die zugezogenen Personen zu diesen hinzugefügt.

Für die Simulation zukünftiger Perioden, für die keine Benchmarks verfügbar sind, können, wie bereits im offenen Wanderungsmodul, Szenarien definiert werden. Hier ist jedoch zu beachten, dass die Szenarien – mit Ausnahme der Zuzüge aus dem Ausland – nicht unabhängig für jeden Kreis bestimmt werden können, da die Konsistenz der Wanderungszahlen innerhalb Deutschlands gewährleistet werden muss. Vereinfacht gesagt muss die Anzahl über Binnenmigration zugewanderter Personen der Anzahl fortzogener Personen – abzüglich Fortzüge ins Ausland – entsprechen. Darüber hinaus besteht auch die Möglichkeit, Wanderungen innerhalb Deutschlands vollkommen wahrscheinlickeitsbasiert umzusetzen. Dafür können zum Beispiel die letzten berechneten klassenspezifischen Wahrscheinlichkeiten für Fortzüge, Wande-

rungen über Bundeslandgrenzen und Zuzüge innerhalb der Bundesländer auf Kreise beibehalten werden. Ausschließlich für die Zuzüge aus dem Ausland bedarf es während der gesamten Simulation fester Größen. Dadurch schlagen sich, ganz im Sinne von Mikrosimulationen, Änderungen in der Bevölkerungsstruktur direkt in der räumlichen Mobilität nieder.

4.5 Simulation von Wanderungen

Um die Funktionalität wie auch die Unterschiede der vorgestellten Konzepte bei der Simulation der Wanderungen identifizieren zu können, werden verschiedene Wanderungsmodule in die bestehende MikroSim-Simulationsstruktur (siehe dazu Münnich et al., 2021) implementiert. Die Population wird anschließend vom Basisjahr 2011 ausgehend in die Zukunft fortgeschrieben, um die Bevölkerungsentwicklung zu untersuchen. Dafür wird zunächst der Aufbau der Simulation in Abschnitt 4.5.1 beschrieben. Anschließend wird die Entwicklung bis zum Jahr 2019 (Abschnitt 4.5.2) und in zukünftige Perioden bis zum Jahr 2041 (Abschnitt 4.5.3) analysiert.

4.5.1 Aufbau der Simulation

Basis der Simulation ist das MikroSim-Modell mit einer Vielzahl verschiedener Module zu soziodemographischen und sozioökonomischen Ereignissen, wie Geburten, Sterbefälle, Auszüge, Partnerschaften, Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit. Eine detaillierte Beschreibung der Modellstruktur findet sich in Münnich et al. (2021). Der Fokus der Simulation wird auf die Untersuchung der Wanderungen und die dadurch beeinflusste Bevölkerungsentwicklung gelegt. Als Wanderungen werden ausschließlich Migrationsbewegungen über NUTS 3-Regionen definiert. Umzüge innerhalb dieser Regionen, zum Beispiel aufgrund von Trennungen oder Auszügen aus elterlichen Haushalten, werden in eigenen Modulen simuliert.

Die Häufigkeiten für alle Arten der Migration stammen aus der Wanderungsstatistik und sind nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft (Deutsch, EU-Ausland, Nicht-EU-Ausland) differenziert. Da die differenzierten Auswertungen nur bis zum Jahr 2017 vorliegen, werden in den Jahren 2018 und 2019 die individuellen Wahrscheinlichkeiten über Alignmentmethoden an die bekannten Totalwerte der Fort- und Zuzüge kalibriert. Ausgangsdatensatz für die Simulation ist die (teil-) synthetische Grundgesamtheit von Deutschland zum Basisjahr 2011 mit über 80 Millionen Individuen. Diese Population wird für $S = 30$ Jahre bis zum Jahr 2041 fortgeschrieben. Hierbei werden Wanderungen auf Kreisebene sowohl in offener als auch in geschlossener Form eingebunden und als Szenarien definiert.

Die Struktur des offenen Moduls entspricht der in Abschnitt 4.4.1 beschriebenen und des geschlossenen Moduls der in Abschnitt 4.4.2 beschriebenen Konzeption. Das Vorgehen im offenen Modell ist wie folgt: Zunächst werden aus dem Ausland zugezogene Haushalte aus einer externen Population – in diesem Fall einer Subpopulation der Grundgesamtheit – ausgewählt und zur Basispopulation hinzugefügt. Anschließend werden Zuzüge aus Deutschland umgesetzt, indem ebenfalls Haushalte aus einer Kopie der Basispopulation gezogen werden. Im letzten Schritt werden über Kreisgrenzen fortziehende Haushalte ermittelt und aus der Basispopulation entfernt.

Für die Simulation der Wanderungen über ein geschlossenes Modul werden zu Beginn Zuzüge aus dem Ausland analog zum offenen Modul umgesetzt. Anschließend folgt die Simulation der Fortzüge über Kreisgrenzen. Falls Wahrscheinlichkeiten größer 1 entstehen – was in Einzelfällen vorkommen kann, wenn in einer soziodemographischen Klasse mehr Fortzüge erfasst wurden, als Personen im jeweiligen Kreis leben – werden die entsprechenden Werte begrenzt und anschließend durch Alignmentmethoden (siehe Kapitel 3) zur Einhaltung der bekannten Totalwerte angepasst. Dies kann in Ausnahmefällen in den Jahren 2015 und 2016 aufgrund der durchaus unübersichtlichen Umverteilung von Geflüchteten innerhalb Deutschlands auftreten. Aus der Basispopulation entfernt werden ausschließlich Haushalte, die für einen Fortzug ins Ausland ausgewählt wurden. Alle übrigen Individuen werden erst auf die Bundesländer und anschließend innerhalb der Bundesländer auf neue Kreise verteilt. Variationen der Einwohnerzahlen zwischen den Modulen sollten erst nach neun simulierten Jahren sichtbar werden, da die Migrationsraten in allen Varianten bis zum Jahr 2019 vorliegen.

Tabelle 4.8: Szenarien zur Simulation zukünftiger Wanderungsbewegungen

Szenario	Modellierung	Fortzüge	Zuzüge Ausland	Zuzüge Deutschland
1	offen	2019	2019	2019
2	offen	Prob.	2019	2019
3	offen	Mittelwert	Mittelwert	Mittelwert
4	geschlossen	Prob.	2019	Prob.

Insgesamt werden vier verschiedene Szenarien verglichen. Im ersten Szenario werden die Wanderungen offen umgesetzt und die Fortzüge und Zuzüge aus Deutschland auf Basis der letzten bekannten Werte vom Jahr 2019 simuliert. Wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben, ist es grundsätzlich notwendig, die soziodemografisch differenzierten Zuzugszahlen im offenen Modul zu Beginn festzulegen. Die Fortzüge können jedoch auch probabilistisch umgesetzt werden. Dafür werden im zweiten Szenario die Wahrscheinlichkeiten für einen Fortzug aus dem Jahre 2019 beibehalten. Diese bilden ab dem Jahr 2020 die Grundlage für die zukünftige Simulation. Diese Vari-

ante wird in Kombination mit der Beibehaltung der Werte von 2019 für die Zuwanderung implementiert. Im dritten Szenario wird für zukünftige Wanderungen das arithmetische Mittel der Fortzüge und Zuzüge von den Jahren 2011 bis 2014 und 2017 bis 2019 zur Simulation der Wanderungen herangezogen. Die teilweise stark unterschiedlichen Wanderungszahlen in den verschiedenen Szenarien für die offene Simulation werden in Abbildung 4.8 veranschaulicht. Im vierten Szenario werden die Wanderungen geschlossen simuliert, wobei die Fortzüge, Wanderungen zwischen Bundesländern und Zuzüge aus Deutschland ab dem Jahr 2020 wahrscheinlichkeitsbasiert unter Verwendung der letzten Übergangswahrscheinlichkeiten aus dem Jahr 2019 umgesetzt werden. Zuzüge aus dem Ausland erfolgen analog zu den offenen Modulen über die Ziehung aus einer externen Population. Alle Szenarien sind in Tabelle 4.8 zusammengefasst. Die Simulation wird für jedes Szenario in jeweils 10 Simulationsdurchläufen ausgeführt. Für inhaltliche Analysen ist grundsätzlich eine höhere Anzahl an Wiederholungen zu empfehlen, zur Begrenzung der Rechendauer wurde jedoch auf weitere Durchläufe verzichtet.

4.5.2 Simulationsergebnisse: Simulationshorizont 2019

Die Grundvoraussetzung von funktionsfähigen Wanderungsmodulen jeglicher Art ist die möglichst wirklichkeitsgetreue Nachbildung der bekannten Wanderungsbewegungen, um die Bevölkerungsentwicklung bis in die Gegenwart nachzubilden, was wiederum Voraussetzung für eine plausible Fortschreibung in die Zukunft ist. Da die Simulation im Jahr 2011 startet und bekannte Wanderungszahlen bis zum Jahr 2019 vorliegen, kann eine retrospektive Evaluation durchgeführt werden. Die Analyse in diesem Abschnitt findet ausschließlich auf den Ergebnissen des geschlossenen Wanderungsmoduls statt, da dieses die komplexeste Struktur aufweist und demnach die größte Gefahr von Abweichungen zu den beobachteten Werten birgt. Bei Zuzügen aus dem Ausland und Fortzügen unterscheiden sich die Vorgehensweisen nicht, bei Zuzügen aus Deutschland ergeben sich hingegen bei offenen Modulen tendenziell geringere Abweichungen.

Nachfolgend wird zunächst die Gesamtzahl an Wanderungen auf Kreisebene untersucht. Die rechte Karte in Abbildung 4.10 zeigt den Anteil über Kreisgrenzen fortziehender Personen für alle Kreise und kreisfreien Städte in Deutschland im Jahr 2011, die linke Karte den durchschnittlichen Anteil bei 10 Simulationsdurchläufen. Während sich innerhalb der Karten deutliche regionale Unterschiede im Wanderungsverhalten erkennen lassen, können fast keine Differenzen zwischen den beobachteten und simulierten Werten ausgemacht werden. Ebenfalls kaum Unterschiede treten in den Jahren 2012 bis 2019 auf. Die Anteile an Fortzügen für diese Jahre sind im Anhang in den Abbildungen C.3 bis C.10 zu finden. Über den Zeitverlauf hinweg lässt sich eine deutliche Veränderung der Wanderungsdynamik erkennen. Insbesondere in den Jahren 2016 und 2017 (siehe Abbildungen C.7 und C.8) steigt der Anteil

fortziehender Personen aufgrund der Sondermigration geflüchteter Menschen stark an. Diese setzt sich zusammen aus Wanderungsbewegungen innerhalb Deutschlands – beispielsweise bei der Verteilung aus Erstaufnahmeeinrichtungen – und Fortzügen über die Grenzen Deutschlands.

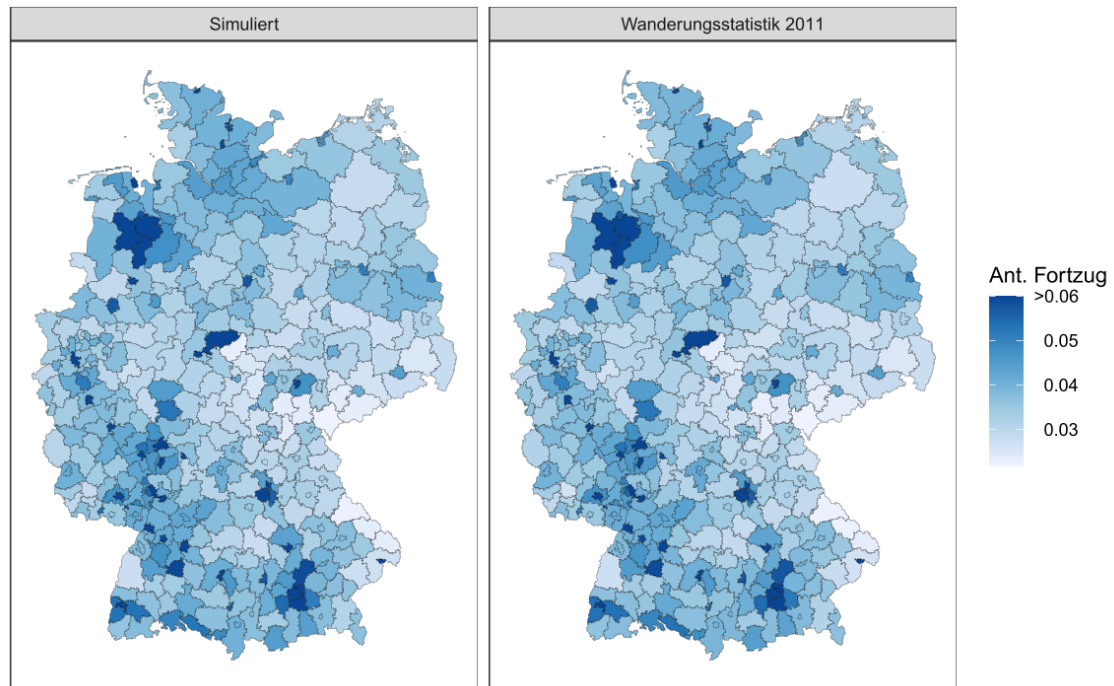


Abbildung 4.10: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011

Tabelle 4.9: Relative Differenz der Anzahl simulierter Fortzüge zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019

	Min.	1. Quartil	Median	Arithm. Mittel	3. Quartil	Max.
2011	-0,0157	-0,0034	-0,0004	-0,0002	0,0026	0,0269
2012	-0,0223	-0,0034	0,0000	-0,0003	0,0028	0,0204
2013	-0,0171	-0,0033	-0,0001	0,0001	0,0032	0,0178
2014	-0,0184	-0,0027	0,0002	0,0000	0,0028	0,0160
2015	-0,0179	-0,0035	-0,0002	-0,0002	0,0028	0,0214
2016	-0,0182	-0,0033	-0,0006	-0,0005	0,0023	0,0164
2017	-0,0158	-0,0031	-0,0001	0,0000	0,0028	0,0181
2018	-0,0157	-0,0034	-0,0006	-0,0004	0,0022	0,0193
2019	-0,0205	-0,0032	-0,0004	-0,0003	0,0023	0,0152

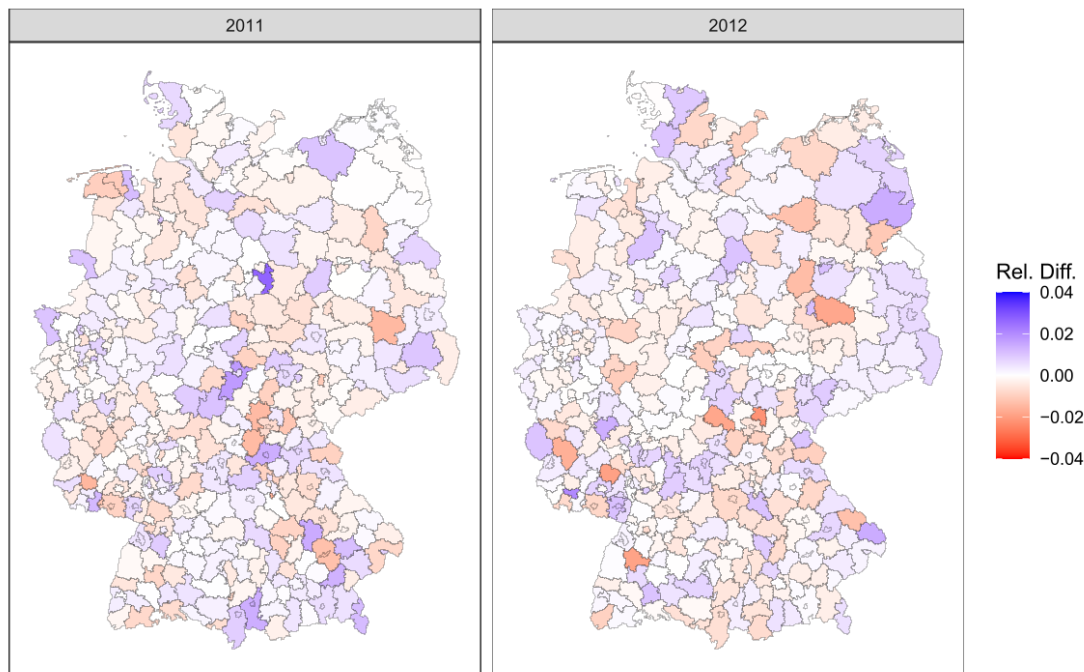


Abbildung 4.11: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012

Die simulierten Fortzugszahlen lassen sich zudem über die relativen Differenzen der simulierten zu den beobachteten Werten evaluieren. Diese werden in Abbildung 4.11 für alle Kreise und kreisfreien Städte in Deutschland für die Jahre 2011 und 2012 abgebildet. Die graphische Darstellung der relativen Abweichungen für die Jahre 2013 bis 2019 sind in den Abbildungen C.3 bis C.10 im Anhang aufgeführt. Kreise und kreisfreie Städte, für die zu wenig Fortzüge simuliert wurden, sind in rot eingefärbt, während blaue Flächen eine zu große Anzahl indizieren. Die Höhe der Abweichung wird über die Farbintensität veranschaulicht. Darüber hinaus sind Kennwerte für die relative Abweichung über alle Kreise hinweg für die Jahre 2011 bis 2019 in Tabelle 4.9 zusammengefasst. Es lässt sich erkennen, dass lediglich sehr geringe Differenzen von maximal 2,7% auftreten und sowohl der Median als auch das arithmetische Mittel nahezu exakt auf 0 liegen. Die 0,25-Quantile (-0,0035 bis -0,0027) und 0,75-Quantile (0,0022 bis 0,0032) weisen über alle Jahre keine bedeutenden Schwankungen auf. Der kreisspezifische Vergleich indiziert keine Systematik im Zeitverlauf.

Neben der Einhaltung der absoluten Anzahl an Fortzügen ist es besonders wichtig, die Verteilung der soziodemographischen Merkmale nachzubilden. Da eine differenzierte Analyse aller Kreise den Rahmen der vorliegenden Arbeit sprängen würde, wird in Abbildung 4.12 die Verteilung für die Stadt Trier genauer betrachtet.

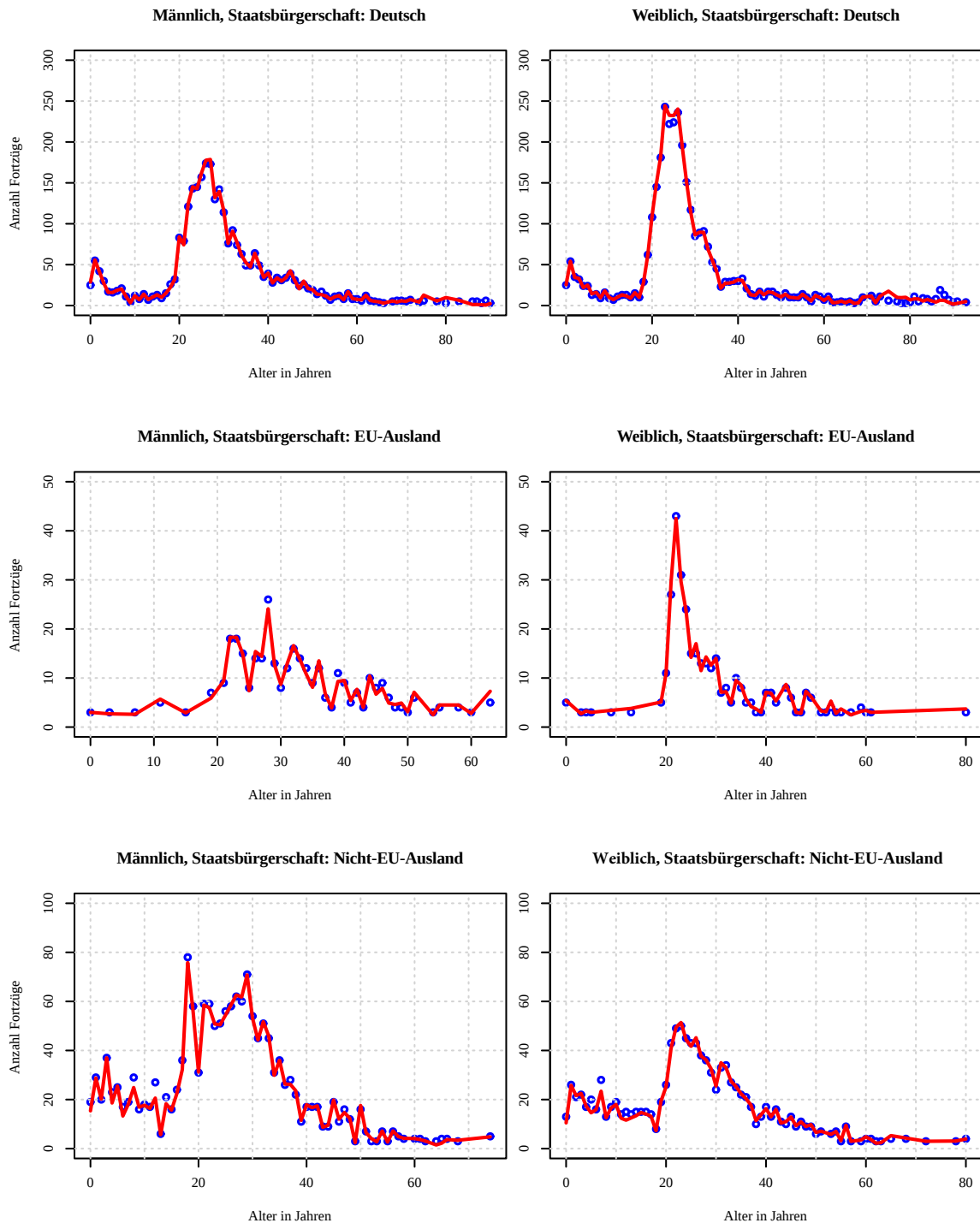


Abbildung 4.12: Anzahl simulierter und erfasster Fortzüge differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

Die beobachteten Fortzugszahlen werden differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft über die blauen Punkte dargestellt. Die roten Linien zeigen die durchschnittliche Anzahl an Fortzügen über die zehn Simulationsdurchläufe. Es ist zu beachten, dass das Alter auf der Abszisse nicht den tatsächlichen Altersjahren entspricht, sondern die Untergrenze der jeweiligen Altersklasse angibt, die zur Verhinderung von Zellsperren aus Datenschutzgründen erstellt wurden. Während bei deutschen Staatsbürgern aufgrund der hohen Anzahl an Beobachtungen kaum Klassenbildung notwendig ist, wird die Klassierung durch die geringere Anzahl blauer Punkte bei nichtdeutschen Staatsbürgern ersichtlich. So gibt es beispielsweise bei Frauen mit nichtdeutscher EU-Staatsbürgerschaft eine Klasse von 61 bis 79 Jahren. Der letzte auf der Abszisse eingetragene Wert steht in allen Fällen für eine offene Klasse. Insgesamt lassen sich deutliche Unterschiede im Wanderungsverhalten zwischen den Geschlecht-Staatsbürgerschaft-Klassen erkennen. Insbesondere zwischen Männern und Frauen im Alter zwischen 20 und 30 Jahren treten teils starke Differenzen auf. Dies verdeutlicht abermals die Notwendigkeit der Implementierung möglichst differenzierter Wanderungsbewegungen für die demographische Fortschreibung von Populationen. Bei allen Geschlechts-Staatsbürgerschaft-Kombinationen können die bekannten Werte fast immer punktgenau getroffen werden. Größere Abweichungen treten teilweise in höheren Altersklassen auf, da bei der Kalibrierung eine offene Klasse für über 75-Jährige gebildet wird. Genauere Ergebnisse für Personen höheren Alters können durch kleinere Klassen – jedoch auf Kosten längerer Rechendauer – erreicht werden. In Abbildung C.16 im Anhang werden ergänzend die differenzierten Fortzugszahlen für die Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main dargestellt. Aufgrund der größeren Zahl an Fortzügen können die bekannten Werte dabei abermals besser eingehalten werden.

Als weitere Komponente der Simulation von Wanderungen wird die Binnenwanderung näher betrachtet. Abbildung C.15 im Anhang zeigt die simulierten Wanderungsströme zwischen den Bundesländern im Jahr 2011 bei zehn Simulationsdurchläufen. Hier lassen sich insbesondere in den bevölkerungsreichen Bundesländern relativ große Migrationsströme zwischen geographisch anliegenden Bundesländern erkennen. Daher ergeben sich zum Beispiel viele Wanderungen zwischen Bayern und Baden-Württemberg, Niedersachsen und Nordrhein-Westfalen sowie Brandenburg und Berlin. Der direkte Vergleich der simulierten zu den tatsächlichen Wanderungsströmen zeigt keine sichtbaren Unterschiede. Auch wenn diese Art der Visualisierung einen ersten Überblick über die Wanderungsbewegungen zwischen den Bundesländern bietet, wird die Betrachtung von Wanderungsströmen bei geringer Fallzahl schnell unübersichtlich. Um eine bessere Analyse der Differenzen zwischen simulierten und beobachteten Wanderungszahlen zu erhalten, werden daher in Abbildung 4.13 die relativen Differenzen in Form einer Matrix dargestellt. Auf der Vertikalen sind die Herkunfts- und auf der Horizontalen die Zielbundesländer eingetragen. Die Werte in den Zellen stehen für die relative Abweichung. Die Rotfärbung

indiziert eine zu große und die Blaufärbung eine zu geringe Anzahl an wandernden Personen. Die Farbtöne werden mit steigender Differenz intensiver. Da im ersten Schritt über Kreisgrenzen fortziehende Personen simuliert werden, die anschließend für jedes Bundesland individuell als Auswahlgrundlage für die Verteilung auf Zielbundesländer dienen, ist zu erwarten, dass aufgrund der stochastischen Unsicherheit Differenzen entstehen können. So kann eine gute Verteilung auf Bundesländer nur gelingen, wenn die Verteilung (Alter, Geschlecht, Staatsbürgerschaft) der über Kreisgrenzen gezogenen Population weitestgehend der Realität entspricht. Abbildung 4.13 zeigt, dass die relativen Differenzen der Wanderungszahlen im Jahr 2011 äußerst gering ausfallen.

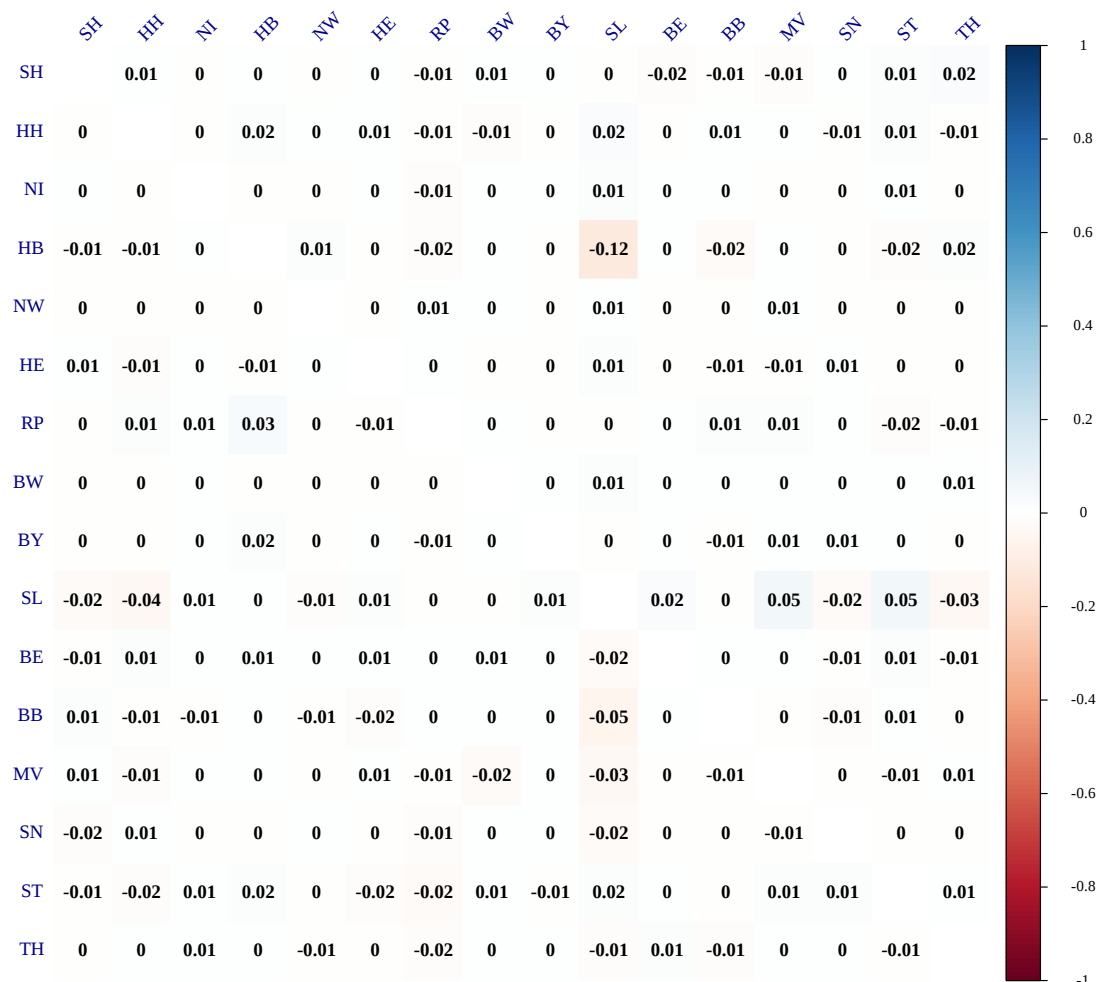


Abbildung 4.13: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2011

Es lässt sich jedoch eine deutliche Abhängigkeit der Anzahl an Wanderungen auf die Differenz beobachten. So treten größere relative Differenzen insbesondere dann auf, wenn Ziel- oder Herkunftsbundesland sehr klein sind. Die größte relative Abweichung tritt mit einer durchschnittlichen Differenz von 12% bei Wanderungen von Bremen (HB) ins Saarland (SL) auf. Beobachtet wurden im Jahr 2011 lediglich 50 Wanderungen (Personen) die von HB nach SL gezogen sind. Das arithmetische Mittel der Simulationsdurchläufe ergibt eine durchschnittliche Anzahl von 44,2 wandernden Personen. Es ist zu erwarten, dass eine größere Anzahl an Simulationsdurchläufen zu einer weiteren Reduktion der relativen Abweichungen führt. Im Gegensatz dazu fallen die relativen Differenzen bei größeren Wanderungszahlen durchweg gering aus. Bei Wanderungen aus den drei größten Bundesländern Nordrhein-Westfalen (NW), Bayern (BY) und Baden-Württemberg (BW) treten relativen Abweichungen von maximal 2% (von BY nach HB) auf. Ähnliche Ergebnisse zeigen sich für die Jahre 2012 bis 2019 in den den Abbildungen C.17 bis C.24 im Anhang.

Wie beschrieben wird bei Zuzügen zwischen Zuwanderungen innerhalb Deutschlands und Zuwanderungen über Landesgrenzen unterschieden. Aufgrund der unabhängigen Simulation beider Komponenten werden die Ergebnisse individuell aufgeführt. Abbildung 4.14 zeigt die Anteile Zugezogener aus Deutschland und Abbildung 4.15 die Anteile Zugezogener aus dem Ausland im Vergleich zu den Werten der Wanderungsstatistik für das Jahr 2011. Der Vergleich der simulierten mit den beobachteten Werten verdeutlicht, dass – wie bereits bei den Fortzügen – keine sichtbaren Differenzen auftreten.

Ähnlich sehen die Vergleiche für die Jahre 2012 bis 2019 aus, die in den Abbildungen C.25 bis C.40 im Anhang aufgeführt sind. Hier ist zu beachten, dass die oberste Kategorie (Anteile über 6% der Einwohnerzahl bei Zuzügen aus Deutschland und über 4% der Einwohnerzahl bei Zuzügen aus dem Ausland) offen ist, wodurch extreme Werte überdeckt werden. Das führt insbesondere in den Jahren 2015 und 2016 dazu, dass die teilweise enorm ausfallenden Entwicklungen der Zuwanderungszahlen nicht eindeutig aus den Graphiken entnommen werden können. So Schwanken die Anteile bei Zuzügen aus Deutschland im Jahr 2011 (2012, 2013, 2014) zwischen 0,015 (0,014; 0,015; 0,017) und 0,084 (0,078; 0,077; 0,113) während im Jahr 2015 Werte von bis zu 0,280 auftreten. Abermals extremere Werte resultieren bei den Zuzügen aus dem Ausland, die 2011 (2012, 2013, 2014) zwischen 0,001 (0,002; 0,002, 0,002) und 0,052 (0,057; 0,079; 0,113) liegen. Im Jahr 2015 resultieren maximale Werte von 0,283. Insgesamt lassen die regionalen Vergleiche jedoch die Schlussfolgerung zu, dass die räumliche Struktur der Zuwanderung retrospektive in allen Jahren, für die Daten der Wanderungsstatistik vorliegen, auf Aggregatsebene gut nachgebildet werden kann.

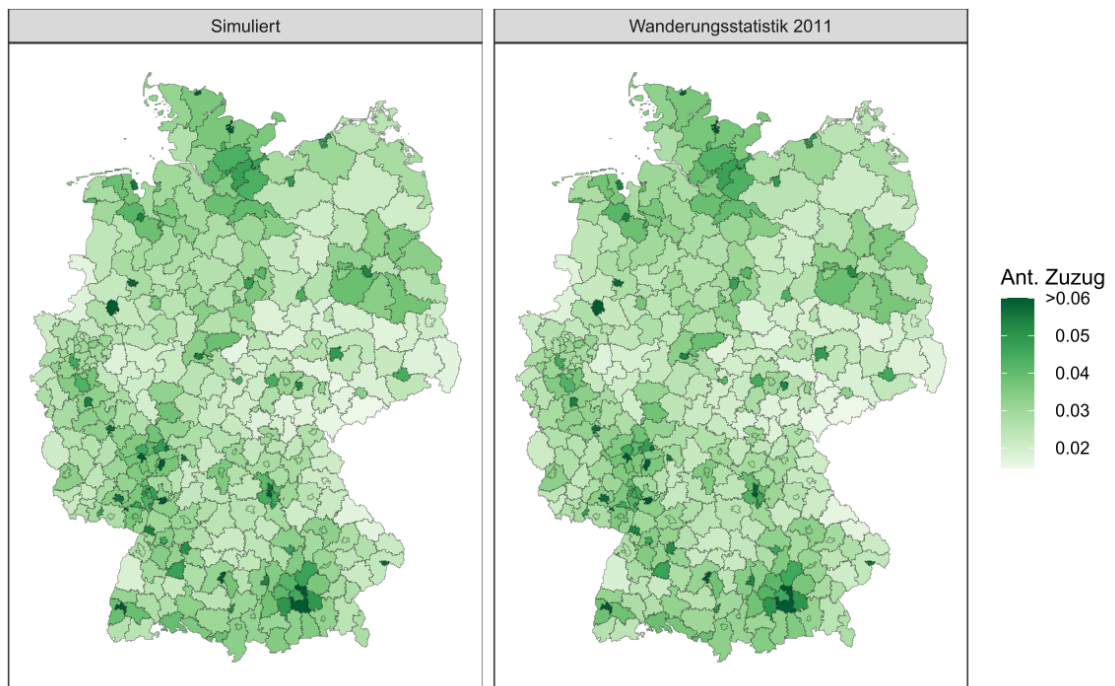


Abbildung 4.14: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011

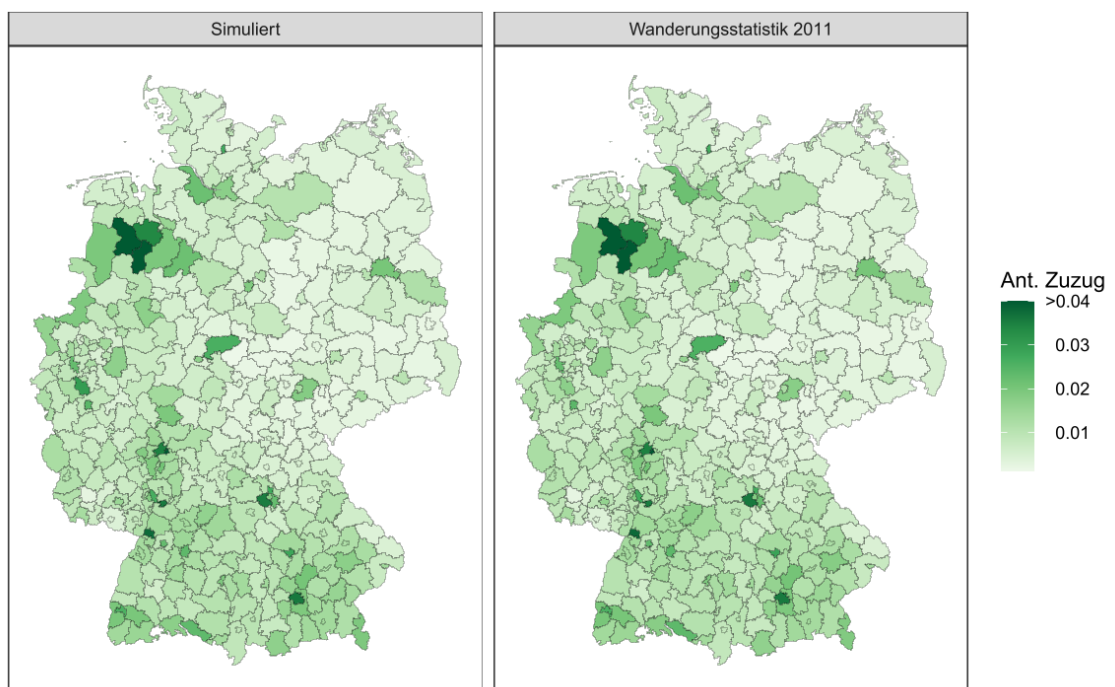


Abbildung 4.15: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2011

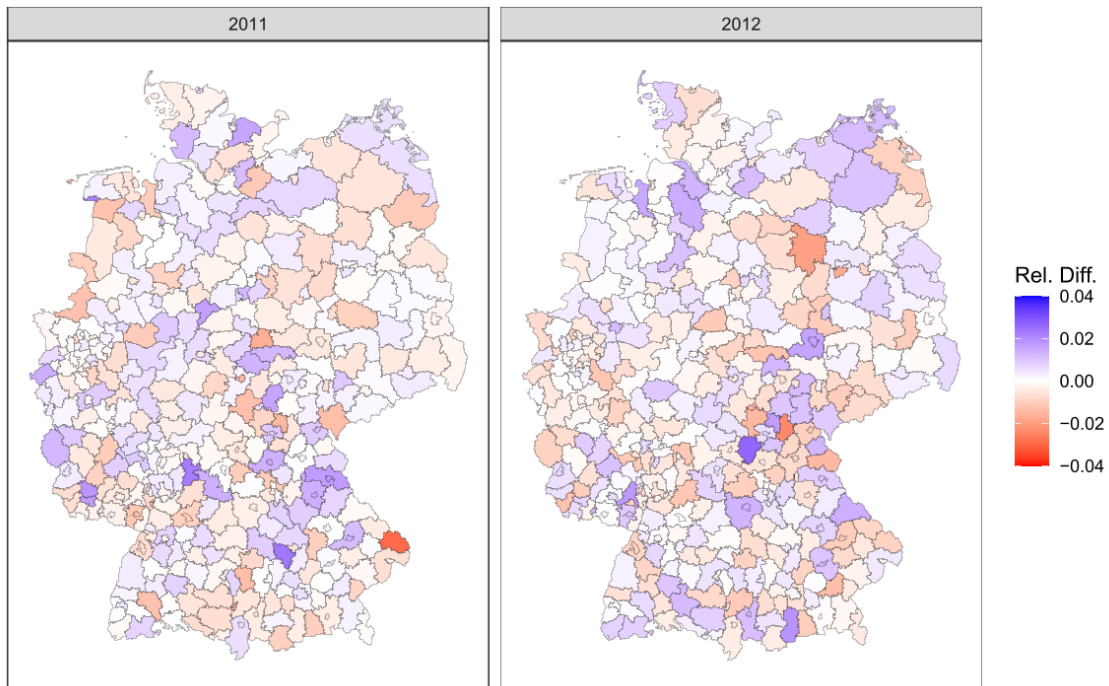


Abbildung 4.16: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012

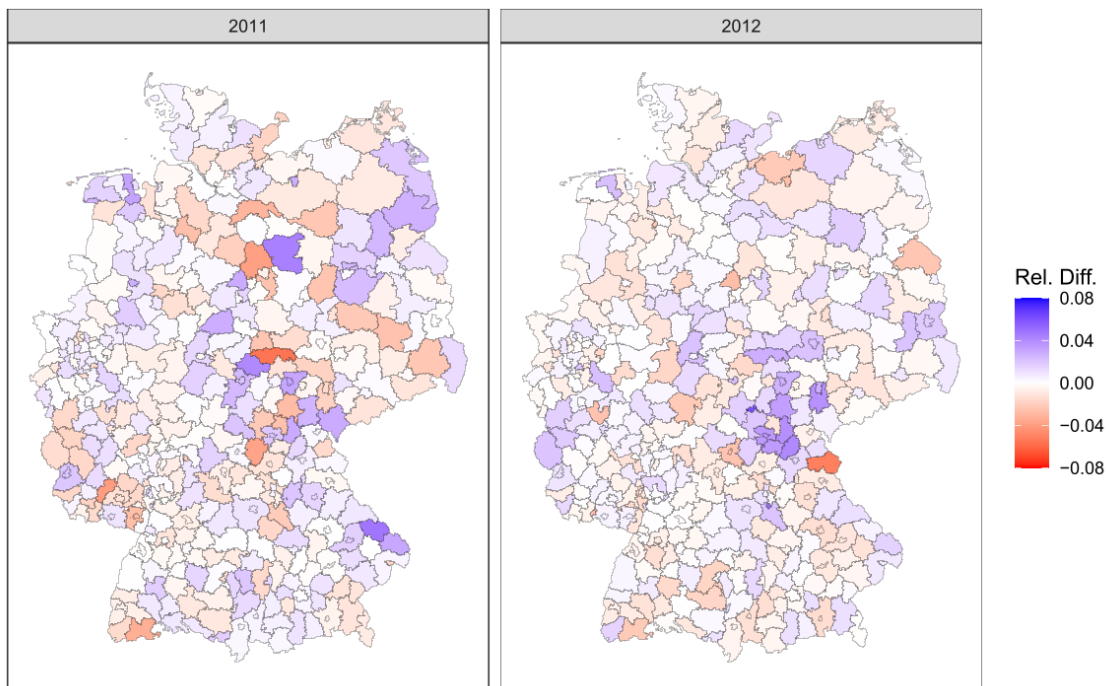


Abbildung 4.17: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2011 und 2012

Aufgrund der Tatsache, dass Unterschiede über den direkten Vergleichen der relativen Anteilswerte insbesondere bei extremen Werten nur schwer auszumachen sind, werden die relativen Differenzen für die Jahre 2011 und 2012 in Abbildung 4.16 für die Zuwanderung aus Deutschland und in Abbildung 4.17 für die Zuwanderung aus dem Ausland veranschaulicht. Die Karten für die Jahre 2013 bis 2019 finden sich in den Abbildungen C.41 bis C.48 im Anhang. Ergänzend sind ausgewählte Kennwerte in den Tabellen 4.10 und 4.11 für die Jahre 2011 bis 2019 zusammengefasst. Auch hier treten keine auffälligen Abweichungen auf. Die relative Differenz der Zuzüge aus Deutschland bewegt sich in einem Rahmen von -3% bis 3,4%, Median und arithmetisches Mittel liegen sehr nahe an Null. Etwas größer sind die Abweichungen bei den Zuzügen aus dem Ausland, die über alle Jahre zwischen -5,6% bis 6% liegen. Jedoch liegen das arithmetische Mittel und der Median auch hier sehr nahe an Null. Eine weitere Reduktion der Abweichungen kann hier erreicht werden, indem die Auswahlpopulation für die Zuzüge aus dem Ausland entsprechend der bekannten Merkmale präzisiert oder die Erstellung über die Verwendung von Methoden der synthetischen Datenerzeugung durchgeführt wird. Eine Systematik der Differenzen über den Simulationsverlauf lässt sich bei beiden Arten der Zuwanderung nicht erkennen.

Neben der Evaluation auf Makroebene wird ergänzend die soziodemographische Verteilung der Zugezogenen betrachten. Wie bereits bei den Fortzügen, werden die simulierten Häufigkeiten nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft differenziert mit den beobachteten Werten der Wanderungsstatistik am Beispiel der Stadt Trier verglichen. Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen jeweils die Verteilung der Zuzüge aus Deutschland und aus dem Ausland.

Tabelle 4.10: Relative Differenz der Anzahl simulierter Zuzüge aus Deutschland zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019

	Min	1. Quartil	Median	Arithm. Mittel	3. Quartil	Max
2011	-0,0294	-0,0041	-0,0005	-0,0002	0,0033	0,0237
2012	-0,0238	-0,0045	-0,0006	-0,0003	0,0037	0,0265
2013	-0,0186	-0,0039	-0,0004	-0,0005	0,0030	0,0250
2014	-0,0258	-0,0038	-0,0003	-0,0002	0,0031	0,0227
2015	-0,0210	-0,0045	-0,0004	-0,0006	0,0034	0,0197
2016	-0,0187	-0,0043	-0,0012	-0,0010	0,0024	0,0206
2017	-0,0226	-0,0040	-0,0002	-0,0004	0,0034	0,0338
2018	-0,0296	-0,0042	-0,0003	-0,0004	0,0038	0,0184
2019	-0,0221	-0,0033	0,0002	0,0006	0,0046	0,0211

Tabelle 4.11: Relative Differenz der Anzahl simulierter Zuzüge aus dem Ausland zu den Werten der Wanderungsstatistik 2011 bis 2019

	Min	1. Quartil	Median	Arithm. Mittel	3. Quartil	Max
2011	-0,0559	-0,0068	-0,0002	-0,0003	0,0066	0,0476
2012	-0,0517	-0,0058	0,0000	0,0007	0,0057	0,0617
2013	-0,0365	-0,0074	-0,0008	-0,0014	0,0043	0,0552
2014	-0,0347	-0,0038	0,0004	0,0008	0,0062	0,0399
2015	-0,0454	-0,0058	-0,0011	-0,0013	0,0041	0,0330
2016	-0,0825	-0,0060	-0,0004	-0,0012	0,0041	0,0308
2017	-0,0293	-0,0054	0,0000	0,0002	0,0052	0,0329
2018	-0,0377	-0,0048	0,0001	0,0002	0,0048	0,0607
2019	-0,0357	-0,0047	-0,0002	-0,0003	0,0041	0,0258

Bei den Zuzügen aus Deutschland ist zu erkennen, dass in Kombination mit deutscher Staatsbürgerschaft größere Häufigkeiten auftreten als in Kombination mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft. Besonders deutlich wird dies am Beispiel der besonders großen Altersklasse von 4 bis 19 Jahren bei Männern mit nichtdeutscher EU-Staatsbürgerschaft. Im Jahr 2011 sind demnach lediglich 3 Personen in dieser Altersklasse nach Trier gezogen. In Verbindung mit den geringen Zellbesetzungen sind auch die deutlichen Abweichungen bei ausländischen Staatsbürgerschaften nach 10 Simulationsdurchläufen durchaus zu erwarten. Hinzu kommt, dass die Kalibrierungsbenchmarks für ausländische Staatsbürger in 5-Jahresschritten gebildet werden und die Auswahl aus einer Population erfolgt, die in zwei vorgelagerten Schritten erst durch die Fortzüge über Kreisebene und anschließend durch die Binnenmigration auf Grundlage stochastischer Prozesse ausgewählt wurde. Im Gegensatz dazu werden die Verteilungen deutscher Staatsbürger nahezu genau getroffen. Ein entgegengesetztes Bild bietet sich bei den Zuzügen aus dem Ausland in Abbildung 4.19. Durch die geringe Anzahl deutscher Staatsbürger kommt es hier zu größeren Abweichungen. Gleichzeitig werden die Verteilungen in Kombination mit nichtdeutscher Staatsbürgerschaft sehr gut eingehalten. Insgesamt gelingt die Simulation der Zuzüge über alle soziodemographischen Klassen hinweg durchweg gut, was dafürspricht, dass das hier verwendete Vorgehen durchaus in der Lage ist, die bekannten Bevölkerungsentwicklungen über Migrationsbewegungen – zumindest retrospektiv – nachzubilden.



Abbildung 4.18: Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus Deutschland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

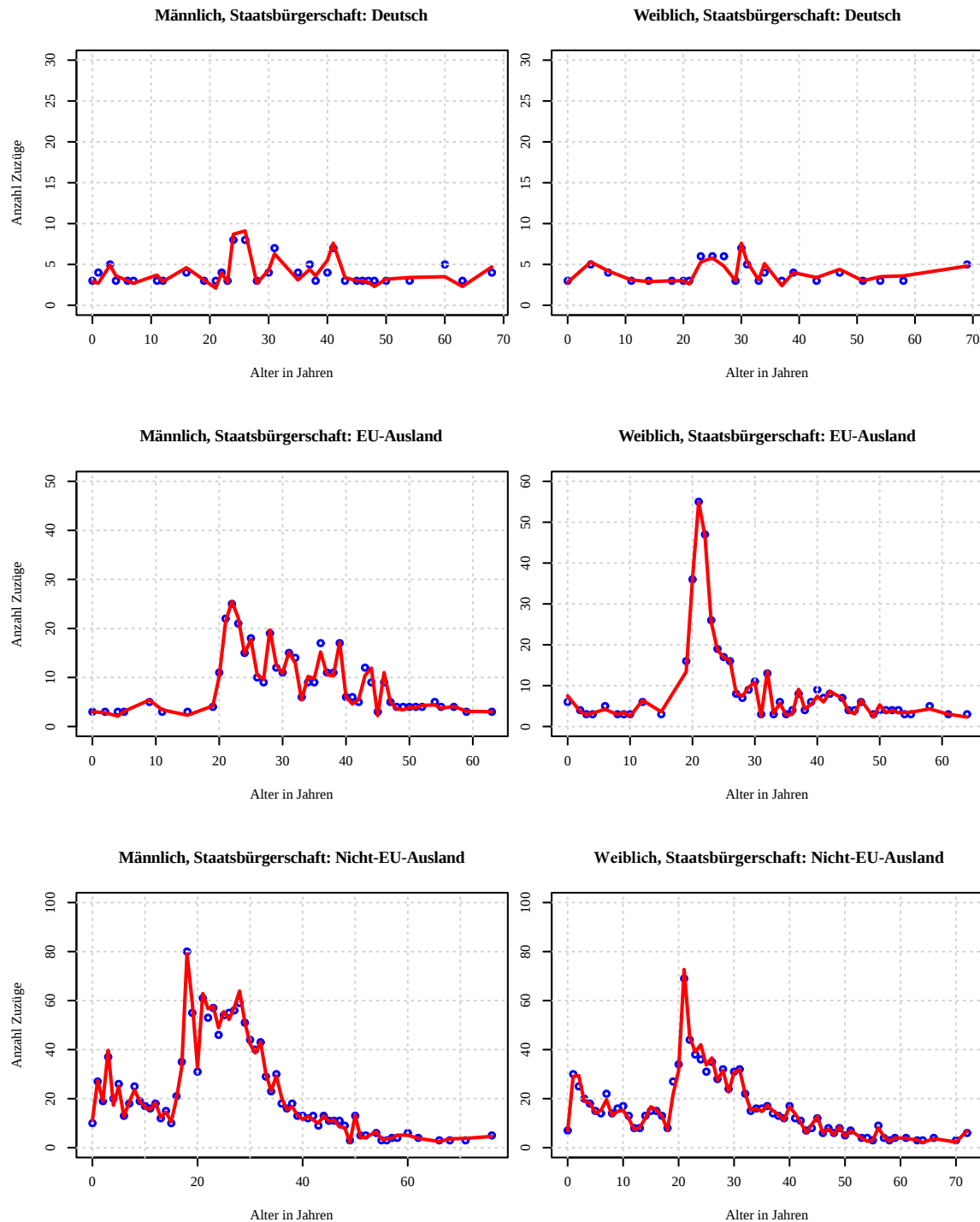


Abbildung 4.19: Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus dem Ausland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Trier 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

4.5.3 Simulationsergebnisse: Simulationshorizont 2041

Nachfolgend werden die Ergebnisse bei einer Fortschreibung der Population über 30 Jahre bis zum Jahr 2041 betrachtet. Während die Ergebnisse bis 2019 über Vergleiche mit der Wanderungsstatistik evaluiert werden können, lässt sich nachfolgend keine Bewertung der verschiedenen Simulationsergebnisse über externe Validierungen abgeben. Dennoch können die Resultate der unterschiedlichen Varianten, Wanderungen zu simulieren, verglichen und analysiert werden.

Abbildung 4.20 zeigt die relative Bevölkerungsentwicklung der Kreise und kreisfreien Städte für das Jahr 2041 zum Referenzjahr 2019 basierend auf verschiedenen Szenarien. Auf den ersten Blick lässt sich über die farblichen Muster bei allen Szenarien eine ähnliche Entwicklung ausmachen. Insbesondere im Osten Deutschlands verdeutlicht die Rotfärbung in weiten Teilen einen deutlichen Bevölkerungsrückgang. Ausgenommen davon sind Berlin sowie die an Berlin angrenzenden Kreise und einzelne Städte wie Leipzig und Dresden. Auch in anderen Gebieten Deutschlands, beispielsweise im Saarland, ist ein Rückgang der Einwohnerzahlen zu beobachten. Gleichzeitig zeigen sich auch deutliche Zunahmen in anderen Teilen Deutschlands, insbesondere in Bayern und Baden-Württemberg. Trotz der grundsätzlich ähnlichen Entwicklung treten sichtbare Unterschiede zwischen den Szenarien auf, die weniger die Richtung als die Intensität der Veränderung betreffen. So fällt der Rückgang der Bevölkerung im Osten in den Szenarien 1 und 3 deutlich geringer aus als in den Szenarien 2 und 4. In Szenario 4 ergeben sich die stärksten Veränderungen, sowohl in der Abnahme wie auch im Anstieg der Bevölkerung, was durch die stärkere Färbung der Flächen erkennbar ist.

Um einen besseren Eindruck der Unterschiede unter Berücksichtigung der zeitlichen Komponente zu bekommen, ist es notwendig, die Bevölkerungszahlen für ausgewählte Kreise näher zu betrachten. In Abbildung 4.21 sind die Einwohnerzahlen für Deutschland und ausgewählte kreisfreie Städte und Landkreise im Zeitverlauf dargestellt. Auf eine umfängliche Betrachtung aller Kreise wird an dieser Stelle verzichtet. Es lässt sich jedoch direkt erkennen, dass die Differenzen zwischen den Szenarien teilweise sehr stark ausfallen. Über alle Kreise hinweg liegen die Prognosen bis 2019 fast genau übereinander, da bis zu diesem Zeitpunkt die bekannten Daten der Wanderungsstatistik vorliegen. Ab welchem Zeitpunkt erste Unterschiede zwischen den Szenarien zu erkennen sind, ist wiederum stark von der ausgewählten Subpopulation abhängig. Für Gesamtdeutschland ergibt sich in Szenario 4 die stärkste Zunahme der Population, was schon früh ersichtlich wird. Bei den übrigen Szenarien treten erst deutlich später (circa ab dem Jahr 2027) erkennbare Differenzen in der Bevölkerungsentwicklung auf. Die grundsätzliche Tendenz ist jedoch in allen Szenarien ähnlich: Zuerst steigt die Einwohnerzahl an und nimmt anschließend wieder ab. Der Rückgang startet in Szenario 1 im Jahr 2027, in den Szenarien 2 und 3 im Jahr 2032 und in Szenario 4 im Jahr 2028.

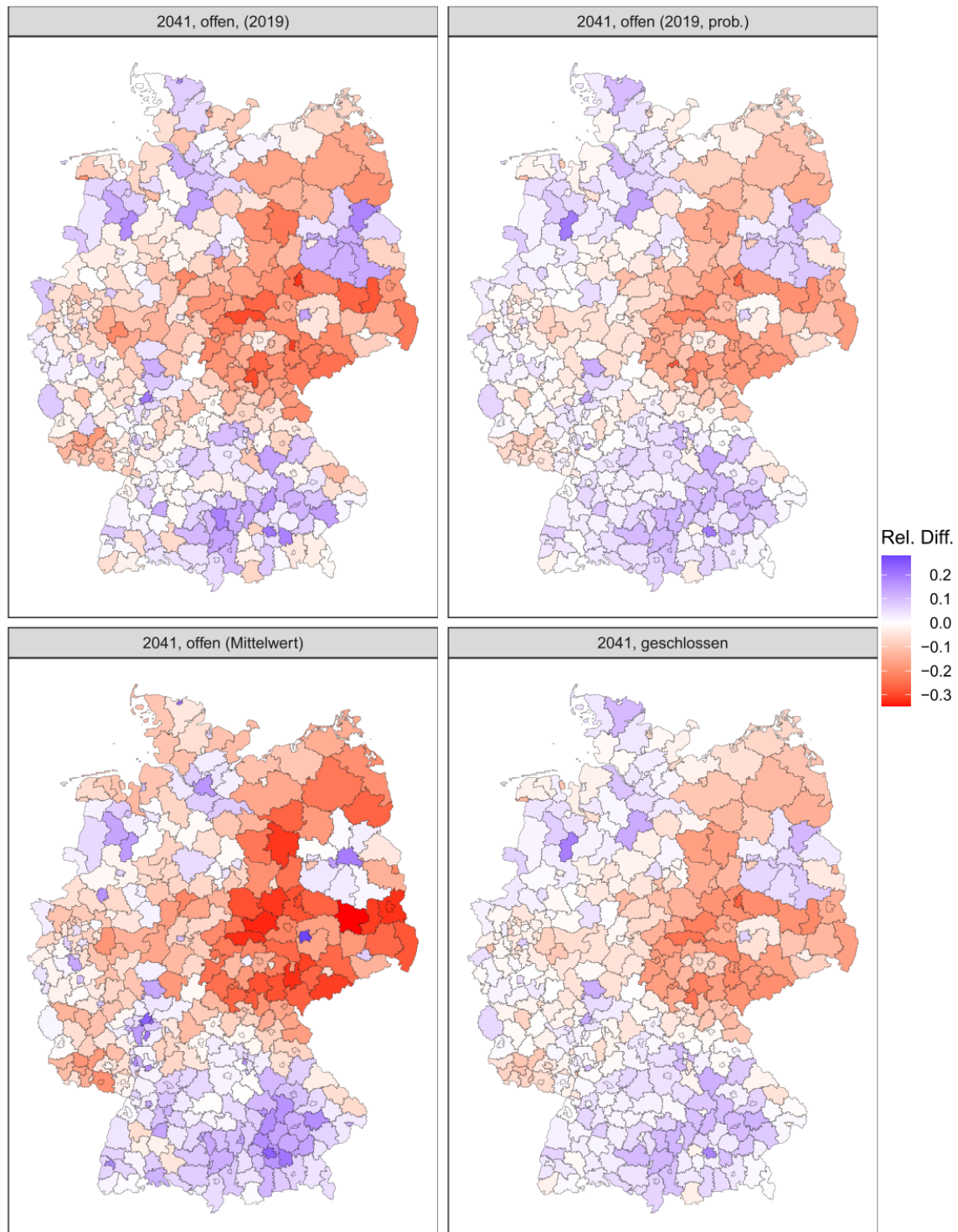


Abbildung 4.20: Simulierte Veränderung der Einwohnerzahl auf NUTS-3-Ebene bis zum Jahr 2041

Die geringste durchschnittliche Einwohnerzahl resultiert nach 30 simulierten Perioden mit 82,63 Mio. in Szenario 1, die höchste Einwohnerzahl mit 84,21 Mio. in Szenario 3. Dazwischen liegen die Werte der Szenarien 2 (83,77 Mio.) und 4 (83,16 Mio.). Es entstehen somit Differenzen von bis zu 1,57 Mio. Einwohnern. Eine Verallgemeinerung der Ergebnisse für Deutschland auf regional differenzierte Subpopulationen ist hier jedoch nicht möglich, wie sich bei Betrachtung einzelner Kreise zeigt. In Braunschweig führt beispielsweise Szenario 1 zum stärksten Anstieg der Einwohner mit einem ähnlichen Verlauf wie Szenario 3, wohingegen die Einwohnerzahlen in Szenario 2 relativ konstant bleiben und in Szenario 4 sogar rückläufig sind.

Tabelle 4.12: Relative Differenz der simulierten Zuzüge und Einwohnerzahlen zum Jahr 2019 für die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungszunahmen; RD: Relative Differenz, EW: Einwohner; in Klammern: Jahr

Kreis	BL	RD (41)	EW (41)	RD (31)	EW (31)
Szenario 1: offen, 2019					
Frankfurt a.M.	HE	0,2074	1.036.133	0,1132	955.297
München	BY	0,2070	1.806.500	0,1082	1658.530
Kaufbeuren	BY	0,1904	60.642	0,1077	56.431
LK Ebersberg	BY	0,1882	167.417	0,1070	155.987
LK Günzburg	BY	0,1872	136.903	0,1103	128.041
Szenario 2: offen, 2019, prob.					
München	BY	0,2002	1.796.333	0,1165	1.671.100
LK Vechta	NI	0,2001	156.682	0,1136	145.387
LK Heidekreis	NI	0,1340	151.829	0,0784	144.381
Frankfurt a.M.	HE	0,1326	973.428	0,0851	932.598
SK Heidelberg	BW	0,1243	181.777	0,0773	174.174
Szenario 3: offen, Mittelwert					
Leipzig	SN	0,2790	858.581	0,1442	768.071
Landshut	BY	0,2449	103.364	0,1361	94.334
Frankfurt a.M.	HE	0,2418	1.066.920	0,1321	972.658
München	BY	0,2387	1.853.756	0,1222	1.679.391
Offenbach a.M.	HE	0,2378	179.954	0,1299	164.265
Szenario 4: geschlossen					
LK Vechta	NI	0,1939	155.704	0,1133	145.185
München	BY	0,1870	1.775.563	0,1120	1.663.493
LK Heidekreis	NI	0,1257	150.950	0,0787	144.639
Frankfurt a.M.	HE	0,1249	965.169	0,0830	929.162
LK Gießen	HE	0,1207	309.269	0,0702	295.322

Tabelle 4.13: Relative Differenz der simulierten Einwohnerzahlen zum Jahr 2019 für die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungsabnahmen; RD: Relative Differenz, EW: Einwohner; in Klammern: Jahr

Kreis	BL	RD (41)	EW (41)	RD (31)	EW (31)
Szenario 4: geschlossen					
Dessau-Roßlau	NI	-0,2724	67.605	-0,1487	79.090
LK Sonneberg	TH	-0,2431	40.218	-0,1347	45.974
LK Kyffhäuserkreis	TH	-0,2414	55.690	-0,1269	64.092
LK Mansfeld-Südharz	ST	-0,2227	105.510	-0,1142	120.231
LK Saalfeld-Rudolstadt	TH	-0,2158	78.831	-0,1105	89.420
Szenario 1: offen, 2019					
Dessau-Roßlau	ST	-0,3219	62.933	-0,1612	77.841
Gera	TH	-0,3141	63.724	-0,1594	78.090
LK Kyffhäuserkreis	TH	-0,2976	51.557	-0,1475	62.574
LK Sonneberg	NI	-0,2967	37.186	-0,1534	44.766
LK Oberspreew.-Laus.	BB	-0,2840	77.516	-0,1416	92.932
Szenario 2: offen, 2019, prob.					
Suhl	TH	-0,2822	25.794	-0,1597	30.193
Dessau-Roßlau	ST	-0,2635	68.382	-0,1458	79.314
LK Sonneberg	TH	-0,2238	41.028	-0,1291	46.035
LK Kyffhäuserkreis	TH	-0,2172	57.599	-0,1177	64.916
LK Oberspreew.-Laus.	BB	-0,2041	86.245	-0,1108	96.358
Szenario 3: offen, Mittelwert					
LK Elbe-Elster	BB	-0,3466	63.373	-0,1032	87.186
LK Mansfeld-Südharz	ST	-0,3316	90.817	-0,1088	121.044
LK Kyffhäuserkreis	TH	-0,3275	49.448	-0,1177	64.916
LK Greiz	TH	-0,3269	63.697	-0,0977	85.423
LK Spree-Neiße	BB	-0,3229	76.023	-0,0735	104.096

Insgesamt führt Szenario 4 häufig zu extremen Veränderungen, wie am Beispiel der größten Bevölkerungszahlen für Darmstadt, Ingolstadt, Berlin, Erfurt und Berlin und der geringsten Bevölkerungszahlen für Trier und die Landkreise Meißen, Nordsachsen und Hildburghausen zu erkennen ist. Zugleich zeigen sich oft nur geringe Unterschiede zwischen den Szenarien 1, 2 und 4, wie die Entwicklungen für Darmstadt, Trier, Ingolstadt, Erfurt und die Landkreise Meißen, Nordsachsen und Hildburghausen verdeutlichen. Dennoch wird bei individueller Betrachtung der Kreise abermals deutlich, dass pauschale Aussagen kaum möglich sind und eine individuelle Betrachtung notwendig ist, um Vergleiche ziehen zu können. Szenario 1 führt bei insgesamt 66 Kreisen zur höchsten Einwohnerzahl im Jahr 2041, Szenario 2 bei 10

Kreisen, Szenario 3 bei 188 Kreisen und Szenario 4 bei 82 Kreisen. Die geringste Einwohnerzahl resultiert in Szenario 1 in 121 Kreisen, in Szenario 2 in 10 Kreisen, in Szenario 3 in 188 Kreisen und in Szenario 4 in 82 Kreisen.

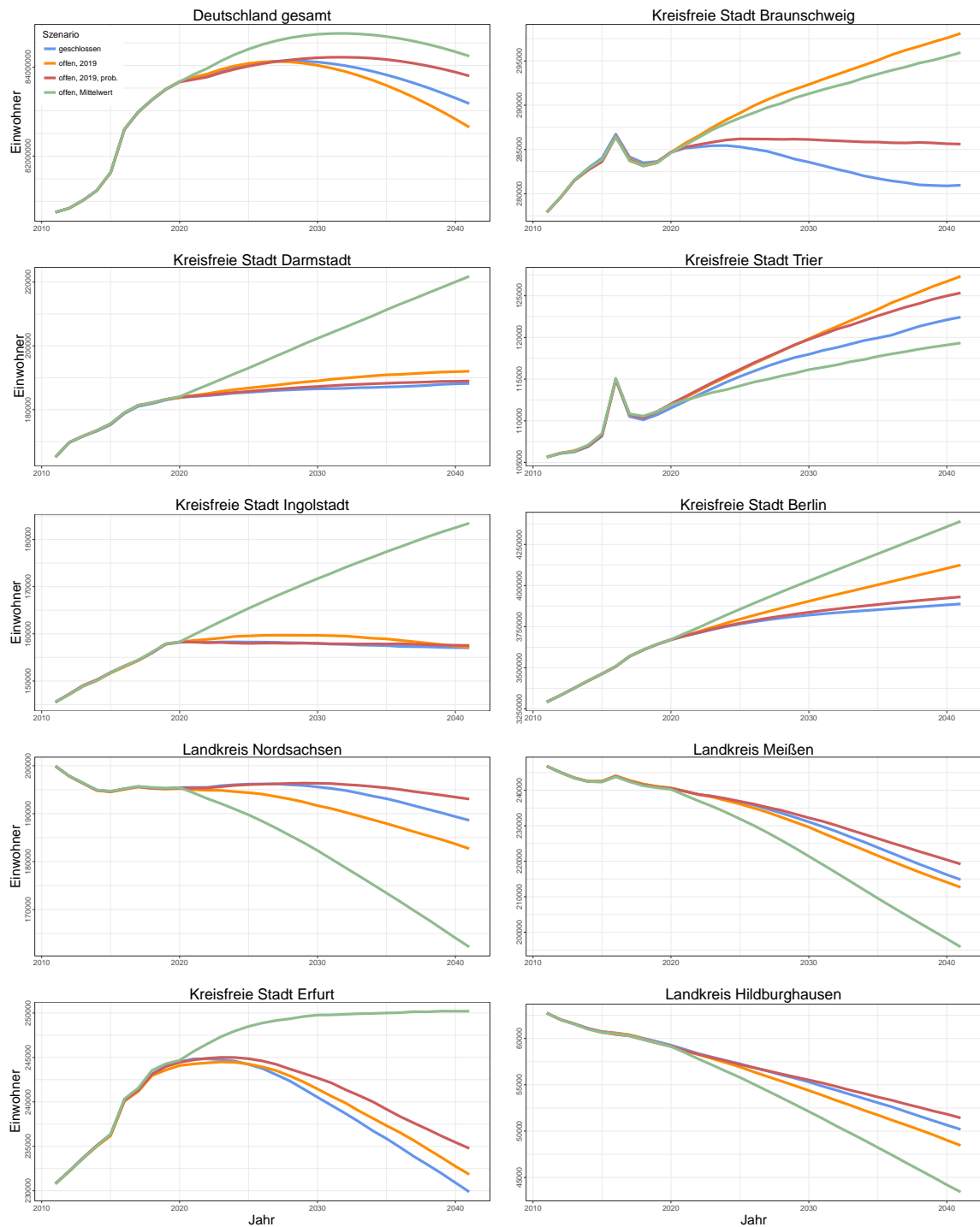


Abbildung 4.21: Simulierte Entwicklung der Einwohnerzahlen für Deutschland und ausgewählte Kreise bis zum Jahr 2041

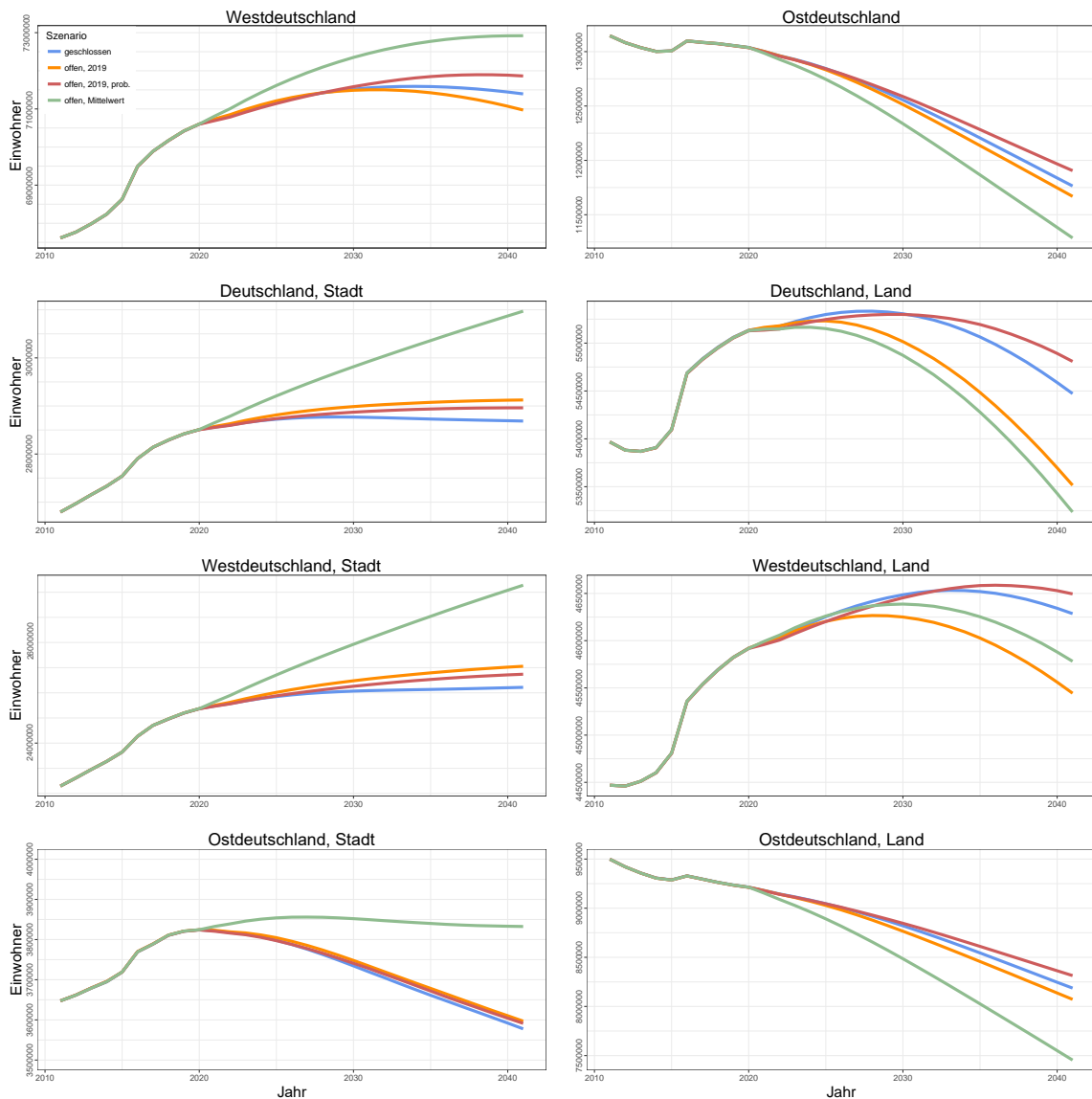


Abbildung 4.22: Simulierte Entwicklung der Einwohnerzahlen differenziert nach Ost- und Westdeutschland sowie Städte und Landkreise bis zum Jahr 2041

In Tabelle 4.12 sind die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungszunahmen und in Tabelle 4.13 die fünf Kreise mit den stärksten Bevölkerungsabnahmen für alle Szenarien für das Jahr 2041 zu finden. Ergänzend sind zum Vergleich die Werte für das Jahr 2031 aufgeführt, wobei die Reihenfolge teilweise abweichen kann. Auch hier lassen sich Parallelen der Entwicklung über die Szenarien beobachten. So finden sich Frankfurt am Main und München in allen Szenarien bei den am stärksten wachsenden NUTS-3-Regionen. Die stärksten Überschneidungen lassen sich in den Szenarien 2 und 4 beobachten. Die relativen Bevölkerungszunahmen der Kreise fallen insgesamt in Szenario 3 mit Werten zwischen 23,8% und 27,9% am stärksten aus, gefolgt von Szenario 1 mit Veränderungen zwischen 18,7% und 20,7% . Deut-

lich geringere Veränderungen treten in den Szenarien 2 (12,4% bis 20,0%) und 4 (12,1% bis 19,4%) auf. Alle Kreise mit dem stärksten Bevölkerungswachstum liegen in Niedersachsen, Hessen, Baden-Württemberg und Bayern. Einzige Ausnahme bildet Leipzig (Sachsen) in Szenario 3.

Unter den fünf Kreisen mit den am stärksten abnehmenden Einwohnerzahlen finden sich in allen Szenarien ausschließlich Regionen aus den neuen Bundesländern (Brandenburg, Sachsen-Anhalt und Thüringen). Die stärksten Veränderungen treten auch hier in Szenario 3 mit einem maximalen Rückgang um 34,7% im Landkreis Elbe-Elster (Brandenburg) auf. Ebenfalls starke Bevölkerungsabnahmen ergeben sich in Szenario 1, während die Veränderungen in den Szenarien 2 und 4 deutlich geringer ausfallen.

Wie bereits gezeigt werden konnte, gibt es deutliche Unterschiede in der Entwicklung der Bevölkerung zwischen den neuen und alten Bundesländern. Um eine differenziertere Analyse zu ermöglichen, werden nachfolgend die Einwohnerzahlen differenziert nach Ost- und Westdeutschland sowie nach Städten (kreisfreie Städte und Stadtkreise) und Landkreisen in Abbildung 4.22 näher betrachtet. Die beschriebenen extremeren Entwicklungen in Szenario 3 können auch hier bestätigt werden. Für städtische Gebiete sowie für Westdeutschland insgesamt werden hier die höchsten Einwohnerzahlen mit teils extremen Zunahmen (Deutschland, Stadt und Westdeutschland, Stadt) prognostiziert. In ländlichen Gebieten und Ostdeutschland treten wiederum – mit Ausnahme der Landkreise in Westdeutschland – die geringsten Bevölkerungszahlen auf. Die Szenarien 1, 2 und 4 führen zu teilweise sehr ähnlichen Verläufen, weisen jedoch insbesondere in den westdeutschen Landkreisen auch sichtbare Differenzen auf. Die allgemeinen Entwicklungstendenzen sind jedoch klar: Während in Westdeutschland – zumindest über eine begrenzte Zeitspanne – ein Anstieg verzeichnet werden kann, ist die Prognose für den Osten Deutschlands entgegengesetzt. Einzige Ausnahme bilden die Städte in den neuen Bundesländern in Szenario 3. Darüber hinaus zeigt sich, dass auch bei anfänglichem Wachstum die Steigung in beinahe allen Szenarien abnimmt und teilweise in eine Stagnation oder einen Rückgang der Einwohnerzahlen übergeht. Auch hier bildet Szenario 3 für die Städte, die einen fast linearen Bevölkerungsanstieg aufweisen, eine Ausnahme.

Abschließend werden die relativen Veränderungen der Einwohnerzahlen aus der 14. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung für die Bundesländer mit den Ergebnissen der Mikrosimulation verglichen. Dafür werden drei Varianten der Bevölkerungsvorausberechnung berücksichtigt: Moderate Entwicklung bei niedrigem Wanderungssaldo (G2L2W1), moderate Entwicklung der Geburtenhäufigkeit, Lebenserwartung und Wanderung (G2L2W2) und moderate Entwicklung bei hohem Wanderungssaldo (G2L2W3). Für eine ausführliche Beschreibung der Methodik sowie der Varianten sei auf Statistisches Bundesamt (2019b) verwiesen.

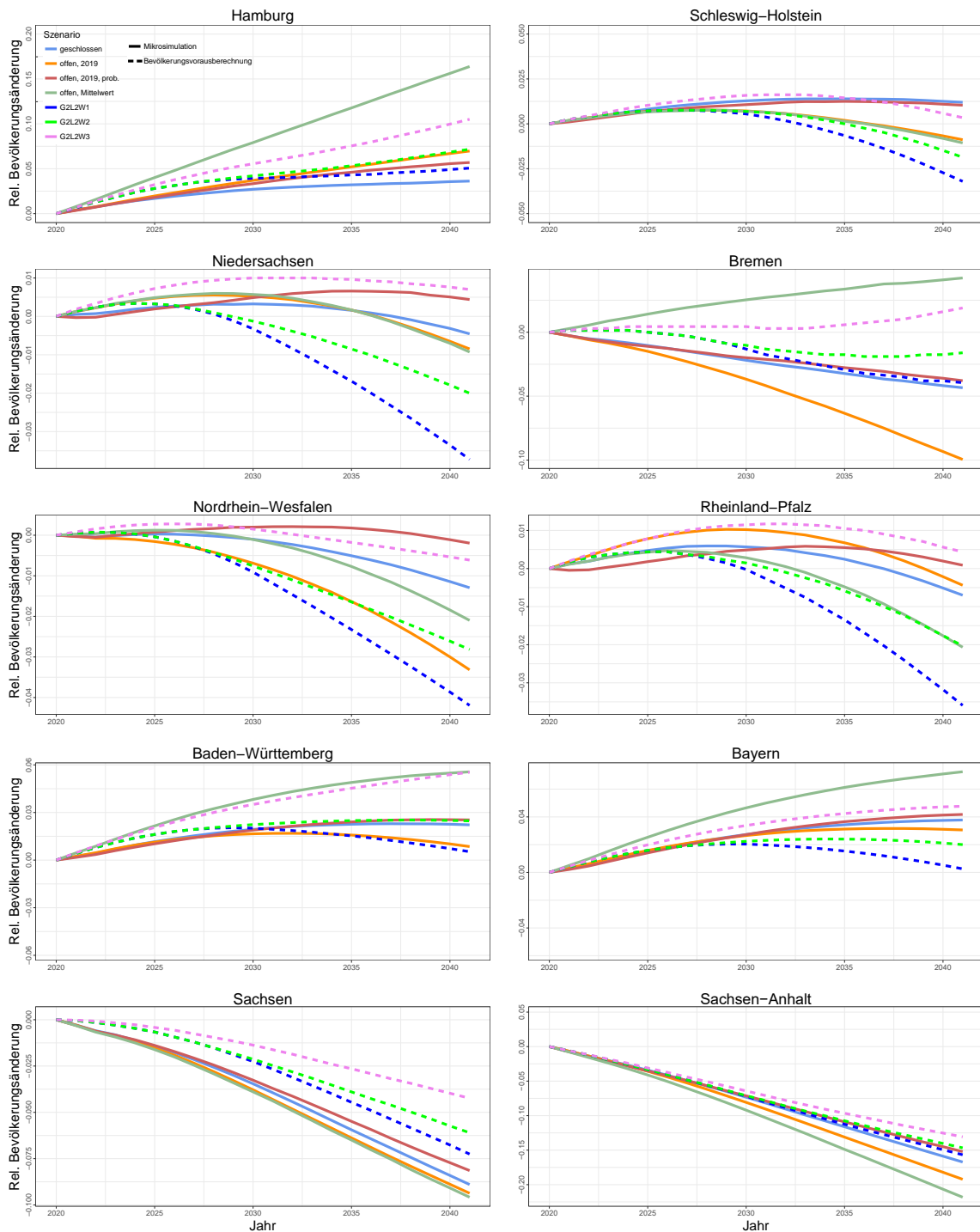


Abbildung 4.23: Vergleich der relativen Veränderung der simulierten Einwohnerzahlen für ausgewählte Bundesländer mit der Bevölkerungsvorausberechnung bis zum Jahr 2041

In Abbildung 4.23 sind die relativen Bevölkerungsänderungen der verschiedenen Szenarien der Mikrosimulation sowie der drei Varianten der Bevölkerungsvorausberechnung für ausgewählte Bundesländer abgebildet. Es fällt auf, dass die Ent-

wicklungsprognosen der Mikrosimulation im Wesentlichen mit den Ergebnissen der Bevölkerungsvorausberechnung übereinstimmen. Die deutlichsten Unterschiede zeigen sich in Bremen, da Szenario 1 (negativer Wanderungssaldo) und Szenario 3 (positiver Wanderungssaldo) in diesem Fall extreme Gegensätze darstellen. Die Entwicklungen bei Verwendung des geschlossenen Wanderungsmoduls (Szenario 4) liegen häufig – z.B. für Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Baden-Württemberg und Bayern – zwischen den Prognosen der Bevölkerungsvorausberechnung. Für Sachsen und Sachsen-Anhalt fallen die Prognosen der Mikrosimulation – mit Ausnahme von Szenario 3 für Sachsen-Anhalt – geringer aus, weisen jedoch die gleiche abnehmende Tendenz der Bevölkerungsvorausberechnung auf.

4.6 Zusammenfassung

Kaum eine Komponente in dynamischen Mikrosimulationen hat einen so starken Einfluss auf die Entwicklung der Basispopulation, wie das Wanderungsmodul. Dennoch finden Migrationsbewegungen in vielen Mikrosimulationsmodellen keine oder nur unzureichende Beachtung und werden auch im Bereich der Methodenforschung bisher kaum beachtet. Im Rahmen dieses Kapitels konnte gezeigt werden, dass ein Ignorieren von Wanderungen zu massiven Verzerrungen der Bevölkerungsstrukturen führt. Während es für die meisten Mikrosimulationsmodelle genügt, Migration auf nationaler Ebene zu berücksichtigen, muss der Fokus in regionalisierten Mikrosimulationen auf kleinere geographische Gebiete gelegt werden. Hierbei kann unterschieden werden zwischen Simulationen auf regional begrenzten und geographisch differenzierten Basispopulationen. Bei regional begrenzten Basispopulationen müssen sämtliche Fort- wie auch Zuzüge nachgebildet werden, wobei sich das Vorgehen im Vergleich zu ausschließlicher Simulation der Migration mit dem Ausland nicht unterscheidet. Lediglich die Anzahl der wandernden Personen wird durch die Aufnahme der Binnenmigration erweitert. In diesem Fall werden sämtliche Wanderungen über ein offenes Modul umgesetzt. Bei geographisch differenzierten Basispopulationen kann entweder jede regionale Einheit für sich nach demselben Prinzip simuliert oder die Binnenmigration innerhalb der Population über ein geschlossenes Modul nachgebildet werden. Während offene Modellierungen eine Reihe fester Annahmen zur zukünftigen Entwicklung auf kleinräumiger Ebene benötigen, können geschlossene Modellierungen Binnenmigrationsbewegungen auf Grundlage individueller Wahrscheinlichkeiten simulieren. Ein bedeutender Vorteil geschlossener Wanderungsmodule liegt in der Konsistenz der Wanderungen innerhalb der Basispopulation. Die Anzahl zugezogener Personen entspricht somit auch immer der Anzahl fortgezogener Personen. Ausgenommen davon sind die Wanderungen über Landesgrenzen. Es ist durchaus wünschenswert, dass Zuwanderungszahlen in einem Kreis auch direkt durch die Abwanderung in anderen Kreisen beeinflusst werden.

In diesem Kapitel wurden Möglichkeiten zur Implementierung von Wanderungsmodulen in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationsmodellen für Deutschland beschrieben und konkrete Problemstellungen der praktischen Umsetzung untersucht. Der große Umfang der Basispopulation mit über 80 Mio. Individuen sowie die regionale Differenzierung auf Kreisebene stellen enorme Herausforderungen für die Simulation von Migrationsbewegungen dar. Als einzige geeignete Datenquelle bietet die Wanderungsstatistik eine umfassende Erfassung aller Fort- und Zugezogener sowie die Differenzierung nach Herkunfts- und Zielgemeinde unter Berücksichtigung verschiedener soziodemographischer Merkmale (Destatis, 2020). Da in der Wanderungsstatistik jedoch keine Informationen zu Haushaltsstrukturen wandernder Personen enthalten sind, ist es – sofern Haushaltsstrukturen Teil der Basispopulation sind – notwendig, weitere Anpassungen vorzunehmen. Mithilfe des BIRLS-Algorithmus können Haushaltswahrscheinlichkeiten so angepasst werden, dass Totalwerte auf Individualebene eingehalten werden. Gleichzeitig wird über eine Begrenzung des Wertebereichs sichergestellt, dass Werte zwischen 0 und 1 resultieren. Ein Vergleich mit etablierten Kalibrierungsmethoden für Gewichte konnte aufgezeigt werden, dass der BIRLS-Algorithmus dabei durchaus wünschenswerte Eigenschaften hinsichtlich der Beibehaltung von Startwahrscheinlichkeiten aufweist. Dadurch lassen sich weitere Informationen aus Surveydaten in den Prädiktionsprozess integrieren.

In einer Simulationsstudie wurde die MikroSim-Basispopulation unter der Verwendung verschiedener Wanderungsmodule über 40 Jahre fortgeschrieben. Dadurch konnte gezeigt werden, dass die Art der Umsetzung in der Lage ist, retrospektive Bevölkerungsentwicklungen nachzubilden. Teils deutliche Unterschiede zwischen den Modulen ergeben sich jedoch in der Vorhersage der zukünftigen Einwohnerzahlen, auch wenn die Tendenzen in ähnliche Richtungen gehen. Die Auswirkungen verschiedener Wanderungsszenarien wirken sich je nach Kreis unterschiedlich aus und erfordern weitere kleinräumige Untersuchungen. Ein Vergleich mit den Projektionen der Bevölkerungsvorausberechnung auf Bundeslandebene zeigt viele Parallelen. Unterschiede sollten jedoch in diesem Fall nur unter Vorbehalt interpretiert werden, da die Varianten der Wanderungen in der Bevölkerungsvorausberechnung in einer anderen Form umgesetzt werden.

Die Thematik der Wanderungen im Bereich dynamischer Mikrosimulationen bietet auch zukünftig umfassendes Potential für weiterführende Forschung und Erweiterungen. Für die Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten können komplexere Kalibrierungsalgorithmen mit Relaxierung der Nebenbedingungen zur Sicherstellung der Ergebnisfindung bei gleichzeitiger Beschränkung des Wertebereichs eingesetzt werden (z. B. Burgard et al., 2019b). Zudem gilt es, Möglichkeiten der Erstellung (synthetischer) Zuzugpopulationen zu untersuchen, da es insbesondere bei Zuwanderung aus dem Ausland fraglich ist, ob die Charakteristiken der Migranten auf Grundlage der Basispopulation ausreichend gut nachgebildet werden können. Ne-

ben methodischen Weiterentwicklungen bieten sich auch umfassende Möglichkeiten zur Untersuchung inhaltlicher Fragestellung und Szenarien. In dieser Arbeit wurden ausschließlich die Einwohnerentwicklungen betrachtet. Mikrosimulationen lassen jedoch jegliche Art der univariaten und multivariaten Analyse soziodemographischer Entwicklungen zu, was einen entscheidenden Vorteil gegenüber der Bevölkerungsvorausberechnung ausmacht. Des Weiteren muss – insbesondere bei offener Simulation von Wanderungen – die Entwicklung von Szenarien weiter evaluiert werden. Hier ergeben sich zahlreiche Anknüpfungspunkte an bestehende Methoden der Bevölkerungsprojektionen. So können beispielsweise Zeitreihenmodelle angewendet werden, um Wanderungsentwicklungen auf Makroebene zu projizieren (z. B. Howe und Jackson, 2004). Auch Untersuchungen zur Entwicklung von zukünftigem Wohnraum bieten potentielle Anwendungsfelder. In diesem Kontext spielt besonders die geschlossene Simulation von Wanderungsbewegungen eine wichtige Rolle. Unter Berücksichtigung zukünftiger Bebauungspläne und externen Informationen lässt sich das Wohnraumangebot regional beschränken, was wiederum Veränderungen der Wanderungsdynamiken nach sich zieht.

Kapitel 5

Sensitivitätsanalysen zur Quantifizierung von Unsicherheiten

Die Messung von Unsicherheit stellt bei Mikrosimulationen eine besondere Herausforderung dar. Während es in den meisten Bereichen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften gängige Praxis ist, die Unsicherheit von empirischen Schätzungen, beispielsweise in Form von Konfidenzintervallen, zu quantifizieren und diese bei Veröffentlichung von statistischen Analysen anzugeben, spielen diese im Bereich von Mikrosimulationen kaum eine Rolle. Das ist insbesondere bei dynamischen Modellen der Fall, da immer ein Anstieg der Anzahl potentieller Einflussgrößen mit der Komplexität des Gesamtmodells und der Fortschreibung der Population einhergeht. Dabei ist neben der Anzahl auch die Heterogenität der einzelnen Komponenten dafür verantwortlich, dass klassische Verfahren der Unsicherheitsmessung nicht eingesetzt werden können. Sensitivitätsanalysen bieten in diesen Fällen die Möglichkeit, den Einfluss verschiedenster Inputfaktoren auf ausgewählte Zielwerte in komplexen Systemen zu analysieren. Obwohl die Anwendung in der Literatur häufig thematisiert und empfohlen wird, finden sich kaum anwendungsorientierte Beschreibungen der Methode. In diesem Kapitel liegt der Fokus auf der Anwendung varianzbasierter Sensitivitätsanalysen zur Erfassung und Quantifizierung verschiedener Einflussfaktoren in dynamischen Mikrosimulationen. Teile des Kapitels orientieren sich an Burgard und Schmaus (2019).

Zu Beginn wird in Abschnitt 5.1 ein Überblick über mögliche Unsicherheitsquellen und Möglichkeiten der Erfassung in dynamischen Mikrosimulationsmodellen gegeben. Anschließend wird in Abschnitt 5.2 die Methodik der varianzbasierten Sensitivitätsanalyse sowie deren Anwendbarkeit zur intertemporalen Messung von Unsicherheiten erläutert. Anhand eines beispielhaften Mikrosimulationsmodells

wird die Funktionsweise von Sensitivitätsanalysen zur Messung von Unsicherheiten ausgewählter Regressionsmodelle und Parameter in Abschnitt 5.3 beschrieben. Eine Umsetzung im MikroSim-Modell in Abschnitt 5.4 verdeutlicht die Anwendung zum Vergleich verschiedener Szenarien unter Berücksichtigung regionaler Strukturen. Abschließend erfolgt in Abschnitt 5.5 eine Zusammenfassung des Kapitels sowie ein Ausblick.

5.1 Unsicherheit in dynamischen Mikrosimulationen

Um einen Einblick in die Thematik der Unsicherheitsmessung im Rahmen von Mikrosimulationen zu geben, werden unter 5.1.1 zunächst die potentiellen Quellen von Unsicherheit beschrieben. Anschließend folgt in Abschnitt 5.1.2 ein Überblick über den Umgang mit Unsicherheit in dynamischen Modellen.

5.1.1 Unsicherheitsquellen

Wie bereits in Kapitel 2 verdeutlicht wurde, lassen sich dynamische Mikrosimulationen nicht ohne eine umfassende methodische Differenzierung beschreiben. Bei der Erstellung von Mikrosimulationen sind viele Entscheidungen an den unterschiedlichsten Stellen zu treffen, die wiederum zu extremen strukturellen Unterschieden der resultierenden Modelle führen können. Je umfassender eine Population nachgebildet und das Verhalten der Individuen für die Fortschreibung berücksichtigt wird, desto komplexer wird die Gesamtstruktur und desto größer und heterogener die Anzahl potentieller Unsicherheitsquellen.

In dynamischen Mikrosimulationsmodellen können verschiedene Arten von Unsicherheit identifiziert werden, die sich jedoch oft nicht klar voneinander abgrenzen lassen: Monte-Carlo-Unsicherheit, Methodologische Unsicherheit, Strukturelle Unsicherheit, Parameterunsicherheit und die Unsicherheit der Basispopulation (Bilcke et al., 2011; Sharif et al., 2012, Lappo, 2015).

Monte-Carlo-Unsicherheit (MC-Unsicherheit bzw. stochastische Unsicherheit) ist ein Resultat der stochastischen Prozesse und somit direkt mit dynamischen Mikrosimulationen verbunden. Durch die Simulation von Zustandsänderungen auf Basis von Wahrscheinlichkeiten resultieren bei wiederholter Durchführung der gleichen Simulation unterschiedliche Ergebnisse (Burgard und Schmaus, 2019). Jedoch können auch bei statischen Mikrosimulationen stochastische Prozesse eingebunden werden, wie es bei *Behavioural-Modellen* teilweise der Fall ist (Li, 2011; O'Donoghue, 2021). Dadurch kann das Verhalten von Individuen als Reaktion auf politische Maßnahmen unter Verwendung stochastischer Prozesse simuliert werden. Ähnlich kann auch

die modellbasierte Ergänzung einzelner Variablen in der Basispopulation zu dieser Art der Unsicherheit führen. Fehlen beispielsweise kategoriale Variablen, so lassen sich modellbasiert individuelle Wahrscheinlichkeiten für Zustände schätzen, die wiederum als Grundlage für eine stochastische Bestimmung der Ausprägungen dienen. Auch bei metrischen Variablen werden zur Vermeidung zu vieler identischer Ergebnisse zufällige Werte auf die Schätzungen addiert (Alfons et al., 2011, Ertz, 2022). Die zufälligen Schwankungen werden auch als Monte-Carlo-Varianz (MC-Varianz) bezeichnet (Gentle, 2006; Robert und Casella, 2013). Zur Berücksichtigung der MC-Unsicherheit sollten Mikrosimulationen mit stochastischen Komponenten wiederholt durchgeführt und die Ergebnisse über die Wiederholungen gemittelt werden (Van Imhoff und Post, 1998; Dowling et al., 2002). Grundsätzlich gilt, je mehr Simulationsdurchläufe, desto zuverlässiger ist die Unsicherheitsabschätzung und desto präziser (im Sinne der MC-Varianz) das Ergebnis. In der Praxis existiert bislang keine feste Definition des Konvergenzbegriffs bei der Durchführung von Mikrosimulationen und die letztendliche Wahl der Anzahl an Simulationsdurchläufen obliegt der individuellen Entscheidung der Forschenden.

Methodologische Unsicherheit bezieht sich auf die Wahl verschiedener normativer Ansätze zur Umsetzung von Zustandsänderungen im Rahmen einer Simulation (Bilcke et al., 2011). Darunter fällt unter Anderem der Fokus der jeweiligen Simulation bei der Auswahl der Entscheidungsträger, die zum Beispiel aus Individuen oder Haushalten bestehen können. Potentielle Eingrenzungen der Population auf interessierende Subpopulationen (bei sogenannten Kohortenmodellen) und die Operationalisierung der Zielgrößen können zu dieser Art der Unsicherheit gezählt werden. Obwohl ein Vorteil von Mikro- gegenüber Makrosimulationen in der Verfügbarkeit der Individualdaten liegt, muss immer eine finale Auswahl an interessierenden Zielwerten getroffen werden.

Strukturelle Unsicherheit bezieht sich auf den Aufbau des Gesamtmodells und die Entscheidungen, die in diesem Kontext getroffen werden (Bilcke et al., 2011; Sharif et al., 2012). Die Unsicherheit ergibt sich beispielsweise aus der Wahl der Basispopulation, der verwendeten Methoden zur Modellierung von Zuständen oder Zustandsänderungen und dem konkreten Modellaufbau. Existieren mehrere Populationen, die als Basispopulation geeignet sind, entsteht Unsicherheit aus der final getroffenen Entscheidung. Ebenso muss festgelegt werden, wie Übergangswahrscheinlichkeiten modelliert werden sollen. Somit fällt die Unsicherheit aus der Wahl der Modelle (bspw. GLM, GAM, CTREE, usw.) in diese Kategorie. Auch der Modellierungsprozess selbst sowie die Auswahl geeigneter Variablen und der Einsatz von Variablentransformationen stellen mögliche Faktoren dar (Briggs et al., 2012).

Parameterunsicherheit resultiert aus der Tatsache, dass Wahrscheinlichkeiten für Zustandsänderungen in der Regel über statistische Modelle berechnet werden, deren Parameter a priori nicht bekannt sind und deshalb auf Stichprobendaten geschätzt

werden müssen (Sharif et al., 2012). Bei zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen handelt es sich bei den Modellen meist um (kategoriale) Regressionsmodelle, bei zeitstetigen Modellen um Methoden der Ereignisdatenanalyse wie Cox-Regressionen, die auf Basis von Erhebungsdaten geschätzt werden (Burgard et al., 2020a). Somit ist die Parameterunsicherheit direkt mit der Unsicherheit aus dem Datengenerierungsprozess der Modellierungsdaten und somit mit der klassischen Stichprobenunsicherheit verknüpft. Sofern die Parameter nicht aus empirisch geschätzten Modellen stammen, sondern über Annahmen der Forschenden festgelegt werden, handelt es sich wiederum um subjektive Unsicherheit (Sharif et al., 2012).

Unsicherheit der Basispopulation wird zwar oft zur methodologischen Unsicherheit gezählt, jedoch scheint es sinnvoll, diese in einer eigenen Kategorie einzuordnen (Sharif et al., 2012; Bilcke et al., 2011). Die grundsätzliche Entscheidung über die Art eines geeigneten Datensatzes, sofern Alternativen vorliegen, kann als methodologische Unsicherheit gewertet werden. Davon abgegrenzt wird jedoch die Unsicherheit, die aus der Basispopulation selbst resultiert, wenn die Daten aus keiner Vollerhebung stammen oder weitere Informationen ergänzt werden müssen. Bei Stichprobendaten inkludiert dies die Unsicherheit aus dem Datenerhebungsprozess. Im Falle synthetisch erzeugter Populationen ergeben sich wiederum komplexere Unsicherheitsstrukturen. Dabei können alle bereits aufgeführten Unsicherheitsquellen ebenso im Prozess der Datensatzerzeugung identifiziert werden. Darunter fallen unter anderem die verwendeten Daten sowie die zugrundeliegenden Modellierungen.

In der Literatur wird im Kontext von Mikrosimulationen oft ausschließlich zwischen stochastischer Unsicherheit (Unsicherheit erster Ordnung), Parameterunsicherheit (Unsicherheit zweiter Ordnung) und struktureller Unsicherheit (Unsicherheit dritter Ordnung) unterschieden (Sharif et al., 2012).

Eine alternative Möglichkeit zur Differenzierung von Unsicherheitsquellen in Mikrosimulationen bietet die Unterscheidung nach randomisierten und strukturellen Unsicherheiten. Randomisierte Unsicherheiten sind an einen Zufallsprozess geknüpft. Dazu zählen beispielsweise Unsicherheiten, die sich aus dem Stichprobenziehungsprozess, der Parameterschätzung oder der stochastischen Simulation von Zuständen oder Zustandsänderungen ergeben. Den strukturelle Unsicherheiten lassen sich – entgegen der oben angeführten Definition – alle Entscheidungen zuordnen, die im Rahmen einer Mikrosimulation getroffen werden, beispielsweise für eine bestimmte Art der Modellierung von Übergangswahrscheinlichkeiten. Eine prozessbasierte Betrachtung zeigt, dass an unterschiedlichen Stellen jeweils strukturelle und randomisierte Komponenten zu finden sind. Während randomisierte Unsicherheiten über Konfidenzintervalle quantifiziert werden können, lassen sich strukturelle Unsicherheiten lediglich über eine Bandbreite erfassen.

5.1.2 Unsicherheitsmessung in dynamischen Mikrosimulationen

Im Rahmen statischer Mikrosimulationen existieren einige bewährte Ansätze zur Schätzung von Konfidenzintervallen für ausgewählte Zielwerte (Lappo, 2015; Goedemé et al., 2013). Dabei werden bereits etablierte Methoden der Varianzschätzung angewendet (Woodruff, 1971; Shao und Tu, 1995; Wolter, 2007; Münnich, 2008). Der Fokus liegt hierbei jedoch ausschließlich auf der Messung von Stichprobenunsicherheit der Basispopulation. Eine Verallgemeinerung lässt sich nicht für alle Arten möglicher Datensätze (siehe dazu auch Abschnitt 2.3) vornehmen. Bei dynamischen Mikrosimulationen setzt sich die Gesamtunsicherheit meist aus einer Kombination aller genannten Quellen zusammen. Die Anwendung üblicher Verfahren ist daher aufgrund der Modellkomplexität nicht mehr möglich (Sharif et al., 2012; Lappo, 2015).

Inzwischen gibt es auch sinnvolle Konzepte zur Generierung von Konfidenzintervallen in dynamischen Modellierungen, die bereits umgesetzt werden konnten. Dabei liegt das Ziel nicht auf der Messung der gesamten Unsicherheit, sondern auf der Unsicherheit durch die Parameterschätzung der zugrundeliegenden Modelle, die entsprechend der Definition in Abschnitt 5.1.1 zu den randomisierten Unsicherheitsquellen gezählt werden kann. Die Messung der Parameterunsicherheit erfolgt über die wiederholte Ziehung der Modellparameter aus einer multivariaten Verteilung, die wiederum aus der geschätzten Varianz-Kovarianz-Matrix der zugrundeliegenden Modelle abgeleitet wird (Creedy et al., 2007; Sharif et al., 2012; Sharif et al., 2017; Richardson et al., 2018). Diese Methoden können als Formen des parametrischen Bootstraps verstanden werden (Davison und Hinkley, 1997).

Eine weitere Möglichkeit der Unsicherheitsmessung wird mit Sensitivitätsanalysen eröffnet. Hierbei wird jedoch nicht die Schätzung von Unsicherheitsintervallen bezweckt, sondern die Quantifizierung und der Vergleich des Einflusses verschiedener Inputfaktoren auf einen ausgewählten Zielwert. Daher finden Sensitivitätsanalysen besonders im Bereich der Unsicherheitsmessung für zusammengesetzte Indikatoren Anwendung (Münnich und Seger, 2014; Articus et al., 2021; Güdemann und Münnich, 2021). Auch im Kontext von Mikrosimulationen wird die Durchführung für unterschiedliche Zwecke empfohlen. So lässt sich durch die Variation unsicherer Einflussfaktoren die Zuverlässigkeit der Mikrosimulationen prüfen (Dowling et al., 2002). Sensitivitätsanalysen werden auch als Validierungstechnik zur Analyse von Simulationsergebnissen unter extremen Annahmen und Parametern der Modelle vorgeschlagen (Brown et al., 2011). Rutter et al. (2011) empfehlen diese beispielsweise zur Überprüfung der Plausibilität, insbesondere im Falle nicht direkt beobachtbarer Parameter. Sofern Grund zur Annahme für fehlerhafte Simulationsverläufe besteht, können Sensitivitätsanalysen helfen, die verantwortlichen Komponenten zu identi-

fizieren (National Research Council, 1991, S. 159). Die SAGE-Forschungsgruppe nennt als Anwendungsfelder die Messung des Einflusses verschiedener Parameter auf den Simulationsoutput und die Analyse makroökonomischer Indikatoren (Zaidi und Rake, 2001). Auch in Kombination mit Alignment-Methoden lässt sich diese Form der Analyse anwenden, insbesondere, wenn politische Maßnahmen hinsichtlich verschiedener Szenarien, beispielsweise zu Geburten und Sterbefällen, untersucht werden sollen (Harding et al., 2010; Burgard et al., 2020b). Darüber hinaus lassen sich Simulationsergebnisse unter verschiedenen Szenarien und Unsicherheiten über Sensitivitätsindizes graphisch veranschaulichen (Marois et al., 2017).

Ein bedeutender Vorteil von Sensitivitätsanalysen für dynamische Mikrosimulationsmodelle liegt in der Flexibilität ihrer Anwendung. Es lassen sich die unterschiedlichsten Einflussgrößen als Faktoren definieren und deren Einfluss quantifizieren und vergleichen. So können Unsicherheiten über Konfidenzintervalle – beispielsweise von Modellparametern oder Entwicklungsszenarien – genauso wie verschiedene Methoden zur Fortschreibung und Datenerstellung als Einflussfaktor definiert und eingebunden werden. Sogar vollständig annahmebasierte Einflussgrößen (zum Beispiel vordefinierte Entscheidungsregeln) können herangezogen werden. Einzige Voraussetzung ist, dass sich die Unsicherheiten als Faktoren definieren und unabhängig voneinander implementieren lassen.

5.2 Varianzbasierte Sensitivitätsanalysen für Mikrosimulationen

Nachfolgend wird die Anwendung varianzbasierter Sensitivitätsanalysen im Kontext dynamischer Mikrosimulationen beschrieben. Dafür wird in Abschnitt 5.2.1 die Methode zunächst allgemein vorgestellt und anschließend in Abschnitt 5.2.2 der spezielle Anwendungsfall für dynamische, zeitdiskrete Mikrosimulationen betrachtet.

5.2.1 Methodik varianzbasierter Sensitivitätsanalysen

Grundsätzlich lassen sich Sensitivitätsanalysen als Methode zur Messung des Einflusses von verschiedenen Ursachen der Unsicherheit im Modellinput auf die Unsicherheit des Modelloutputs beschreiben (Saltelli et al., 2008, S. 1). Die Gründe für die Anwendung von Sensitivitätsanalysen sind vielfältig. So können Parameter identifiziert werden, die zum Zwecke der Varianzreduktion weiterer Untersuchungen bedürfen oder irrelevant für das Ergebnis sind und eliminiert werden können. Auch für analytische Zwecke können Sensitivitätsanalysen herangezogen werden, um zu untersuchen, welcher Parameter den größten Einfluss auf die Variabilität des Ergebnisses hat oder am höchsten mit dem Ergebnis korreliert ist. Zudem lassen sich

damit Konsequenzen von konkreten Änderungen der Parameter auf das Ergebnis quantifizieren (Hamby, 1994).

Modelle werden allgemein als eine Reihe von Strukturen und Hypothesen verstanden, die der Untersuchung von Phänomenen der realen Welt dienen (Saisana et al., 2005). Im vorliegenden Fall entspricht das Modell einem Mikrosimulationsmodell, das wiederum nachfolgend als Funktion $f(\cdot)$ verstanden wird. Das Ergebnis der Funktion sei ein beliebiger univariater Zielwert $\theta^{(s)}$ für die simulierte Periode s . Durch die Zerlegung der Varianz des Zielwertes können die Einflussstärken der K -dimensionalen paarweise unabhängigen Inputfaktoren $\mathbf{Z} = \{Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_K\}$ identifiziert werden (Sobol, 1993). Die Inputfaktoren selbst können sich wiederum aus unterschiedlichen Bestandteilen zusammensetzen. Als Faktoren lassen sich beispielsweise verschiedene Szenarien, Modelle, Parameter und Datenquellen definieren. Es kann folglich ein funktionaler Zusammenhang zwischen Zielwert und Inputfaktoren hergestellt werden (Saltelli et al., 2008, S. 159). Bei dynamischen Simulationen sollte zusätzlich die Simulationsperiode s eingebunden werden:

$$\theta^{(s)} = f(\mathbf{Z}, s) = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_K, s). \tag{5.1}$$

Die paarweise Unabhängigkeit der Inputfaktoren impliziert hierbei nicht, dass kein gemeinsamer Einfluss der Faktoren auf das Ergebnis ausgeht. Die gesamte oder unbedingte Varianz des Zielwertes $\text{Var}(\theta^{(s)})$ wird zunächst zerlegt in konditionierte Varianzen $V_k^{(s)}$ und Wechselwirkungseffekte $V_{k,l}^{(s)}$:

$$\text{Var}(\theta^{(s)}) = \sum_{k \in \{1, \dots, K\}} V_k^{(s)} + \sum_{\substack{l \in \{1, \dots, K\} \\ k < l}} V_{k,l}^{(s)} + \dots + V_{1,2, \dots, K}^{(s)} \tag{5.2}$$

$$V_k^{(s)} = \text{Var}_{Z_k} \left(E_{\mathbf{Z}_{\{1, \dots, K\} \setminus \{k\}}} (\theta^{(s)} \mid Z_k) \right) \tag{5.3}$$

$$V_{k,l}^{(s)} = \text{Var}_{Z_{k,l}} \left(E_{\mathbf{Z}_{\{1, \dots, K\} \setminus \{k,l\}}} (\theta^{(s)} \mid Z_k, Z_l) \right) - V_k^{(s)} - V_l^{(s)}. \tag{5.4}$$

Aus diesen Effekten lassen sich die Haupt- und Interaktionseffekte als Anteil der jeweiligen Effekte an der Gesamtvarianz bestimmen. Die Haupteffekte (oder Sensitivitätsindizes erster Ordnung) $S_k^{M(s)}$ geben somit den relativen Einfluss des k -ten Faktors auf die Variation des Zielwertes zur Simulationsperiode s an:

$$S_k^{M(s)} = \frac{V_k^{(s)}}{\text{Var}(\theta^{(s)})}. \tag{5.5}$$

Die Haupteffekte befinden sich folglich immer im Intervall $[0, 1]$. Je höher der Wert des Haupteffekts, desto relevanter ist der Einfluss des dazugehörigen Faktors auf den Zielwert (Saltelli et al., 2008, S. 161 f.). Interaktionseffekte beschreiben den gemeinsamen Einfluss mehrerer Faktoren (sogenannte interagierende Faktoren),

sofern die Summe der Haupteffekte ungleich dem Einfluss beider Faktoren ist. Der Interaktionseffekt von \mathcal{Z}_k und Faktor \mathcal{Z}_l kann ebenfalls über den relativen Anteil an der Gesamtvarianz bestimmt werden:

$$S_{k,l}^{M(s)} = \frac{V_{k,l}^{(s)}}{\text{Var}(\theta^{(s)})}. \quad (5.6)$$

Die Summe aller Haupteffekte und der Interaktionseffekte zweiter und höherer Ordnung ergibt immer 1:

$$\sum_k S_k^{M(s)} + \sum_k \sum_{l>k} S_{k,l}^{M(s)} + \sum_k \sum_{l>k} \sum_{j>l} S_{k,l,j}^{M(s)} + \dots + S_{1,2,\dots,K}^{M(s)} = 1.$$

Falls in die Analyse eine große Anzahl unterschiedlicher Einflussfaktoren eingebunden wird, kann die Analyse der Interaktionseffekte schnell unübersichtlich werden, da die Anzahl an Interaktionen exponentiell mit der Anzahl an Faktoren ansteigt. Bei K Faktoren ergeben sich $2^K - 1$ Interaktionen (Iooss und Lemaître, 2015). Daher werden bei der Analyse vieler Faktoren oft nur die Haupteffekte analysiert. In diesem Fall bieten Totaleffekte die Möglichkeit, den Einfluss der Interaktionseffekte in Kombination mit den Haupteffekten zu betrachten. Hierbei werden die Haupteffekte und alle Interaktionseffekte, die vom jeweiligen Faktor beeinflusst werden, aufsummiert:

$$S_k^{T(s)} = \frac{E_{\mathcal{Z}_{\{1,\dots,K\}\setminus\{k\}}}(\text{Var}_{\mathcal{Z}_k}(\theta^{(s)} | \mathcal{Z}_{\{1,\dots,K\}\setminus\{k\}}))}{\text{Var}(\theta^{(s)})}. \quad (5.7)$$

Für weiterführende Informationen zur Zerlegung der Varianzkomponenten und die Anwendung von Sensitivitätsanalysen sei auf Sobol (1993), Saisana et al. (2005), Saltelli et al. (2008), Lamboni et al. (2010) und Iooss und Lemaître (2015) verwiesen.

5.2.2 Sensitivitätsanalysen im Kontext dynamischer Mikrosimulationen

Um Sensitivitätsanalysen für Mikrosimulationen durchführen zu können, sind zunächst Zielwerte und Inputfaktoren zu definieren. Die Zielwerte $\theta^{(s)}$ müssen univariat sein, unterliegen ansonsten jedoch keinen Restriktionen. So können einfache Totalwerte, wie die Anzahl an Einwohnern oder Erwerbstätigen, aber auch komplexere Indikatoren wie Anteilswerte oder zusammengesetzte Indizes verwendet werden. Bei mehreren Zielgrößen werden Sensitivitätsanalysen für jeden Wert individuell durchgeführt.

Der bedeutende Vorteil von Sensitivitätsanalysen im Bereich komplexer Simulationen liegt in der großen Flexibilität bei der Auswahl an Inputfaktoren. Diese können weitestgehend frei gewählt werden, solange diese paarweise disjunkt sind, also unabhängig voneinander implementiert werden können. Daher bieten Sensitivitätsanalysen die Möglichkeit zur Quantifizierung nahezu aller in Abschnitt 5.1.1 aufgeführten Unsicherheitsquellen. Mögliche Inputfaktoren sind beispielsweise alternative Strukturen (bspw. bei der Modulreihenfolge) oder Datensätze als Basispopulation beziehungsweise zur Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten. Ebenso können unterschiedliche Methoden oder Parameter zur Erstellung synthetischer Daten oder zur Schätzung und Anpassung von Übergangswahrscheinlichkeiten implementiert werden. In statischen Mikrosimulationen lassen sich wiederum unterschiedliche Kalibrierungstechniken und Totalwerte für die statische Fortschreibung (static ageing) heranziehen. Auch Szenarien ergeben mögliche Inputfaktoren. So können zukünftige Entwicklungen bestimmter Ereignisse, wie Geburten, Sterbefälle oder Wanderungen, in die Simulation eingebunden werden, um die daraus entstehende Unsicherheit zu erfassen. Darüber hinaus eignen sich Sensitivitätsanalysen auch für die direkte Analyse der Wirkungsweise von Szenarien. Über die Interaktionseffekte werden gemeinsame Einflüsse – beispielsweise (steuer-)politischer Maßnahmen – identifiziert, die andernfalls kaum zu quantifizieren sind.

Zur Generierung von Variation ist es jedoch notwendig, dass für jeden Inputfaktor mindestens eine Alternative existiert. Sollen Unsicherheiten beziehungsweise Einflüsse von einzelnen Parametern untersucht werden, so kann jeder Parameter als Inputfaktor definiert werden. Anschließend werden die Unsicherheiten, zum Beispiel über Konfidenzintervalle, definiert und entsprechend in die Simulation eingebunden. Somit wird die Simulation für jeden Inputwert individuell durchgeführt. Für die anschließenden Sensitivitätsanalysen werden wiederum alle Modifikationen eines Koeffizienten als Inputfaktoren definiert. Um auch gemeinsame Effekte berechnen zu können, wird die Simulation nicht nur für jede vorgenommene Modifikation individuell, sondern auch für alle potentiellen Kombinationen von Modifikationen der Inputfaktoren ausgeführt. Sollen 5 Faktoren analysiert werden, die wiederum jeweils zwei Modifikationen erfordern, so erfordert dies $2^5 = 32$ Simulationsdurchläufe um alle Kombinationen abzudecken.

Für die meisten statischen Mikrosimulationen genügt es, die Simulation für jede Kombination an modifizierten Inputgrößen nur einmal auszuführen, sofern die Auswirkungen deterministischer Natur sind und keine stochastische Komponente Einfluss auf die Ergebnisse hat. Die Haupteffekte summieren sich mit den Interaktionseffekten immer zu 1 auf, da der Einfluss ausschließlich auf die eingebauten Veränderungen des Modells zurückzuführen ist:

$$S_1^{(s)} + S_2^{(s)} + \dots + S_K^{(s)} + S_{1,2}^{(s)} + S_{1,3}^{(s)} + \dots + S_{1,K}^{(s)} + \dots + S_{1,2,\dots,K}^{(s)} = 1.$$

Sobald jedoch stochastische Prozesse, wie in dynamischen Modellen üblich, Teil einer Simulation sind, ist es notwendig, die Simulation wiederholt durchzuführen. Die Anzahl erforderlicher Simulationen erhöht sich somit um den Faktor der Anzahl an Wiederholungen. Bei Sensitivitätsanalysen kann die zufällige Wiederholung als eigener Faktor S_r definiert werden. Entsprechend der Definition von Sensitivitätsindizes ergibt die Summe aller Effekte wieder 1:

$$S_1^{(s)} + S_2^{(s)} + \dots + S_K^{(s)} + S_r^{(s)} + S_{1,2}^{(s)} + S_{1,3}^{(s)} + S_{1,4}^{(s)} + \dots + S_{1,2,\dots,K,r}^{(s)} = 1.$$

Der Haupteffekt $S_r^{(s)}$ sowie alle in Interaktion stehenden Effekte $S_{1,r}^{(s)}, S_{2,r}^{(s)}, \dots, S_{1,\dots,K,r}^{(s)}$ bleiben bei der weiteren Analyse der Effekte üblicherweise unberücksichtigt. Das bedeutet, die Haupt- und Interaktionseffekte summieren sich nicht länger zu 1 auf. Im Falle von dynamischen Mikrosimulationen kann jedoch auch der resultierende Wert für die stochastische Unsicherheit hilfreiche Informationen liefern. So können die Einflussstärken der zu untersuchenden Inputfaktoren in direkte Relation zur Monte-Carlo-Variation gesetzt werden. Die MC-Unsicherheit ist demnach grundsätzlich ein Inputfaktor jeder Sensitivitätsanalyse im Kontext stochastischer Systeme.

Da die Basispopulation in zeitdiskreten dynamischen Mikrosimulationen über einen festgelegten Simulationshorizont fortgeschrieben wird, können Sensitivitätsindizes für jede Periode als $S_k^{(s)}$ individuell berechnet und intertemporal verglichen werden. Da die Normalisierung zu jeder simulierten Periode durchgeführt wird, können die Haupt- und Totaleffekte ein verzerrtes Bild über die tatsächlichen Einflussstärken im Simulationsverlauf vermitteln. Um den Einfluss der Faktoren unter Berücksichtigung der periodenspezifischen Gesamtvarianz analysieren zu können, sollten bei Analysen die Varianzkomponenten immer mit angegeben werden. Da die Haupteffekte $S_k^{(s)}$ den Anteil der konditionierten Varianz angeben, werden diese mit der zeitlich korrespondierenden Gesamtvarianz $\text{Var}(\theta^{(s)})$ multipliziert:

$$V_k^{(s)} = S_k^{(s)} \cdot \text{Var}(\theta^{(s)}). \quad (5.8)$$

Der Wertebereich von $V_k^{(s)}$ reicht von 0 bis $\text{Var}(\theta^{(s)})$.

Während Haupteffekte einen guten Vergleich der Entwicklung des relativen Einflusses im Simulationsverlauf ermöglichen, können keine Aussagen zum absoluten Einfluss getroffen werden. Im Gegensatz dazu erlauben Varianzkomponenten den Vergleich der intertemporalen Gesamtvarianz, erschweren aber – insbesondere bei starken Schwankungen der Gesamtvarianz – periodenspezifische Interpretationen.

5.3 Analyse von Modell- und Parameterunsicherheit

Um die Anwendung von Sensitivitätsanalysen für dynamische Mikrosimulationen zu veranschaulichen, wird nachfolgend eine konkrete Umsetzung zur Messung von Modell- und Parameterunsicherheit vorgenommen. Dafür wird zunächst ein vereinfachtes Mikrosimulationsmodell erstellt, um anschließend die Sensitivitätsindizes ausgewählter Modelle und Koeffizienten zu bestimmen. In Abschnitt 5.3.1 wird zunächst der Aufbau des Mikrosimulationsmodells beschrieben und die Bestimmung der Inputfaktoren und Definition der Zielwerte vorgenommen. Anschließend werden in Abschnitt 5.3.2 die Ergebnisse für die Modellunsicherheit und in Abschnitt 5.3.3 die Ergebnisse für die Parameterunsicherheit vorgestellt.

5.3.1 Aufbau der Simulation

Die Simulation wird auf der REMIKIS-Basispopulation für die kreisfreie Stadt Trier umgesetzt. Dieser Datensatz beinhaltet circa 105.000 Personen in 55.000 Haushalten zum Startjahr 2011. Zur einfacheren Umsetzung und zur Beschränkung der Rechen-dauer wird jedoch nicht die gesamte Simulationsstruktur, sondern eine reduzierte Variante mit ausgewählten Komponenten erstellt. Das Modell besteht aus insgesamt fünf Modulen und simuliert Mortalität, Geburten, Partnerschaften, Pflegebedürftigkeit und Erwerbstätigkeit. Alle Ereignisse werden über Logit-Regressionsmodelle auf Daten der MZ SUFs der Jahre 2012 und 2013 geschätzt (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012; Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2013).

Im ersten Modul werden Sterbefälle simuliert. Da hierfür keine geeigneten Surveydaten zur Verfügung stehen, basieren die individuellen Sterbewahrscheinlichkeiten auf der Sterbetafel für Deutschland für die Jahre 2011 bis 2013 (Statistisches Bundesamt, 2020). Dabei handelt es sich um das einzige Modul, in dem Wahrscheinlichkeiten über bedingte Verteilungen ermittelt und nicht über Regressionsmodelle geschätzt werden. In der nachfolgenden Sensitivitätsanalyse bleibt dieses Modul deshalb unberücksichtigt. Anschließend werden Geburten für Frauen im Alter von 15 bis 49 Jahren simuliert. Sofern es zu einer Geburt kommt, wird das neugeborene Kind der Basispopulation hinzugefügt. Als erklärende Variablen zur Modellierung der Geburten werden Alter, Alter^2 , Erwerbsstatus und Partnerschaften ins Modell aufgenommen. Bei der anschließenden Simulation der Partnerschaften werden, im Gegensatz zum REMIKIS-Modell, jedoch keine tatsächlichen Paare gebildet, sondern nur der individuelle Status für alle Personen über 18 Jahre fortgeschrieben. Die Wahrscheinlichkeiten für Partnerschaften werden auf Basis von Alter, Alter^2 , Erwerbstätigkeit, aktuellem Partnerschaftsstatus, dem Ereignis einer Geburt und

Pflegebedürftigkeit modelliert. Pflegebedürftigkeit wird für alle Personen in der Population als binäre Variable mit den erklärenden Variablen Alter, Alter², Erwerbstätigkeit sowie dem aktuellen Pflegestatus modelliert. Die Erwerbstätigkeit wird im letzten Modul der Simulation fortgeschrieben. Als erklärende Variablen dienen Alter, Alter², Partnerschaften, Geburten, Pflegebedürftigkeit und der aktuelle Erwerbsstatus. Die Koeffizienten aller verwendeten Modelle werden in Tabelle 5.1 aufgeführt.

Für die Analyse der Unsicherheit werden zum einen die Modellunsicherheit der vier in Tabelle 5.1 aufgeführten Regressionsmodelle und zum anderen die Unsicherheit einzelner Parameter innerhalb ausgewählter Modelle untersucht. Wie bereits beschrieben, ist die Grundvoraussetzung für die Implementierung von Faktoren bei Sensitivitätsanalysen, dass diese unabhängig voneinander implementierbar sind. Hierdurch ergeben sich auch Einschränkungen bei der Quantifizierung von Unsicherheit, da im Gegensatz zu anderen Verfahren der Unsicherheitsmessung (bspw. Konfidenzintervallschätzung über parametrischen Bootstrap) die Abhängigkeitsstrukturen einzelner Komponenten nicht berücksichtigt werden können.

Tabelle 5.1: Regressionsmodelle zur Schätzung der Übergangswahrscheinlichkeiten

	Geburten	Partnerschaften	Pflege	Erwerbstätigkeit
Alter	1,052*** (0,032)	0,173*** (0,003)	-0,058*** (0,004)	0,254*** (0,002)
Alter ²	-0,018*** (0,001)	-0,002*** (0,000)	0,001*** (0,000)	-0,003*** (0,000)
Erwerbst.	-0,076** (0,039)	0,336*** (0,022)	-1,338*** (0,051)	4,180*** (0,012)
Partnerschaft	1,704*** (0,052)	6,784*** (0,017)	/	0,111*** (0,013)
Geburten	/	2,429*** (0,099)	/	-2,219*** (0,044)
Pflege	/	-0,330*** (0,066)	4,927*** (0,032)	-1,498*** (0,078)
Intercept	-19,188*** (0,492)	-7,492*** (0,060)	-4,359*** (0,117)	-5,789*** (0,031)

In Klammern: Standardabweichung

*p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Für den Vergleich der Unsicherheit verschiedener Modelle gilt es zunächst, die Modellunsicherheit zu quantifizieren. Dies geschieht über die Schätzung von Unsicherheitsintervallen für die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten. Die Approximation der Konfidenzintervalle findet nicht auf den Wahrscheinlichkeiten direkt, sondern auf den linearen Prädiktoren $\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta}$ statt. Dafür wird zunächst die Varianz der Prädiktoren über

$$\widehat{Var}\left(\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta}\right) = \mathbf{X}^{(s)'}\hat{\Sigma}\mathbf{X}^{(s)} \quad (5.9)$$

geschätzt, wobei $\hat{\Sigma}$ der geschätzten Varianz-Kovarianz-Matrix der Regressionskoeffizienten entspricht (Kutner et al., 2004, S. 602 f.). Für das Basis-Szenario werden die geschätzten Wahrscheinlichkeiten über die unveränderten Koeffizienten aus Tabelle 5.1 berechnet. Um die Unsicherheit in unabhängige Faktoren zu übersetzen, werden die Übergangswahrscheinlichkeiten in zweierlei Weise modifiziert. Einmal wird die Obergrenze ($\hat{\pi}^{(s)up}$) und einmal die Untergrenze ($\hat{\pi}^{(s)lo}$) des 95%-Konfidenzintervalls der logarithmierten Odds-Ratio verwendet:

$$\hat{\pi}^{(s)lo} = \frac{e^{\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta} - z\sqrt{\mathbf{X}^{(s)'}\hat{\Sigma}\mathbf{X}^{(s)}}}}{1 + e^{\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta} - z\sqrt{\mathbf{X}^{(s)'}\hat{\Sigma}\mathbf{X}^{(s)}}}}; \quad \hat{\pi}^{(s)up} = \frac{e^{\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta} + z\sqrt{\mathbf{X}^{(s)'}\hat{\Sigma}\mathbf{X}^{(s)}}}}{1 + e^{\mathbf{X}^{(s)}\hat{\beta} + z\sqrt{\mathbf{X}^{(s)'}\hat{\Sigma}\mathbf{X}^{(s)}}}}. \quad (5.10)$$

Dabei entspricht z dem 95% Perzentil der Standardnormalverteilung. Die ausschließliche Berücksichtigung der Unter- und Obergrenzen der vorhergesagten Werte kann die Komplexität, in der Koeffizienten zusammenhängen, zwar nur unzureichend abbilden, dennoch bietet dieses Vorgehen eine Möglichkeit, die Gesamtunsicherheit von Modellen so zu übersetzen, dass diese in Sensitivitätsanalysen eingebunden werden können. Je weniger Unsicherheit vom Modell ausgeht, desto enger sind die Konfidenzintervalle der linearen Prädiktoren und folglich auch der Wahrscheinlichkeiten.

Es lassen sich auch die Einflüsse einzelner Koeffizienten über Sensitivitätsanalysen quantifizieren. Dafür können die Konfidenzintervalle einzelner Koeffizienten als Input definiert werden. Die resultierenden Wahrscheinlichkeiten bei modifizierten Koeffizienten werden über

$$\hat{\pi}^{(s)lo,p} = \frac{e^{\left[x_p^{(s)}(\hat{\beta}_p - z \cdot \hat{se}(\hat{\beta}_p))\right] + (\mathbf{X}_{-p}^{(s)})\hat{\beta}_{-p}}}{1 + e^{\left[x_p^{(s)}(\hat{\beta}_p - z \cdot \hat{se}(\hat{\beta}_p))\right] + (\mathbf{X}_{-p}^{(s)})\hat{\beta}_{-p}}}; \quad \hat{\pi}^{up,p} = \frac{e^{\left[x_p^{(s)}(\hat{\beta}_p + z \cdot \hat{se}(\hat{\beta}_p))\right] + (\mathbf{X}_{-p}^{(s)})\hat{\beta}_{-p}}}{1 + e^{\left[x_p^{(s)}(\hat{\beta}_p + z \cdot \hat{se}(\hat{\beta}_p))\right] + (\mathbf{X}_{-p}^{(s)})\hat{\beta}_{-p}}}. \quad (5.11)$$

berechnet, mit $\hat{se}(\hat{\beta}_p)$ als geschätzter Standardabweichung des p -ten Koeffizienten $\hat{\beta}_p$. In der Notation impliziert $-p$ den Ausschluss der p -ten Spalte der Modellmatrix.

Neben den Einflussfaktoren müssen zur Umsetzung von Sensitivitätsanalysen univariate Zielwerte definiert werden. Dabei können sich die Zielwerte auch aus verschiedenen Werten zusammensetzen, was zu komplexeren Abhängigkeitsstrukturen führt. Für die nachfolgende Analyse werden insgesamt fünf verschiedene Zielwerte unterschiedlicher Komplexität definiert.

Tabelle 5.2: Zielwerte für die Sensitivitätsanalyse

$\hat{\tau}_1^{(s)}$	Anzahl Erwerbstätige in Periode s
$\hat{\theta}_1^{(s)}$	Anteil Erwerbstätige in Periode s
$\hat{\tau}_2^{(s)}$	Anzahl Pflegebedürftige in Periode s
$\hat{\theta}_2^{(s)}$	Anteil Pflegebedürftige in Periode s
$\hat{\varrho}^{(s)}$	Anzahl Pflegebedürftige / Anzahl Erwerbstätige in Periode s

Als einfache Zielwerte dienen die Anzahl erwerbstätiger Personen ($\hat{\tau}_1^{(s)}$) und die Anzahl pflegebedürftiger Personen ($\hat{\tau}_2^{(s)}$). Als zusammengesetzte Werte werden zudem der Anteil erwerbstätiger ($\hat{\theta}_1^{(s)}$) und der Anteil pflegebedürftiger Personen ($\hat{\theta}_2^{(s)}$) sowie die Relation der pflegebedürftigen Personen zur Anzahl erwerbstätiger Personen ($\hat{\varrho}^{(s)}$) herangezogen. Durch diese Auswahl an Zielwerten kann der Einfluss einzelner Modelle und Parameter bei Zielwerten, die sowohl direkt als auch indirekt von der Unsicherheit betroffen sind, systematisch analysiert werden. Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über alle verwendeten Zielwerte.

5.3.2 Simulationsergebnisse: Modellunsicherheit

Zur Analyse der Modellunsicherheit wird die Mikrosimulation in jeder Kombination mit unveränderten und mit entsprechend der Gleichung 5.10 angepassten Wahrscheinlichkeiten durchgeführt. Als Inputfaktoren werden die vier verschiedenen Modelle aus Tabelle 5.1 definiert, innerhalb derer jeweils drei unterschiedliche Modifikationen durchgeführt werden. Insgesamt ergeben sich somit $3^4 = 81$ verschiedene Kombinationen, die zur Berücksichtigung der MC-Variation in jeweils 100 Durchläufen ausgeführt werden.

Tabelle 5.3: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_1^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzkomponente ÷ 10.000		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\tau}_1^{(s)}$: Anzahl Erwerbstätige								
Geburten	0,0057	0,7575	0,9176	0,0065	0,7578	0,9179	0,0791	39,6547	112,4437
Erwerbstätigkeit	0,9065	0,1750	0,0202	0,9071	0,1752	0,0203	12,5186	9,1588	2,4711
Pflege	0,0016	0,0003	0,0000	0,0023	0,0005	0,0002	0,0222	0,0165	0,0063
Partnerschaften	0,0013	0,0296	0,0425	0,0019	0,0298	0,0428	0,0178	1,5504	5,2128
Interaktion	0,0009	0,0004	0,0003	/	/	/	0,0127	0,0196	0,0458
MC	0,0840	0,0373	0,0193	/	/	/	1,1599	1,9505	2,3609

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Nachfolgend werden neben den Haupt- und Totaleffekten auch die Varianzkomponenten betrachtet, um ein umfassenderes Bild der tatsächlichen Einflussstärken zu bekommen. Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse werden in diesem Abschnitt graphisch und für die Simulationsperioden 20, 40 und 60 tabellarisch dargestellt. Im Anhang finden sich ausführlichere Ergebnisse zu den Haupteffekten, Totaleffekten und Varianzkomponenten in 10-Jahres-Schritten in den Tabellen D.1 bis D.3.

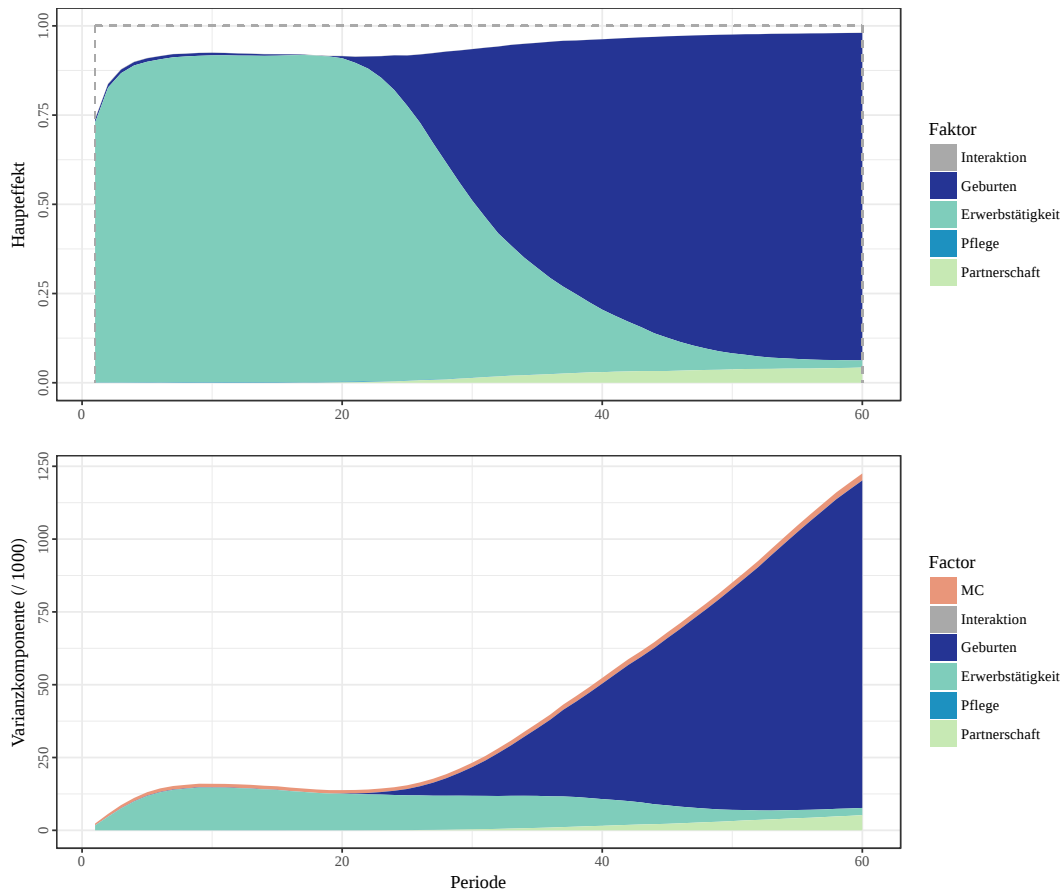


Abbildung 5.1: Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_1^{(s)}$

Zunächst wird der Einfluss der Modelle auf die Anzahl Erwerbstätiger ($\hat{\tau}_1^{(s)}$) analysiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 sowie in Abbildung 5.1 aufgeführt. Die Haupteffekte zeigen, dass in den anfänglichen Perioden der stärkste relative Einfluss aus dem Modell für Erwerbstätigkeit hervorgeht. Dabei bleiben die Haupteffekte nach einem anfänglichen Anstieg bis Periode 19 relativ konstant in einem Bereich zwischen 0,91 und 0,92 und nehmen anschließend stark ab, während gleichzeitig der Einfluss des Geburtenmodells deutlich zunimmt. Diese Entwicklung bleibt bis zum Erreichen des Simulationshorizontes bestehen. Der Grund für den späten Anstieg der Haupteffekte für das Geburtenmodell liegt in der Verzögerung des Einflusses der Geburtenzahlen auf die Anzahl Erwerbstätiger. Gleichzeitig wirken sich

diese aufgrund des Multiplikationseffekts langfristig besonders stark aus, da in der Vergangenheit nicht geborene Kinder auch in Zukunft nicht gebären können (bzw. können in der Vergangenheit geborene Kinder in der Zukunft selbst Eltern werden). Zwischen Periode 25 und 40 lässt sich zudem ein Anstieg des bis dahin kaum erkennbaren Effekts des Partnerschaftsmodells ausmachen. Nach 60 simulierten Perioden ist der Haupteffekt des Partnerschaftsmodells mit 0,043 mehr als doppelt so hoch wie der Effekt des Modells für Erwerbstätigkeit. Der Einfluss der Interaktionseffekte fällt hingegen durchweg äußerst gering aus und ist in Abbildung 5.1 kaum noch erkennbar. Daher lassen sich auch nur sehr geringe Unterschiede zwischen den Haupt- und Totaleffekten ausmachen.

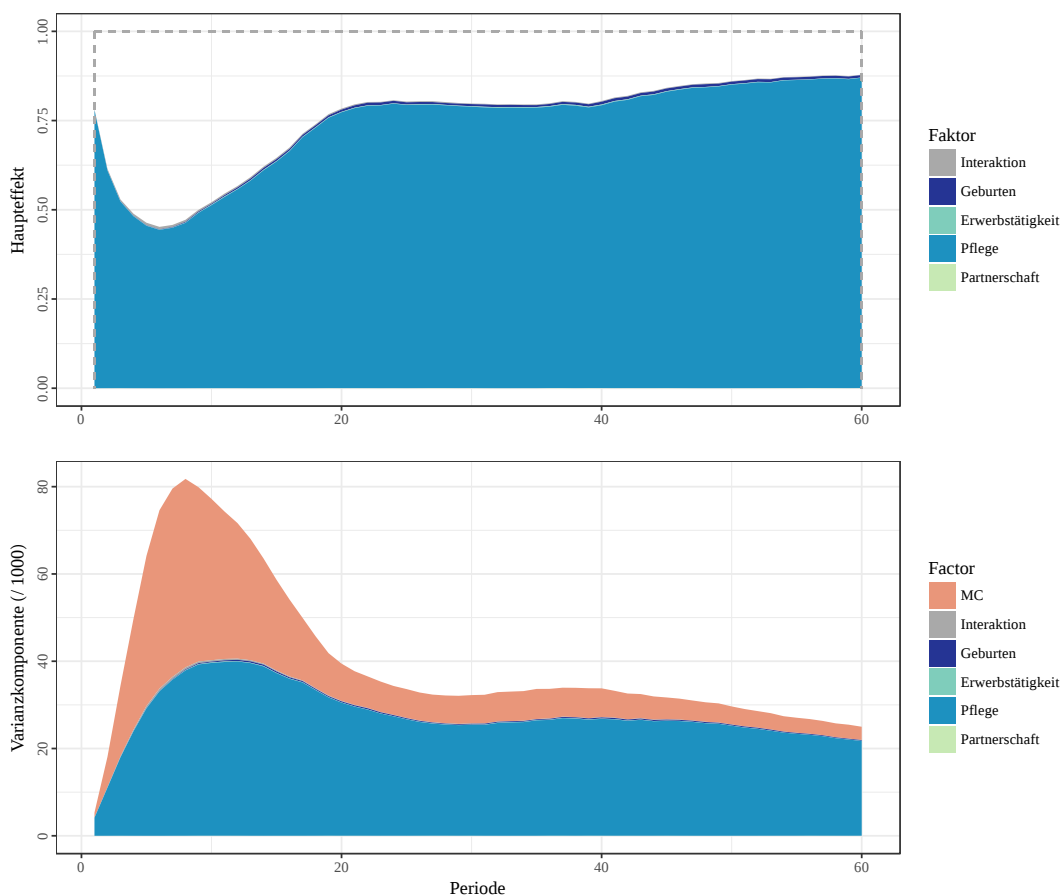


Abbildung 5.2: Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_2^{(s)}$

Die Betrachtung der Varianzkomponenten zeigt, dass die Gesamtvarianz über den Simulationsverlauf stark zunimmt. In roter Farbe wird in der unteren Graphik in Abbildung 5.1 zusätzlich die Monte-Carlo-Unsicherheit (Faktor MC) dargestellt. Dadurch wird deutlich, dass der Einfluss der stochastischen Prozesse auf die Varianz in den späteren Perioden etwas größer wird, was bei ausschließlicher Betrachtung der Haupteffekte nicht abgeleitet werden kann, da der relative Anteil parallel

abnimmt. Darüber hinaus kann durch die Varianzkomponenten verdeutlicht werden, dass die Abnahme des Einflusses des Erwerbstätigkeitsmodells weniger deutlich ausfällt, wenn der Einfluss nicht in Relation zur gesamten Varianz gesetzt wird.

Tabelle 5.4: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\tau}_2^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzkomponente		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\tau}_2^{(s)}$: Anzahl Pflegebedürftige								
Pflege	0,7730	0,7925	0,8695	0,7751	0,7942	0,8517	30494,05	26776,54	21729,94
Geburten	0,0062	0,0078	0,0068	0,0085	0,0092	0,0083	243,69	262,95	171,50
Erwerbstätigkeit	0,0013	0,0021	0,0007	0,0027	0,0032	0,0021	52,97	71,24	17,40
Partnerschaften	0,0003	0,0004	0,0004	0,0024	0,0018	0,0011	10,89	14,21	10,95
Interaktion	0,0028	0,0021	0,0013	/	/	/	111,34	69,49	31,43
MC	0,2164	0,1952	0,1220	/	/	/	8537,743	6594,821	3029,768

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Wesentlich weniger Veränderungen zeigen sich bei Betrachtung der Anzahl Pflegebedürftiger ($\hat{\tau}_2^{(s)}$). Die Ergebnisse der Analyse sind in Abbildung 5.2 und Tabelle 5.4 aufgeführt. Der maßgebliche Einfluss auf die Zielvariable geht zu allen Zeitpunkten vom Modell für Pflegebedürftigkeit aus. Hierbei nimmt der relative Einfluss zu Beginn erst ab, von Periode 5 an deutlich zu und bleibt von Periode 22 bis Periode 40 nahezu konstant bei Werten um 0,79. Nach 40 simulierten Perioden lässt sich wieder ein leichter Anstieg bis auf einen Wert von 0,87 nach 60 Perioden beobachten.

Auch wenn die Effekte des Geburtenmodells ebenfalls stark zunehmen, bleiben diese durchweg in einem äußerst niedrigen Bereich und sind in Abbildung 5.2 kaum erkennbar. Um stärkere Effekte aus dem Geburtenmodell erhalten zu können, wäre ein weiterer Simulationshorizont notwendig. Im Gegensatz zu $\hat{\tau}_1^{(s)}$ ist ein großer Teil der Fläche in Abbildung 5.2 nicht farbig gefüllt. Dies zeigt, dass ein bedeutender Anteil der Gesamtvarianz auf die stochastische Unsicherheit zurückzuführen ist, was durch die – im Vergleich zu $\hat{\tau}_1^{(s)}$ – geringe Anzahl pflegebedürftiger Personen zurückzuführen ist. Die Varianzkomponenten verdeutlichen, dass nicht nur der relative Einfluss der stochastischen Unsicherheit, sondern auch der tatsächliche Einfluss sowie die Gesamtvarianz von $\hat{\tau}_2^{(s)}$ im Zeitverlauf abnimmt. Während die Haupteffekte des Pflegemodells ab Periode 40 sichtbar zunehmen, sinken gleichzeitig die Varianzkomponenten. Einflüsse der Modelle für Erwerbstätigkeit und Partnerschaften sowie die Interaktionseffekte lassen sich in Abbildung 5.2 aufgrund der geringen Effektstärken nicht ausmachen. Insgesamt wird deutlich, dass Pflegebedürftigkeit im vorliegenden Fall nahezu keinen Zusammenhang mit den übrigen Modellen (mit Ausnahme des Pflegemodells) aufweist.

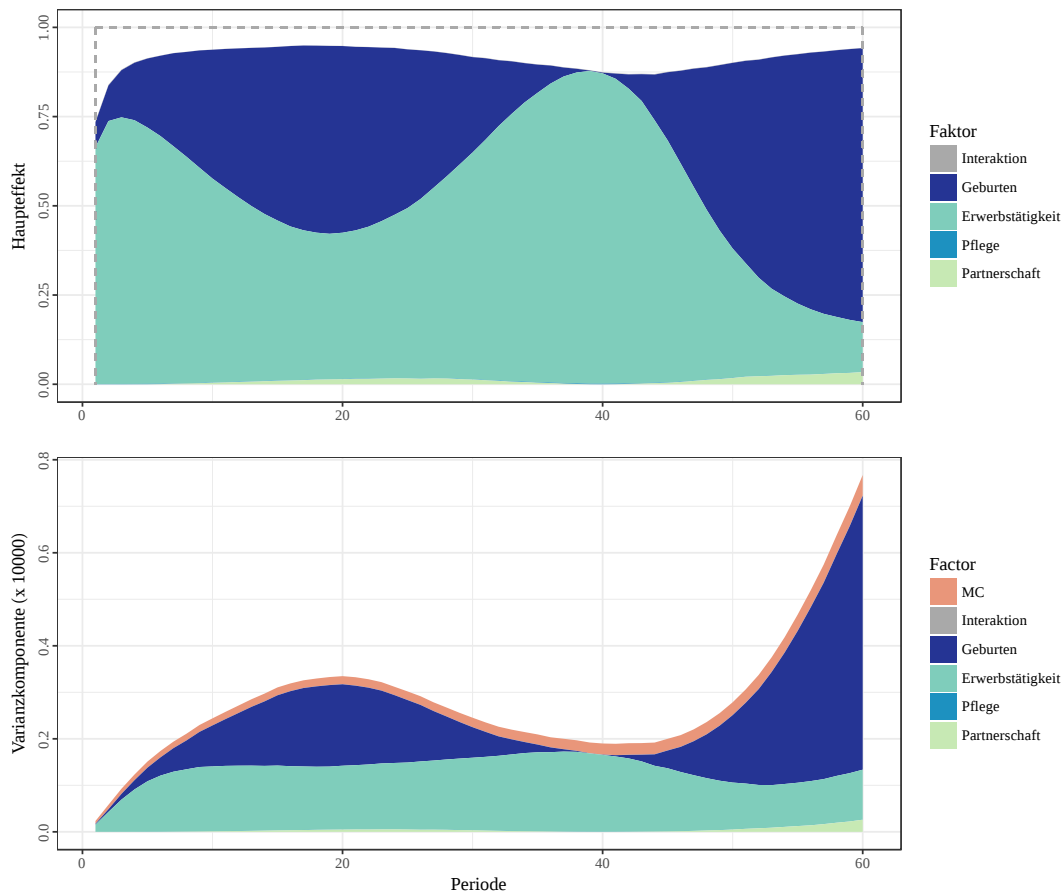


Abbildung 5.3: Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Tabelle 5.5: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzcomp. × 100.000		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\theta}_1^{(s)}$: Anteil Erwerbstätige								
Geburten	0,5231	0,0020	0,5202	0,5234	0,0029	0,7682	1,7510	0,0038	5,8906
Erwerbstätigkeit	0,4097	0,8696	0,3619	0,4099	0,8702	0,1403	1,3714	1,6519	1,0734
Partnerschaften	0,0142	0,0000	0,0174	0,0145	0,0009	0,0344	0,0474	0,0000	0,2605
Pflege	0,0008	0,0015	0,0007	0,0011	0,0022	0,0007	0,0070	0,0029	0,0026
Interaktion	0,0004	0,0011	0,0010	/	/	/	0,0015	0,0022	0,0049
MC	0,0518	0,1257	0,0575	/	/	/	0,1735	0,2387	0,4412

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Die Sensitivitätsindizes für den Anteil Erwerbstätiger ($\hat{\theta}_1^{(s)}$), die in Tabelle 5.5 sowie Abbildung 5.3 aufgeführt sind, zeigen deutliche Unterschiede zu $\hat{\tau}_1^{(s)}$. Bereits in den ersten Perioden tritt ein starker Einfluss des Geburtenmodells auf. Dieser nimmt bis Periode 19 durchweg zu und ist zu diesem Zeitpunkt der Simulation mit einem Haupteffekt von 0,53 der stärkste Einflussfaktor. Anschließend nimmt der relative Einfluss bis Periode 40 so stark ab, dass der Effekt mit einem Wert von 0,003 in Abbildung 5.3 nicht mehr ersichtlich ist. Von Periode 40 an kommt es wieder zu einem starken Anstieg, in dessen Folge der Einfluss des Geburtenmodells ab Periode 49 wieder dominiert. Dieser wellenförmige Verlauf lässt sich in entgegengesetzter Form bei den Haupteffekten des Erwerbstätigkeitsmodells ausmachen. Während der starke relative Einfluss zu Beginn abnimmt, wird nach einem Anstieg ab Periode 20 der Höchstwert mit 0,87 nach 40 Perioden erzielt bevor die Haupteffekte bis zum Erreichen des Simulationshorizonts wieder zurückgehen. Wesentlich geringer aber dennoch sichtbar ist der Effekt von Partnerschaften, dessen Stärke parallel aber in abgeschwächter Weise zum Verlauf des Geburtenmodells variiert. Der Vergleich mit $\hat{\tau}_1^{(s)}$ zeigt deutlich, wie unterschiedlich der Einfluss der Modelle bei scheinbar ähnlichen Zielwerten verläuft. Insbesondere der starke Rückgang des relativen Einflusses des Geburtenmodells fällt hierbei auf.

Tabelle 5.6: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_2^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzcomp. $\times 100.000$		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
$\hat{\theta}_2^{(s)}$: Anteil Pflegebedürftige									
Pflege	0,7785	0,7718	0,6493	0,7802	0,7731	0,6499	0,3337	0,4823	0,9631
Geburten	0,0009	0,0352	0,2477	0,0029	0,0363	0,2483	0,0004	0,0222	0,0932
Partnerschaften	0,0000	0,0012	0,0113	0,0016	0,0025	0,0117	0,0000	0,0008	0,0168
Erwerbstätigkeit	0,0013	0,0021	0,0006	0,0027	0,0031	0,0009	0,0006	0,0013	0,0008
Interaktion	0,0025	0,0016	0,0008	/	/	/	0,0011	0,0010	0,0011
MC	0,2168	0,1880	0,0903	/	/	/	0,0929	0,1184	0,1339

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Diese Entwicklung ist das Resultat der Zusammensetzung von $\hat{\theta}_1^{(s)}$ aus der Anzahl der Erwerbstätigen und der Bevölkerungsgröße. Während ein Rückgang der Geburten einen direkten negativen Einfluss auf die Anzahl an Einwohnern hat, bleibt auf kurze Frist die Anzahl der Erwerbstätigen nahezu unverändert. Auf mittlere und lange Frist bewirkt der Rückgang an Geburten jedoch auch eine Verringerung der Erwerbsbevölkerung und somit auch die Senkung des Anteils Erwerbstätiger. Nach 40 simulierten Perioden zeigt sich jedoch, unabhängig von der Entwicklung der Geburten, kein Unterschied, obwohl sich sowohl die Anzahl an Einwohnern als auch die

Anzahl erwerbstätiger Personen stark unterscheiden. Der Vergleich mit den Varianzkomponenten bestätigt, dass der Einfluss auf den Zielwert nicht nur relativ, sondern auch absolut zurückgeht, bis in Periode 40 kein Einfluss mehr vorliegt. Zudem zeigt sich, dass der absolute Einfluss des Geburtenmodells ab Periode 40 sehr stark zunimmt. Die Varianzkomponenten des Erwerbstätigkeitsmodells weisen gleichzeitig deutlich geringere Schwankungen im Vergleich zu den Haupteffekten auf.

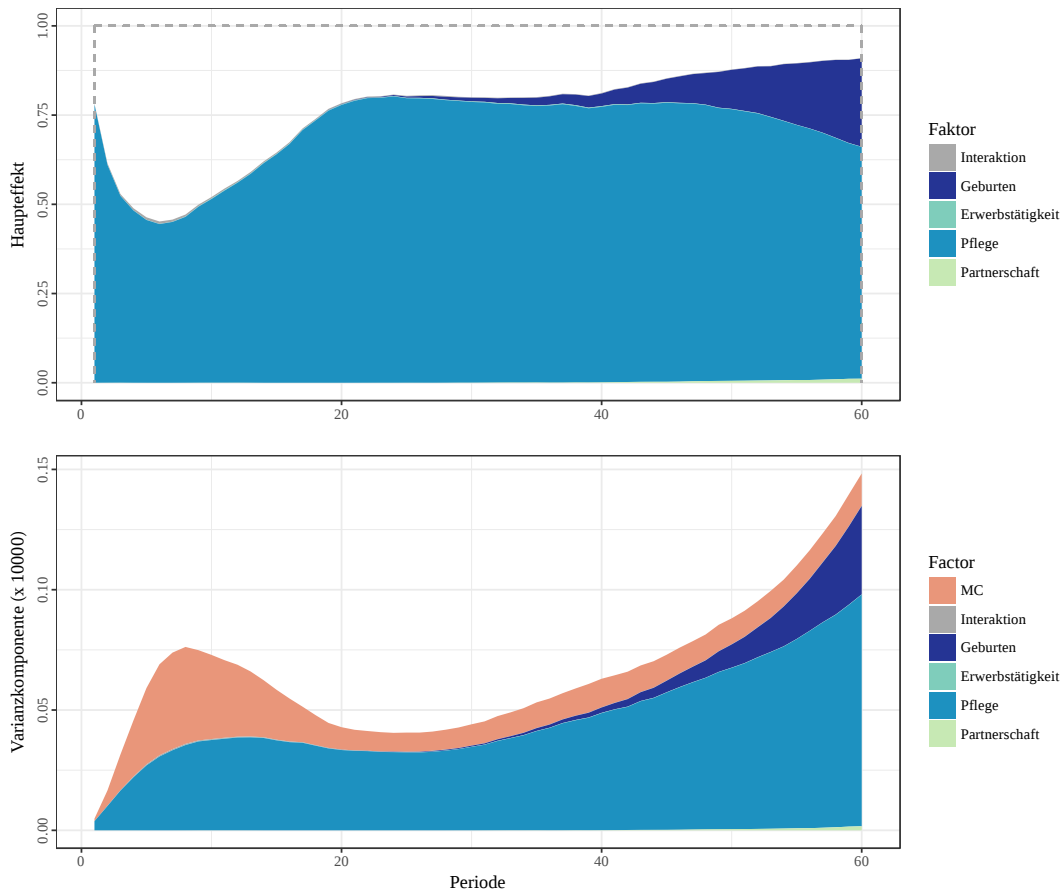


Abbildung 5.4: Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\theta}_2^{(s)}$

In Abbildung 5.4 und Tabelle 5.6 werden die Ergebnisse für den Zielwert $\hat{\theta}_2^{(s)}$ dargestellt. Der Unterschied zu $\hat{\tau}_2^{(s)}$ fällt hierbei geringer aus als zwischen $\hat{\tau}_1^{(s)}$ und $\hat{\theta}_1^{(s)}$, dennoch sind auch hier Differenzen zu erkennen. So wird nach circa 20 Perioden der Effekt der Geburten mit einem Haupteffekt von 0,001 sichtbar und nimmt bis zum Erreichen des Simulationshorizonts bis zu einem Wert von 0,25 deutlich zu. Die größten Haupteffekte resultieren zu allen Perioden aus dem Modell für Pflegebedürftigkeit, jedoch nimmt im Gegensatz zu $\hat{\tau}_2^{(s)}$ die Effektstärke von Periode 45 an ab. Nur leicht erkennbar ist der parallel zunehmende Einfluss des Partnerschaftsmodells. Kaum sichtbarer Einfluss geht hingegen vom Modell für Erwerbstätigkeit aus. Auch hier wird deutlich, dass die Betrachtung der Varianzkomponenten eine

notwendige Ergänzung zu den Haupteffekten bei der intertemporalen Analyse verschiedener Einflussfaktoren darstellt. Es zeigt sich, dass die Gesamtvarianz im Simulationsverlauf zunimmt, was insbesondere auf die Modelle für Pflegebedürftigkeit und Geburten zurückzuführen ist. Wie bereits bei $\hat{\tau}_2^{(s)}$ nimmt der relative Einfluss der MC-Unsicherheit nach einem zu Beginn starken Anstieg bis Periode 8 deutlich ab und bleibt ab 20 auf einem weitestgehend konstanten Niveau. Interaktionseffekte spielen auch hier keine Rolle, wodurch sich auch nur minimale Unterschiede zwischen den Haupt- und Totaleffekten ergeben.

Große Ähnlichkeit zu den Ergebnissen von $\hat{\theta}_2^{(s)}$ weisen die Ergebnisse für Zielwert $\hat{\varrho}^{(s)}$ auf (siehe Tabelle 5.7). Die Entwicklung der Haupteffekte des Pflegemodells verläuft ähnlich, fällt jedoch sichtbar geringer aus, was insbesondere in späteren Simulationsperioden in Abbildung 5.5 deutlich wird. Während der Haupteffekt bei $\hat{\theta}_2^{(s)}$ nach 60 Perioden bei 0,65 liegt, resultiert bei $\hat{\varrho}^{(s)}$ ein Wert von 0,45. Der Einfluss des Erwerbstätigkeitsmodells wird ebenfalls bereits nach wenigen Perioden sichtbar und nimmt langsam zu, bis sich nach Periode 42 ein leichter Rückgang einstellt. Deutlich stärker fällt der Einfluss des Geburtenmodells ab Periode 40 aus, sodass der Einfluss nach 60 Jahren mit einem Haupteffekt von 0,44 nahezu identisch mit dem Einfluss des Pflegemodells ist. Während die Haupteffekte – mit Ausnahme des Geburtenmodells – in den späteren Perioden zurückgehen, zeichnet sich bei den Varianzkomponenten der Modelle ein fortlaufender Anstieg ab.

Tabelle 5.7: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzkomponente		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\varrho}^{(s)}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige								
Pflege	0,7634	0,7458	0,4536	0,7656	0,7471	0,4546	1,2760	2,4283	6,2777
Geburten	0,0050	0,0359	0,4370	0,0072	0,0370	0,4380	0,0084	0,168	6,0477
Partnerschaften	0,0002	0,0012	0,0198	0,0018	0,0024	0,0203	0,0003	0,0039	0,2744
Erwerbstätigkeit	0,0157	0,0308	0,0158	0,0172	0,0320	0,0162	0,0262	0,1004	0,2181
Interaktion	0,0029	0,0017	0,0013	/	/	/	0,0048	0,0055	0,0180
MC	0,2128	0,1847	0,0726	/	/	/	0,0036	0,0060	0,0100

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

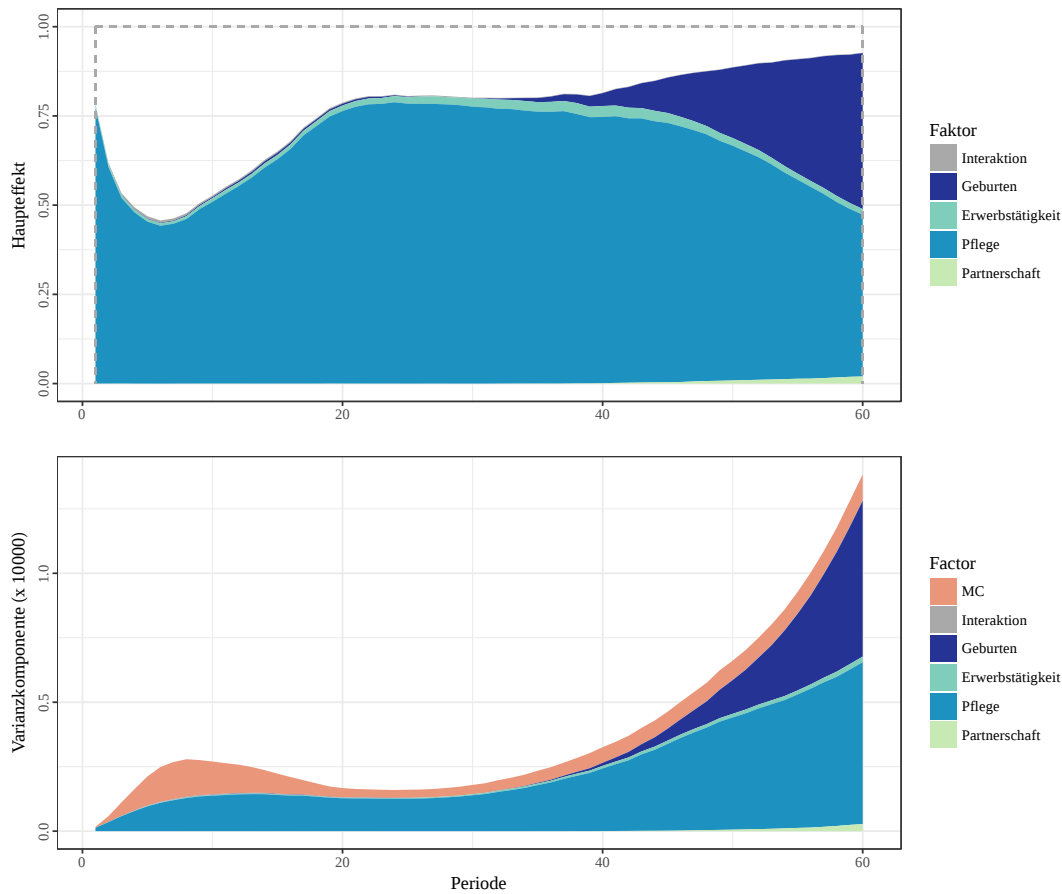


Abbildung 5.5: Haupteffekte und Varianzkomponenten der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$

Bei allen analysierten Zielwerten ergibt sich kein sichtbarer Einfluss der Interaktionseffekte. Wie den Tabellen 5.3 bis 5.7 zu entnehmen ist, bewegt sich die Summe aller Interaktionseffekte meist unter dem Niveau jedes einzelnen Haupteffektes. Daher fallen die Unterschiede zwischen Haupt- und Totaleffekten nur minimal aus. Deutliche Unterschiede können hingegen bei der stochastischen Variation beobachtet werden. Während bei $\hat{\tau}_1^{(s)}$ und $\hat{\theta}_1^{(s)}$ der Anteil im Vergleich zu den Haupteffekten relativ gering ausfällt, ist besonders in früheren Perioden ein deutlicher Anteil bei $\hat{\tau}_2^{(s)}$, $\hat{\theta}_2^{(s)}$ sowie $\hat{\varrho}^{(s)}$ zu erkennen. Dabei ist zu beachten, dass daraus keine direkten Aussagen über den Einfluss der MC-Variation getroffen werden können, da die Effekte immer in Relation zu den Effekten der Inputfaktoren betrachtet werden müssen.

Ein bedeutender Nachteil bei der Visualisierung mithilfe gestapelter Flächen entsteht, wenn die Anzahl an Einflussfaktoren sehr groß wird oder ein Faktor die übrigen stark dominiert. Daher ist es für die Analyse einzelner Faktoren empfehlenswert, konditionierte Sensitivitätsanalysen durchzuführen. Dabei werden systematisch eine oder mehrere Komponenten ausgeschlossen, um die übrigen Komponenten besser

darstellen zu können. Das lässt sich am Beispiel der Sensitivitätsanalyse für $\hat{\varrho}^{(s)}$ in Abbildung 5.6 veranschaulichen. Im Vergleich zur vollständigen Sensitivitätsanalyse (siehe Abbildung 5.5) wird in jeder der vier Graphiken einer der vier Inputfaktoren entfernt. Während die Unterschiede bei Auslassen von Faktoren, die einen relativ geringen Einfluss ausüben, klein ausfallen, zeigen sich deutliche Veränderungen bei Ausschluss einflussreicher Faktoren. Ohne den Faktor für das Pflegemodell lässt sich der zunächst steigende und anschließend abfallende Einfluss des Modells für Erwerbstätigkeit erkennen.

Insgesamt kann festgehalten werden, dass bei der Analyse der Modellunsicherheit der Einfluss verschiedener Modelle stark von den jeweiligen interessierenden Größen und den simulierten Perioden abhängt. Gleichzeitig ist zu beachten, dass das Ziel von Sensitivitätsanalysen in der Messung des relativen Einflusses liegt und für intertemporale Vergleiche immer auch die Varianzkomponenten herangezogen werden sollten.

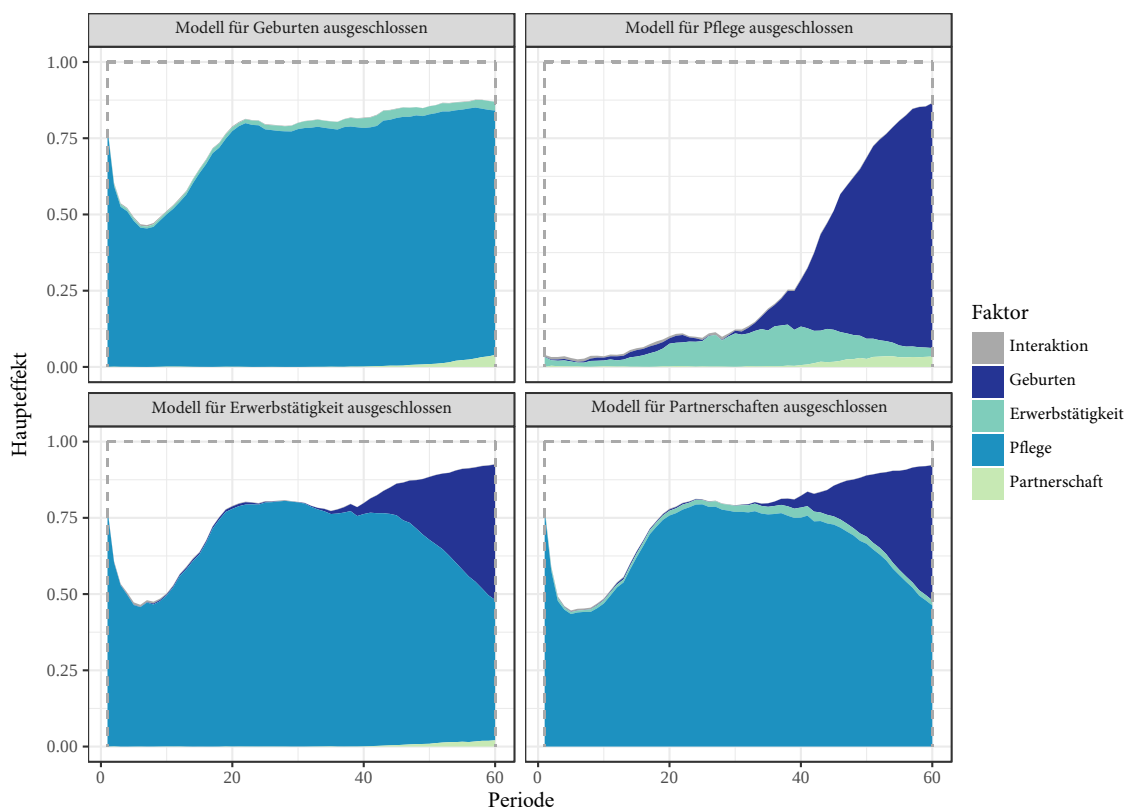


Abbildung 5.6: Konditionierte Haupteffekte der Modellunsicherheit: $\hat{\varrho}^{(s)}$

5.3.3 Simulationsergebnisse: Parameterunsicherheit

Die nachfolgende Analyse wird ausschließlich für die Parameter der Modelle für Pflegebedürftigkeit, Geburten und Erwerbstätigkeit durchgeführt, da bei diesen Modellen die größten Einflussstärken auf die Zielwerte auszumachen sind. Zur Reduzierung der Rechendauer wird die Simulation für jedes Modell individuell durchgeführt. Da der Umfang möglicher Ergebnisse bei allen Zielwerten sehr groß wird, beschränkt sich die Interpretation auf $\hat{\theta}_1^{(s)}$. Ausführliche Ergebnisse für alle Zielwerte sind im Anhang in den Tabellen D.4 bis D.11 zu finden. Der Achsenabschnitt der Modelle wird in den Tabellen und Abbildungen als Koef. 1 bezeichnet, die weiteren Koeffizienten entsprechend der Reihenfolge der erklärenden Variablen aus Tabelle 5.1 (Koef. 3: Alter, Koef. 4: Alter², usw.).

Tabelle 5.8: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Geburtenmodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzcomp. ×1.000		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\theta}_1^{(s)}$: Anteil Erwerbstätige								
Koef. 1	0,1236	0,1128	0,0307	0,1696	0,3833	0,3595	2,2413	0,5821	0,3377
Koef. 2	0,6303	0,3701	0,3653	0,7209	0,7782	0,9351	11,4331	1,9092	4,0133
Koef. 3	0,1513	0,0874	0,0173	0,2125	0,3027	0,3936	2,7446	0,4507	0,1904
Koef. 4	0,0004	0,0002	0,0002	0,0005	0,0009	0,0015	0,0068	0,0009	0,0021
Koef. 5	0,0006	0,0000	0,0002	0,0008	0,0007	0,0019	0,0104	0,0002	0,0033
Interaktion	0,0938	0,4291	0,5858	/	/	/	1,7010	2,2139	6,4357
MC	0,0001	0,0004	0,0003	/	/	/	0,0014	0,0020	0,0031

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Wie in Tabelle 5.8 und Abbildung 5.7 zu erkennen ist, geht der maßgebliche Einfluss auf den Zielwert $\hat{\theta}_1^{(s)}$ vom Achsenabschnitt (Koef. 1) sowie den Parametern für Alter (Koef. 2) und Alter² (Koef. 3) aus. Die Effektstärke der übrigen Koeffizienten ist im Vergleich dazu so gering, dass diese in der Abbildung nicht zu erkennen sind. Zu allen Simulationsperioden resultieren die größten Haupteffekte bei Koef. 2. In anfänglichen Perioden ergeben sich bis Periode 9 die zweitgrößten Effekte bei Koef. 1, welche bis Periode 34 von Koef. 3 übertroffen werden. Ab Periode 30 lässt sich bis Periode 51 eine starke Abnahme aller Haupteffekte erkennen, die mit einer deutlichen Steigerung der Interaktionseffekte einhergeht. Anschließend kommt es wieder zu einem Anstieg der Haupteffekte bei gleichzeitigem Rückgang der Interaktionseffekte. Im Gegensatz zu den relativ konstanten Verläufen der Haupteffekte bis Periode 30 ergeben die Varianzkomponenten ein vollkommen verändertes Bild. Bis Periode 19 ist ein starker Anstieg der Gesamtvarianz wie auch der einzelnen Komponenten

erkennbar. Anschließend geht die Varianz wieder stark zurück und wird vor dem Erreichen des Simulationshorizonts wieder größer. Entgegen den Sensitivitätsanalysen zur Modellunsicherheit ergeben sich in diesem Fall deutliche Interaktionseffekte, die insbesondere ab der Hälfte der simulierten Perioden zu und von Periode 50 an wieder abnehmen. Die Varianzkomponenten der Interaktionseffekte bleiben hingegen von Periode 45 an relativ konstant.

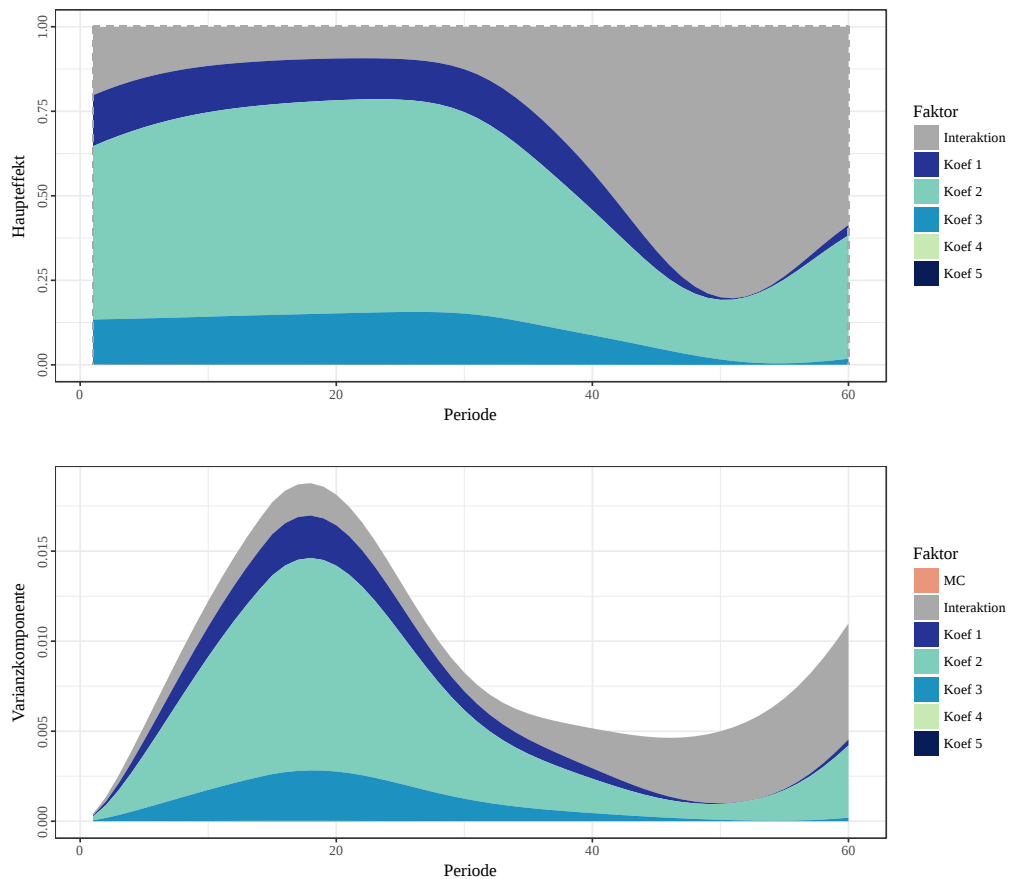


Abbildung 5.7: Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Geburtenmodells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Deutlich geringere Haupteffekte sind bei der Analyse des Pflegemodells zu erkennen, wie der Tabelle 5.9 und Abbildung 5.8 zu entnehmen ist. Bereits bei der Analyse der Modellunsicherheit konnten nur minimale Effekte des Pflegemodells auf die Variation von $\hat{\theta}_1^{(s)}$ festgestellt werden. Der große Anteil der stochastischen Unsicherheit lässt sich über die weiße Fläche bei Darstellung der Haupteffekte sowie durch die rote Fläche bei Darstellung der Varianzkomponenten identifizieren. Wie schon bei der Analyse der Koeffizienten des Geburtenmodells ergeben sich die Effektstärken ausschließlich aus drei Koeffizienten (Koef. 1, Koef. 2 und Koef. 3) sowie den Interaktionseffekten.

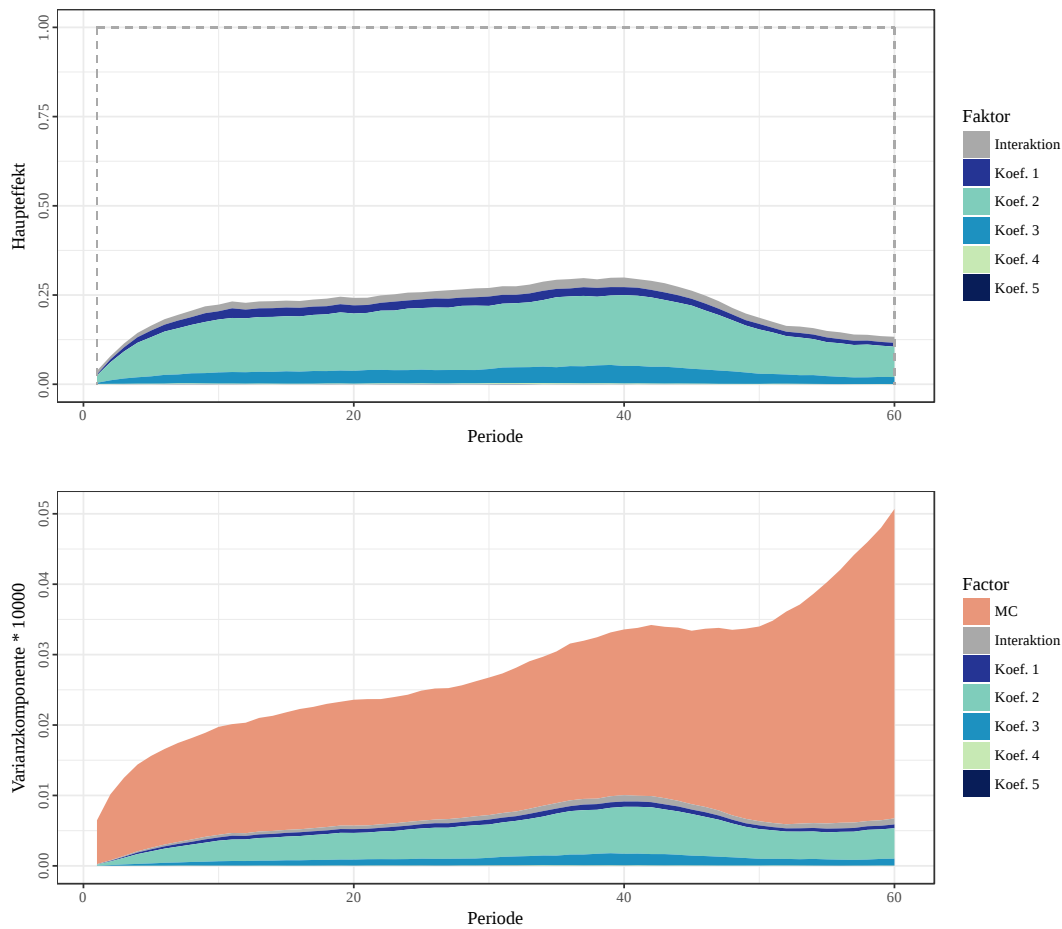


Abbildung 5.8: Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Pflegemodells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Tabelle 5.9: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Pflegemodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzkomp. $\times 100.000$		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
$\hat{\theta}_1^{(s)}$: Anteil Erwerbstätige									
Koef. 1	0,0228	0,0223	0,0107	0,0318	0,0334	0,0206	0,0537	0,0747	0,0544
Koef. 2	0,1606	0,1987	0,0853	0,1790	0,2225	0,0988	0,3789	0,6672	0,4322
Koef. 3	0,0363	0,0493	0,0194	0,0517	0,0684	0,0308	0,0857	0,1654	0,0982
Koef. 4	0,0010	0,0015	0,0006	0,0052	0,0071	0,0078	0,0024	0,0052	0,0030
Koef. 5	0,0004	0,0008	0,0001	0,0053	0,0054	0,0075	0,0008	0,0011	0,0007
Interaktion	0,0210	0,0270	0,0169	/	/	/	0,0496	0,0906	0,0856
MC	0,7579	0,7009	0,8670	/	/	/	0,1788	0,2353	0,4394

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Die Haupteffekte von Koef. 4 und Koef. 5 fallen hingegen extrem gering aus. Dabei geht der größte relative Einfluss auf die Varianz zu allen Perioden auf Koef. 2 zurück. Der Anteil an Variation, der über die Koeffizienten insgesamt erklärt werden kann, liegt über alle Perioden hinweg bei maximal 30%. Nach 60 simulierten Perioden ist der Anteil der MC-Varianz an der Gesamtvarianz bei fast 87%. Der Vergleich der Varianzkomponenten mit den Haupteffekten zeigt einen durchweg ähnlichen Verlauf. Bis zu Periode 40 steigen die Effekte der Koeffizienten langsam an und sinken anschließend etwas stärker ab. Ab Periode 50 kommt es nochmals zu einem sichtbaren Anstieg der stochastischen Unsicherheit.

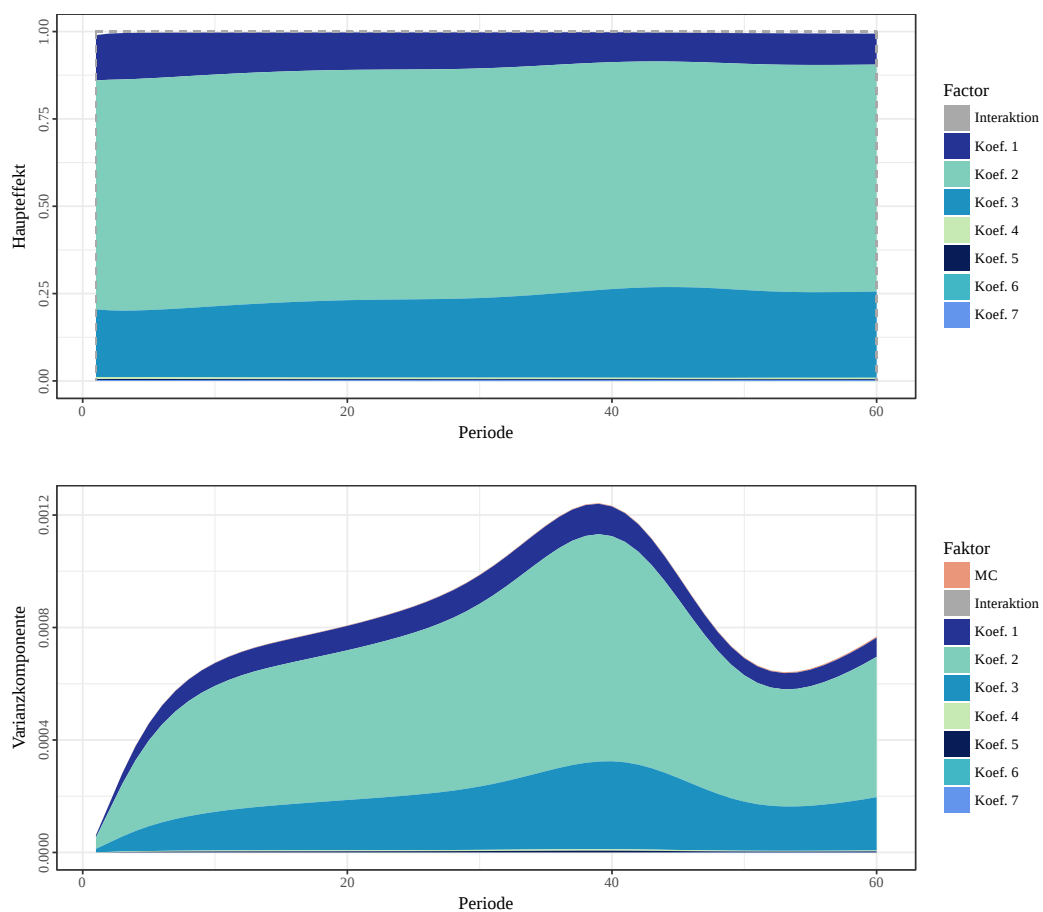


Abbildung 5.9: Haupteffekte und Varianzkomponenten für die Parameter des Erwerbstätigkeitsmodells: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Deutliche Unterschiede zu den bereits beschriebenen Modellen lassen sich bei den Parametern des Modells für Erwerbstätigkeit in Tabelle 5.10 und Abbildung 5.9 erkennen. Zwar ergeben sich ebenfalls ausschließlich aus Koef. 1, Koef. 2 und Koef. 3 erkennbare Effekte, die jedoch über den gesamten Simulationshorizont hinweg relativ konstant bleiben. Der stärkste Einfluss resultiert aus Koef. 2, gefolgt von Koef. 3 und Koef. 1. Weder die übrigen Koeffizienten, noch die Interaktionseffekte oder die MC-

Variation führen zu erkennbaren Einflüssen. Über die Varianzkomponenten lassen sich jedoch deutliche Schwankungen erkennen. Die Gesamtvarianz steigt in einem nichtlinearen Verlauf bis Periode 39 zunächst an, sinkt anschließend wieder bis zu einem erneuten Anstieg ab Periode 53.

Bisher wurden die Interaktionseffekte ausschließlich in aggregierter Form betrachtet, ohne genauer auf deren differenzierte Wirkungsweisen einzugehen. Daher können auch keine expliziten Aussagen über die Interaktion zweier Faktoren getroffen werden. Eine geeignete Möglichkeit, gemeinsame Effekte verschiedener Faktoren graphisch zu analysieren, bieten Chord-Diagramme. In Abbildung 5.10 werden die Interaktionseffekte bei der Analyse der Parameterunsicherheit des Geburtenmodells und des Pflegemodells nach 60 simulierten Perioden dargestellt.

Tabelle 5.10: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten der Parameterunsicherheit für das Erwerbstätigkeitsmodell: $\hat{\theta}_1^{(s)}$

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzcomp. $\times 1.000$		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
	$\hat{\theta}_1^{(s)}$: Anteil Erwerbstätige								
Koef. 1	0,1073	0,0855	0,0886	0,1075	0,0856	0,0887	0,0866	0,1055	0,0681
Koef. 2	0,6591	0,6494	0,6497	0,6594	0,6495	0,6498	0,5324	0,8006	0,4992
Koef. 3	0,2216	0,2538	0,2468	0,2217	0,2539	0,2469	0,1790	0,3130	0,1896
Koef. 4	0,0044	0,0041	0,0041	0,0044	0,0041	0,0042	0,0035	0,0050	0,0032
Koef. 5	0,0051	0,0051	0,0049	0,0051	0,0051	0,0049	0,0041	0,0063	0,0038
Koef. 6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Interaktion	0,0003	0,0001	0,0002	/	/	/	0,0002	0,0002	0,0001
MC	0,0022	0,0019	0,0057	/	/	/	0,0018	0,0024	0,0044

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Die äußeren Bögen der Kreise setzen sich aus der Summe aller Interaktionseffekte zweiter und höherer Ordnung zusammen. Je größer der Anteil der äußeren Balken am gesamten Kreis, desto größer sind folglich die Interaktionseffekte unter Beteiligung des entsprechenden Koeffizienten. Während im Geburtenmodell Koef. 4 und Koef. 5 bei den Interaktionseffekten keine Rolle spielen, machen diese einen sichtbaren Anteil im Pflegemodell aus. Die schmalen inneren Balken ergeben sich aus der Summe der Interaktionseffekte zweiter Ordnung. Die Verbindungslinien zwischen den Faktoren zeigen die gemeinsamen Effekte zweier Faktoren. Da Interaktionseffekte symmetrisch sind, lässt sich keine Richtung der Wirkung identifizieren. In Abbildung 5.10 ist beispielsweise zuerkennen, dass im Geburtenmodell bei Koef. 1, Koef. 2 und Koef. 3 die Interaktionseffekte zweiter Ordnung den größten Teil der gemeinsamen Effekte ausmachen, während der Anteil im Pflegemodell bei allen Faktoren deutlich geringer

ausfällt. Die größten gemeinsamen Effekte weisen hier in beiden Fällen Koef. 1 und Koef. 2 sowie Koef. 2 und Koef. 3 auf. Die explizite Betrachtung von Interaktionseffekten kann eine wichtige Ergänzung bei der Durchführung von Sensitivitätsanalysen sein. Werden beispielsweise anstelle von Modellparametern verschiedene politische Maßnahmen als Faktoren definiert, so kann dadurch geprüft werden, ob besondere Effekte aus der kombinierten Umsetzung zu erwarten sind.

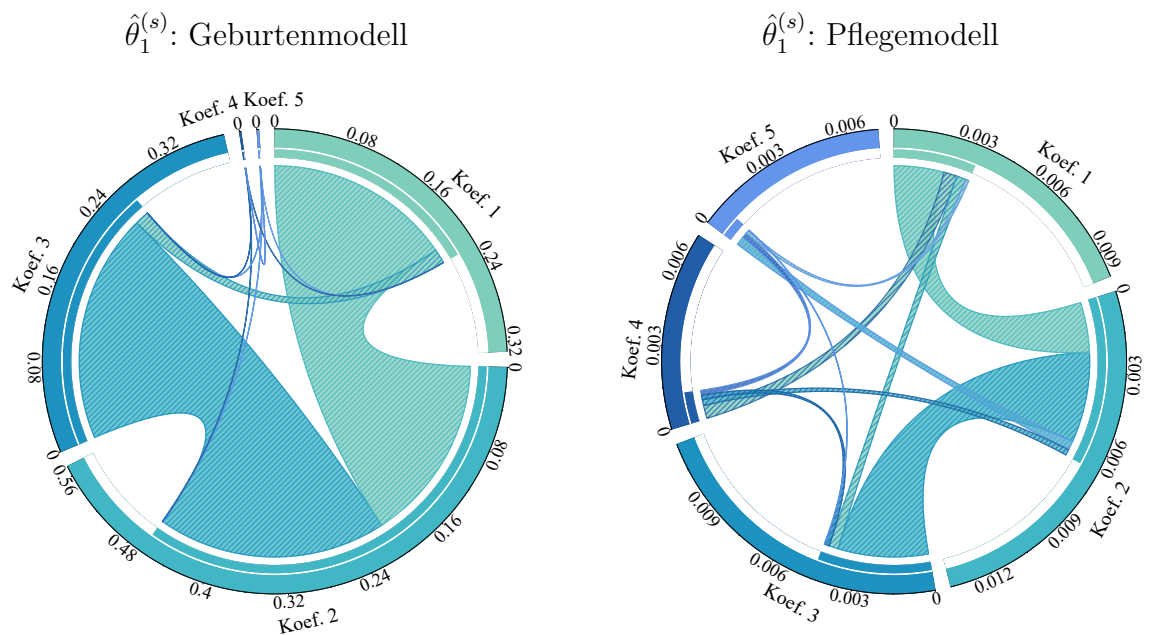


Abbildung 5.10: Interaktionseffekte erster und zweiter Ordnung; Äußere Balken entsprechen der Summe aller Interaktionseffekte, innere Balken den Interaktionseffekten zweiter Ordnung; Verbindungslinien zeigen Interaktionseffekte zwischen den Faktoren

5.4 Regionalisierte Analyse von Szenarien

Im Folgenden werden Sensitivitätsanalysen zur Analyse verschiedener Szenarien in regionalisierten Mikrosimulationen angewendet. Dafür werden Modifikationen hinsichtlich Geburten, Sterbefällen und Wanderungen für alle Kreise in Rheinland-Pfalz vorgenommen. Zunächst wird in Abschnitt 5.4.1 der Aufbau der Simulation beschrieben, um anschließend in Abschnitt 5.4.2 die Ergebnisse darzulegen.

5.4.1 Aufbau der Simulation

Für die nachfolgende Simulation wird die Struktur des MikroSim-Modells genutzt. In jedem Simulationsdurchlauf werden alle enthaltenen Module für Mortalität, Fertilität, Wanderungen sowie für eine Vielzahl weiterer soziodemographischer und sozioökonomischer Ereignisse ausgeführt. Eine ausführliche Beschreibung des Modells und der enthaltenen Module findet sich in Münnich et al. (2021). Die Simulation beschränkt sich auf Rheinland-Pfalz und wird für jeden der 36 Kreise und kreisfreien Städte individuell ausgeführt. Wanderungen werden in offener Form wie in Abschnitt 4.4.1 beschrieben umgesetzt. Entgegen der vorangegangenen Simulation mithilfe eines reduzierten Modells ergibt sich durch die Vielzahl enthaltener Module eine deutlich komplexere Gesamtstruktur.

Im Gegensatz zur Simulation in Abschnitt 5.3.1 werden jedoch nicht die Modell- und Parameterunsicherheiten untersucht, sondern der Einfluss verschiedener Szenarien. Grundsätzlich lassen sich Szenarien zu unterschiedlichen Zwecken in Mikrosimulationen implementieren. Zum einen kann die direkte Analyse der Auswirkungen dieser Szenarien der Untersuchung der Forschungsfrage dienen. Zum anderen lassen sich aber auch Analysen unter Berücksichtigung von Szenarien durchführen, um beispielsweise Unsicherheiten hinsichtlich zukünftiger Entwicklungen zu berücksichtigen. Das ist insbesondere dann von Relevanz, wenn nicht davon auszugehen ist, dass die zur Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten relevanten Mechanismen in der Zukunft unverändert bleiben. Die Vorhersage der zukünftigen Entwicklung kann sowohl auf empirischen Vorhersagen als auch auf Expertenmeinungen oder subjektiven Einschätzungen der Forschenden basieren. Im vorliegenden Fall werden annahmebasierte Entwicklungsszenarien für Geburten, Sterbefälle und Wanderungen implementiert. Ziel ist es nicht, möglichst realistische Entwicklungen einzubinden, sondern den Vergleich der Einflussstärken unter regionalen Gesichtspunkten durchzuführen.

Die Einbindung von Szenarien auf Makroebene sollte, sofern es möglich ist, nicht über feste Werte erfolgen, da dadurch wünschenswerte Wirkungsweisen auf Mikroebene weitestgehend eliminiert werden (siehe dazu Abschnitt 2.7). Daher werden die Szenarien über Anpassungen des Achsenabschnitts der zugrundeliegenden Logit-Modelle beziehungsweise der logarithmierten Odds-Ratio der Wahrscheinlichkeiten

implementiert. Um sinkende Geburtenraten und steigende Lebenserwartungen zu simulieren, werden daher Anpassungswerte $\omega_r^{(s)}$ bestimmt, um die Modelle oder alternativ die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten für Person u in Kreis r über

$$\hat{\pi}_{r,u}^{(s)*} = \frac{\exp(\mathbf{x}'_{r,u}\hat{\beta} + \omega_r^{(s)})}{1 + \exp(\mathbf{x}'_{r,u}\hat{\beta} + \omega_r^{(s)})} = \frac{\exp\left[\log\left(\frac{\hat{\pi}_{r,u}^{(s)}}{1 - \hat{\pi}_{r,u}^{(s)}}\right) + \omega_r^{(s)}\right]}{1 + \exp\left[\log\left(\frac{\hat{\pi}_{r,u}^{(s)}}{1 - \hat{\pi}_{r,u}^{(s)}}\right) + \omega_r^{(s)}\right]} \quad (5.12)$$

so anzupassen, dass die gewünschte Veränderung im Erwartungswert der Wahrscheinlichkeiten oder Zustände erreicht wird.

Im vorliegenden Fall wird der jeweilige Anpassungswert $\omega_r^{(s)}$ im Simulationsverlauf schrittweise verringert, sodass gegeben der Verteilung der Ausgangspopulation nach 10 Perioden eine Reduktion von 10% erreicht wird. Die Einbindung erfolgt im Jahr 2020, da bis zum Jahr 2019 bekannte Werte für Geburten und Sterbefälle vorliegen, an welche die Wahrscheinlichkeiten angepasst werden. Die Bestimmung aller Anpassungswerte für die zukünftigen Perioden wird daher im simulierten Jahr 2020 vollzogen. Durch dieses Vorgehen ist die Entwicklung nicht a priori fest vorgegeben, sondern weiterhin von strukturellen Veränderungen auf Mikroebene abhängig. Somit kann es beispielsweise trotz sinkender individueller Geburtenwahrscheinlichkeiten durch eine Zunahme der Anzahl von Frauen im fertilen Alter oder weitere strukturelle Änderungen, wie ein Anstieg an Partnerschaften, dennoch zu einer Steigerung der Geburten kommen.

Tabelle 5.11: Faktoren und Szenarien der regionalisierten Simulation

Faktor	Szenario
Geburten	Baseline: Unveränderte Wahrscheinlichkeiten Sinkende Geburtenantendenz
Sterbefälle	Baseline: Unveränderte Wahrscheinlichkeiten Steigende Lebenserwartung
Wanderungen	Migrationsraten 2019 Mittelwert 2011 bis 2014 und 2017 bis 2019

Des Weiteren werden zwei Szenarien für die Simulation von regionaler Mobilität eingebunden. Dabei werden einmal die individuellen Wanderungszahlen für Fortzüge und Zuzüge aus dem Jahr 2019 im Simulationsverlauf konstant gelassen und einmal die Mittelwerte der Migrationszahlen aus den Jahren 2011 bis 2014 und 2017 bis 2019 verwendet. Eine ausführlichere Beschreibung der Simulation von Wanderungen und der Szenarien findet sich in Abschnitt 4.4.1.

Insgesamt ergeben sich somit drei Faktoren für die Sensitivitätsanalyse (Geburten, Sterbefälle und Wanderungen), die wiederum aus jeweils zwei Szenarien bestehen. Diese sind in Tabelle 5.11 aufgeführt. Zur Berücksichtigung der MC-Variation wird jede Simulation insgesamt 100 mal ausgeführt. Daraus ergeben sich 800 Simulationendurchläufe für jeden der 36 Kreise in Rheinland Pfalz. Die Analyse beschränkt sich im Folgenden auf den Zielwert $\hat{\theta}_1^{(s)}$ (Anteil Erwerbstätiger).

5.4.2 Simulationsergebnisse

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse werden nachfolgend für ausgewählte kreisfreie Städte und Landkreise in Rheinland-Pfalz detaillierter über die Abbildung 5.12 und Tabelle 5.12 ausgewertet. Darüber hinaus werden in Abbildung 5.11 die Haupteffekte für alle Kreise in Rheinland-Pfalz über Karten veranschaulicht. Entgegen der vorherigen Analyse werden Ergebnisse nur für die Perioden 20 bis 60 generiert, da die Szenarien erst nach 10 simulierten Jahren zum Tragen kommen. Die Analyse der Haupteffekte zeigt starke Unterschiede sowohl zwischen den Perioden als auch zwischen den Regionen. Interaktionseffekte fallen in allen Kreisen über die gesamte Simulation hinweg sehr gering aus, sodass diese sich in Abbildung 5.12 kaum erkennen lassen. Auf eine Interpretation der Interaktions- und Totaleffekte wird im Nachfolgenden daher verzichtet.

Für Koblenz ergeben sich bis Periode 27 die stärksten Effekte auf den Zielwert aus den Wanderungen, von Periode 28 bis 41 aus den Geburten, zwischen den Perioden 42 und 56 erneut aus den Wanderungen und von Periode 57 an wieder aus den Geburten. Weniger wellenförmig zeigt sich der Verlauf der Effekte für Mortalität, jedoch ist auch hier erst eine Zunahme bis Periode 39, ein anschließender Rückgang bis Periode 50 und wiederum ein Anstieg bis zum Simulationshorizont zu beobachten. Während zu Beginn ein Großteil der Variation durch die stochastischen Komponenten verursacht wird, nimmt der Anteil im Simulationsverlauf deutlich ab. Ab Periode 48 kann jedoch wieder ein leichter Anstieg verzeichnet werden.

Wesentlich eindeutiger fallen hingegen die Effekte für den Landkreis Vulkaneifel aus. Über alle Perioden hinweg ergibt sich der überwiegende Einfluss aus den Wanderungen. Die Effekte der Geburten nehmen bis Periode 29 deutlich zu, sind nachfolgend aber durchgehend rückläufig, sodass diese ab Periode 47 unter den Effekten der Mortalität liegen. Der Anteil der MC-Variation nimmt im Verlauf erst mehr und später weniger deutlich ab.

Der stärkste Einfluss auf den Zielwert geht im Landkreis Trier-Saarburg zu allen Zeitpunkten von den Geburten aus. Anfangs sind noch deutliche Effekte der Wanderungen zu erkennen, die bis Periode 35 so stark abnehmen, dass diese in Abbildung 5.12 nicht mehr auszumachen sind. In den letzten 25 Perioden ist wiederum ein deutlicher Anstieg der Wanderungen erkennbar. Nur minimaler Einfluss geht wie-

derum von der Mortalität aus. Wie in den zuvor beschriebenen Kreisen nimmt der zu Beginn starke relative Einfluss der MC-Variation zunächst ab, jedoch ab Periode 31 wieder zu.

Für die kreisfreie Stadt Landau ergeben sich in den ersten vier Perioden die größten Effekte aus den Wanderungen, anschließend überwiegen die Effekte der Mortalität. Der zu Beginn minimale Einfluss der Geburten nimmt bis Periode 30 fortlaufend zu, sodass diese zeitweise den zweitstärksten Faktor ausmachen. Mit dem darauffolgenden Rückgang des Einflusses der Geburten nehmen parallel die Effektstärken der Wanderungen wieder zu. Der relative Einfluss der stochastischen Variation ist wie bei den übrigen Kreisen zu Beginn sehr stark, nimmt nachfolgend hingegen deutlich ab. Von Periode 50 an ist wieder ein leichter Anstieg erkennbar.

Die extremen regionalen Differenzen der Haupteffekte lassen sich besonders über die Karten in Abbildung 5.12 verdeutlichen. Je dunkler der Blauton, desto stärker sind die Haupteffekte des jeweiligen Faktors nach 60 simulierten Perioden. Insgesamt lässt sich dabei der stärkste relative Einfluss auf die Geburten mit einem arithmetischen Mittel (0,25-Quantil; Median; 0,75-Quantil) von 0,385 (0,117; 0,361; 0,631) zurückführen, gefolgt von den Wanderungen mit 0,262 (0,024; 0,133; 0,416) und der Mortalität mit 0,124 (0,007; 0,026; 0,091). Ebenfalls deutliche Unterschiede zeigen sich zwischen den Kreisen bei der MC-Variabilität, die in sechs Kreisen sogar den größten Teil der gesamten Variation verursacht.

Auch wenn dadurch sehr deutlich wird, wie verschieden die Wirkungsweisen der Szenarien auf die unterschiedlichen Kreise sind, lässt sich keine Aussage über den tatsächlichen Einfluss auf die Varianz treffen. Daher werden in Abbildung 5.12 neben den Haupteffekten auch die Varianzkomponenten dargestellt. Hierbei wird ersichtlich, dass deutliche Differenzen sowohl zu den Haupteffekten als auch zwischen den Regionen auftreten. Nicht nur der Verlauf der einzelnen Varianzkomponenten, sondern auch die gesamte Variation der Zielwerte divergiert stark. Während beispielsweise im Landkreis Vulkaneifel ein durchgängiger Anstieg der gesamten Variation zu erkennen ist, in den kreisfreien Städten Koblenz und Landau sowie im Landkreis Trier-Saarburg die Variation nach einem anfänglichen Anstieg zum Ende des Simulationshorizontes hin wieder ab.

Tabelle 5.12: Haupteffekte, Totaleffekte und Varianzkomponenten – Vergleich verschiedener Szenarien für ausgewählte Kreise

Simulationsperiode	Haupteffekte			Totaleffekte			Varianzcomp. ×100.000		
	20	40	60	20	40	60	20	40	60
Kreisfreie Stadt Koblenz									
Wanderungen	0,5665	0,3057	0,1526	0,5674	0,3083	0,1587	1,2158	2,9116	1,1202
Mortalität	0,1372	0,3787	0,3802	0,1374	0,3795	0,3855	0,2945	3,6066	2,7913
Geburten	0,1473	0,2433	0,3402	0,1482	0,2455	0,3435	0,3161	2,3168	2,4975
Interaktion	0,0009	0,0028	0,0073	/	/	/	0,0020	0,0267	0,0535
MC	0,1480	0,0695	0,1197	/	/	/	0,3177	0,6623	0,8784
Kreisfreie Stadt Landau i. d. Pfalz									
Wanderungen	0,1050	0,1374	0,1129	0,1057	0,1381	0,1141	0,2091	1,7820	1,2974
Mortalität	0,0588	0,0527	0,0038	0,0592	0,0527	0,0044	0,117	0,6835	0,0431
Geburten	0,5131	0,7256	0,7409	0,5138	0,7262	0,7425	1,0219	9,4106	8,5168
Interaktion	0,0007	0,0007	0,0017	/	/	/	0,0014	0,0086	0,0196
MC	0,3225	0,0837	0,1408	/	/	/	0,6423	1,0855	1,6188
Landkreis Vulkaneifel									
Wanderungen	0,5507	0,7234	0,8993	0,5511	0,7247	0,9047	1,2217	12,4291	36,6154
Mortalität	0,1047	0,0903	0,0021	0,1049	0,0912	0,0074	0,2322	1,5516	0,0848
Geburten	0,0447	0,0643	0,0250	0,0450	0,0649	0,0251	0,0992	1,1046	1,0179
Interaktion	0,0004	0,0014	0,0054	/	/	/	0,0010	0,0238	0,2202
MC	0,2994	0,1206	0,0682	/	/	/	0,6642	2,0727	2,7784
Landkreis Trier-Saarburg									
Wanderungen	0,2089	0,0001	0,0657	0,2099	0,0023	0,0691	0,1595	0,0005	0,4761
Mortalität	0,4664	0,5408	0,2207	0,4671	0,5431	0,2239	0,3561	2,7687	1,5986
Geburten	0,0072	0,0130	0,0076	0,0082	0,0131	0,0080	0,0055	0,0667	0,0554
Interaktion	0,0010	0,0023	0,0034	/	/	/	0,0008	0,0117	0,0243
MC	0,3164	0,4438	0,7026	/	/	/	0,2416	2,2719	5,0904

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

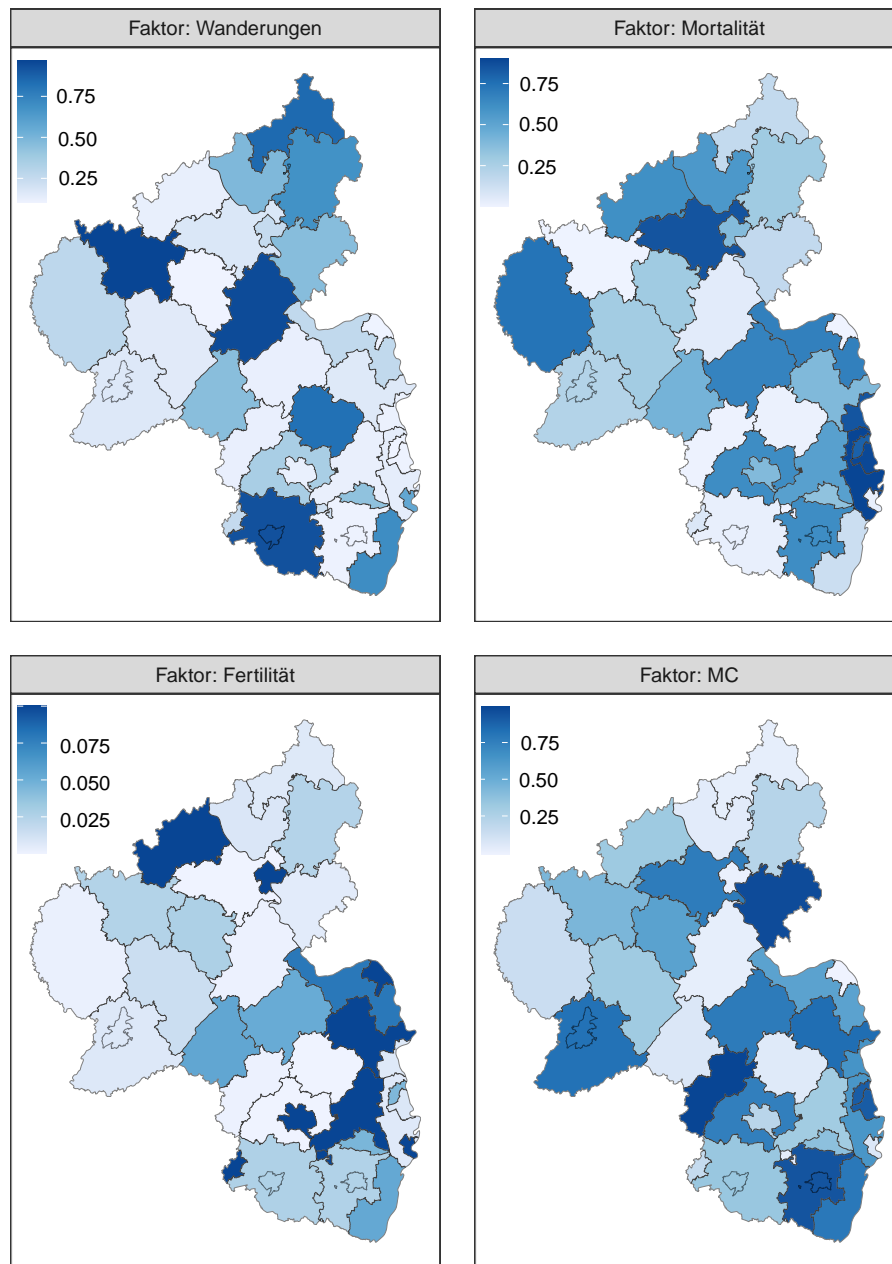
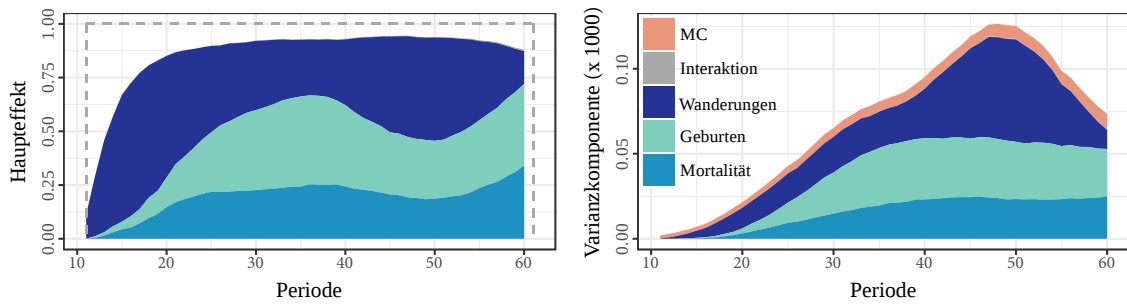
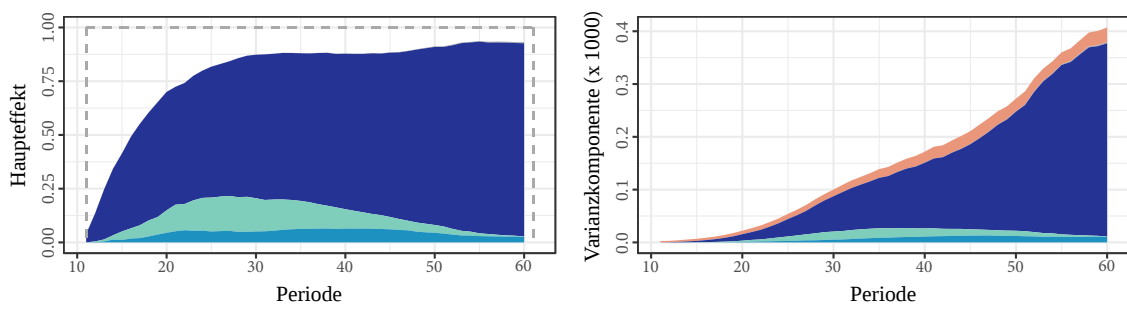


Abbildung 5.11: Haupteffekte und Varianzkomponenten für ausgewählte Kreise nach 60 simulierten Jahren

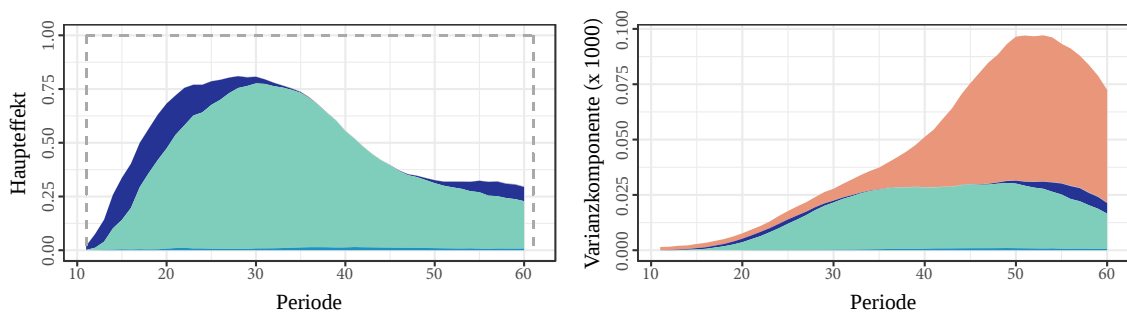
Kreisfreie Stadt Koblenz



Landkreis Vulkaneifel



Landkreis Trier-Saarburg



Kreisfreie Stadt Landau in der Pfalz

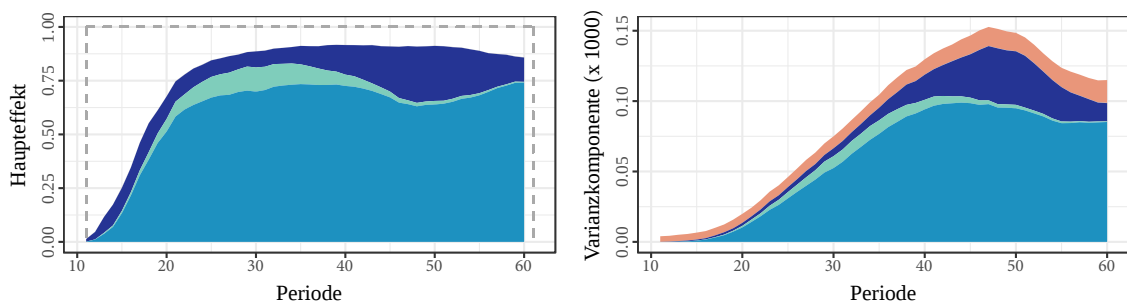


Abbildung 5.12: Haupteffekte und Varianzkomponenten für ausgewählte Kreise

5.5 Zusammenfassung

Die Messung von Unsicherheit in dynamischen Mikrosimulationen stellt Forschende noch immer vor große Herausforderungen. Die enorme Komplexität, die insbesondere Resultat der Vielzahl an unterschiedlichen Komponenten ist, erschwert die Anwendung klassischer Methoden zur Messung von Unsicherheiten oder macht diese sogar unmöglich. Daher wurde in diesem Kapitel die Methodik varianzbasierter Sensitivitätsanalysen zur Quantifizierung von Einflussfaktoren auf Ergebnisse dynamischer Mikrosimulationen vorgestellt.

Die Anwendung von Sensitivitätsanalysen ist dabei von Varianzschätzungen zu differenzieren, da nicht die Generierung konkreter Schätzwerte für die Gesamtvarianz zur Erstellung von Konfidenzintervallen bezweckt wird. Vielmehr besteht das Ziel darin, einzelne Einflussfaktoren zu quantifizieren und dadurch vergleichbar zu machen. Demnach sollten diese Methoden nicht als Alternativen, sondern vielmehr als komplementäre Komponenten betrachtet werden. Der bedeutende Vorteil von varianzbasierten Sensitivitätsanalysen liegt insbesondere in der Flexibilität der Anwendung, die es erlaubt, unterschiedlichste Komponenten als Inputfaktoren zu definieren und zu operationalisieren. Wichtig ist hierbei lediglich, dass die Komponenten unabhängig voneinander implementierbar sind. Dadurch ergibt sich wiederum die Einschränkung, dass Abhängigkeitsstrukturen der Inputfaktoren – beispielsweise Kovarianzen von Modellparametern – nicht berücksichtigt werden können. Da es darüber hinaus keine weiteren Restriktionen gibt, können Faktoren jeglicher Art implementiert und deren Einfluss untereinander verglichen werden.

Für die Messung von Unsicherheiten ist es folglich notwendig, diese über Inputfaktoren zu definieren. Liegen beispielsweise verschiedene Datensätze für die Auswahl als Basispopulation vor, so kann die Simulation mit den alternativen Datensätzen durchgeführt werden und die dadurch entstandene Variation quantifiziert werden. Analog können alternative Modelle, Parameter oder strukturelle Entscheidungen eingebunden werden. Dabei geht das Anwendungsfeld auch über die Messung von Unsicherheiten hinaus. Auch für eine vergleichende Analyse verschiedener, sich gegenseitig nicht ausschließender, Szenarien können Sensitivitätsanalysen eingesetzt werden.

Zur Veranschaulichung der Methodik wurde die Anwendung von Sensitivitätsanalysen für dynamische Mikrosimulationen anhand konkreter Beispiele umgesetzt. Dabei wurden zum einen Modelle und einzelne Koeffizienten und zum anderen unterschiedliche Szenarien hinsichtlich Geburten, Sterbefälle und Wanderungen im Rahmen einer regionalisierten Mikrosimulation für die Kreise und kreisfreien Städte in Rheinland-Pfalz als Inputfaktoren definiert und deren Einfluss mithilfe von Sensitivitätsanalysen quantifiziert.

Ein bedeutender Vorteil von Mikrosimulationen gegenüber Makrosimulationen liegt in der Verfügbarkeit der gesamten Datenbasis auf Individualebene zu allen simulierten Zeitpunkten, was die Auswertung vieler unterschiedlicher Zielwerte erlaubt. Durch die Simulationen konnte gezeigt werden, dass sich die Einflüsse einzelner Faktoren zwischen den Zielwerten deutlich voneinander unterscheiden, weshalb individuelle Sensitivitätsanalysen für jeden interessierenden Zielwert durchzuführen sind. Auch der Zeitpunkt der Analyse hat einen enormen Einfluss auf die Wirkungsweisen der Einflussfaktoren. So zeigt sich zum Beispiel, dass der Einfluss der Unsicherheit des Geburtenmodells nach ca. 40 Perioden keinen Einfluss mehr auf den Anteil Erwerbstätiger hat, während in den vorherigen Perioden ein großer bis überwiegender Teil der Gesamtvarianz dadurch verursacht wird.

Sofern sehr einflussreiche Faktoren vorliegen, besteht die Gefahr, dass – insbesondere bei graphischen Analysen – die Einflüsse der übrigen Effekte überdeckt werden. In diesem Fall können konditionierte Diagramme eine bessere Auswertung ermöglichen. Wichtige Erkenntnisse können sich auch durch die explizite Betrachtung von Interaktionseffekten ergeben. Sofern ein großer Einfluss dieser Effekte auszumachen ist, sollte grundsätzlich eine differenziertere Analyse der Interaktionen erfolgen, wie durch die kreisförmige Darstellung der Interaktionseffekte zweiter Ordnung veranschaulicht wurde. Diese Art der Analyse ist besonders für die Bewertung gemeinsamer Wirkungsweisen verschiedener politischer Interventionen (bspw. Sozialleistungen) geeignet.

Auch wenn die ausschließliche Betrachtung von Haupt- und Totaleffekten gut geeignet für die Analyse des relativen Einflusses im zeitlichen Verlauf ist, so können keine Erkenntnisse über den absoluten Einfluss sowie die Entwicklung der gesamten Variation erlangt werden. Um Fehlinterpretationen diesbezüglich zu vermeiden, ist es grundsätzlich zu empfehlen, ergänzend zu den Haupt- und Totaleffekten auch immer die Varianzkomponenten zu betrachten.

Dass scheinbar identische Einflussfaktoren bei gleichen Zielwerten zu deutlich verschiedenen Wirkungsweisen führen können, wurde durch die regionalisierte Analyse der Szenarien ersichtlich. Dabei unterscheiden sich nicht nur die Haupteffekte, sondern auch die Varianzkomponenten sowie die gesamten Variationen ergeben über die verschiedenen Regionen ein sehr heterogenes Bild. Dadurch kann abermals der Mehrwert regionalisierter Modellierungen und die gleichzeitige Notwendigkeit differenzierter Ergebnis- und Unsicherheitsanalysen aufgezeigt werden.

Insgesamt lässt sich resümieren, dass sowohl die Analyse über Mikrosimulationen als auch die Messung von Unsicherheit immer unter Berücksichtigung des Zielwertes, des Simulationshorizontes und der geographischen Differenzierung der Basispopulation erfolgen muss. Gleichzeitig sollten auch Methoden der Varianzschätzung im Bereich dynamischer Mikrosimulationen weiter untersucht und angewendet werden. Hierbei können Sensitivitätsanalysen zur vorangestellten Beurteilung der Relevanz

verschiedener Komponenten herangezogen werden. Darüber hinaus sollten Verfahren zur effizienteren Durchführung von Sensitivitätsanalysen evaluiert werden, da der mit steigender Anzahl an Inputfaktoren einhergehende exponentielle Anstieg der Rechenzeit zu bedeutenden Einschränkungen in der Praktikabilität der Anwendung führt. Möglichkeiten ergeben sich beispielsweise, indem Sensitivitätsanalysen nicht auf der gesamten Population, sondern auf geeigneten, wiederholt gezogenen Stichproben umgesetzt werden. Dabei gilt es jedoch zunächst, den Einfluss von Stichprobenziehungsprozessen auf die Analyseergebnisse umfassend zu evaluieren.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

In den letzten Jahren kam es zu einer stetigen Ausweitung der Anwendungsgebiete von Mikrosimulationen und damit einhergehend auch zu einer Weiterentwicklung der zugrundeliegenden Methoden. Maßgeblichen Anteil daran haben die gesteigerte Rechenleistung und die umfangreichere Verfügbarkeit von Informationen auf Individualebene. Nicht zuletzt hat auch der schlagartig gestiegene Bedarf an fundierten datenbasierten Analysen im Zuge der Corona-Pandemie diese Entwicklung begünstigt.

Dabei zeigt sich eindeutig, dass der Fokus immer mehr auf die Untersuchung kleinräumiger Strukturen gelegt wird. Regionalisierte dynamische Mikrosimulationen bieten die Möglichkeit, langfristige Entwicklungen auf individueller Ebene unter Berücksichtigung geographischer Aspekte zu prognostizieren. Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, Methoden regionalisierter dynamischer Mikrosimulationen sowohl im Allgemeinen als auch für ausgewählte Bereiche explizit zu beschreiben, zu analysieren und zu erweitern. Ergänzend zur aktuellen Literatur, in der regionale Aspekte primär im Kontext synthetischer Datengenerierungsprozesse behandelt werden, wurde der Fokus auf Methoden gelegt, die für die Erweiterung, dynamische Fortschreibung und anschließende Analyse eingesetzt werden können.

Die Forschungsarbeit wurde im Rahmen zweier Forschungsprojekte zu Mikrosimulationen auf Grundlage der darin erstellten Basispopulationen durchgeführt. Eine realitätsnahe Grundgesamtheit für die Großregion Trier wurde zunächst im Rahmen des, von der Nikolaus Koch Stiftung geförderten, REMIKIS-Projekts erstellt. Darauf aufbauend wurde in der DFG-Forschungsgruppe FOR 2559 für das MikroSim-Modell eine Erweiterung der Datenbasis auf ganz Deutschland vorgenommen. Diese Datengrundlage bietet zwar eine ideale Basis für die Umsetzung dynamischer regionalisierter Mikrosimulationen, jedoch stellt diese nur der Ausgangspunkt für themenspezifische Erweiterungen und die Fortschreibung in die Zukunft dar. Um den Erstellungsprozess dynamischer Mikrosimulationen möglichst umfassend zu beschreiben, wurden zunächst die zentralen Themenkomplexe aus theoretischer und

methodischer Perspektive vorgestellt. Dabei konnte gezeigt werden, dass dem Aufbau von Mikrosimulationen eine Vielzahl von Entscheidungen zugrunde liegen, die wiederum zu komplexen heterogenen Strukturen führen können und präzise aufeinander abgestimmt sein müssen. Der Schwerpunkt wurde hierbei auf die zeitdiskrete Fortschreibung der Population gelegt, wobei Zustandsänderungen nur in vordefinierten diskreten Zeitabständen eintreten können. Nach der ausführlichen Beschreibung der grundlegenden theoretischen und statistisch-methodischen Aspekte regionalisierter dynamischer Mikrosimulationen wurde ein thematischer Schwerpunkt auf die Modellierungs- und Prädiktionsprozesse gelegt.

Aufgrund geringer Stichprobengrößen und fehlender geographischer Informationen der zugrundeliegenden Daten können bei der Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten deutliche Differenzen zu bekannten Totalwerten auftreten. Dieses Problem ist in Mikrosimulationen weithin bekannt, weshalb häufig Alignmentmethoden angewendet werden. Diese Verfahren passen die Koeffizienten, Wahrscheinlichkeiten oder simulierten Zustände so an, dass vorliegende Differenzen zu bekannten Werten eliminiert werden. Eine ausführliche Dokumentation der angewendeten Techniken findet sich jedoch nur in den seltensten Fällen. Häufig kommen Methoden zum Einsatz, die lediglich eine Anpassung der Zustände bezwecken. Diese können jedoch für den Ausgleich der Differenzen als ungeeignet eingestuft werden, da die Totalwerte zu Beginn der Simulation für alle zukünftigen Perioden festgelegt werden müssten. In direkter Folge könnten Veränderungen der individuellen Strukturen keinen Einfluss mehr auf die Entwicklung der angepassten Werte haben, was den eigentlichen Zweck von Mikrosimulationen konterkariert. Da sowohl für die Aktualisierung und thematische Erweiterung von Basispopulationen als auch für die Umsetzung dynamischer Prozesse primär (multinomiale) Logit-Regressionsmodelle zur Erfassung der Populationsstrukturen angewendet werden, lag der Fokus insbesondere auf Verfahren zur Anpassung von Modellkoeffizienten.

Alle im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Methoden können als Minimierungsprobleme mit der Einhaltung des Totalwerts als Nebenbedingung formuliert werden. Die einfachste Methode bezweckt die Minimierung der relativen Entropie mit dem Ziel, die ursprüngliche Wahrscheinlichkeitsverteilung möglichst gering zu verändern. Ein entscheidender Vorteil dieses Verfahrens ist, dass für die Anpassung keine aufwändigen heuristischen Algorithmen notwendig sind und diese über einen iterativen Prozess direkt auf den geschätzten Wahrscheinlichkeiten erfolgen kann. Eine weitere in diesem Kontext verwendete Methode zielt auf die Minimierung der Mahalanobis-Distanz ab, um möglichst geringe Veränderung der Koeffizienten vorzunehmen. Neben den Koeffizienten wird dafür die dazugehörige Varianz-Kovarianz-Matrix benötigt. Die dritte Methode wurde erstmalig im Rahmen der REMIKIS- und MikroSim-Forschungsarbeiten für die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten vorgeschlagen und bezweckt die Minimierung des negativen logarithmierten Likelihood-

Wertes, um die wahrscheinlichste Parameterkombination gegeben der Modellierungsdaten zu identifizieren. Für die Umsetzung bedarf es der vollständigen Modellmatrix des zugrundeliegenden nichtlinearen Regressionsmodells.

Die Eigenschaften der Methoden wurden in verschiedenen Simulationsstudien anhand praxisrelevanter Problemstellungen überprüft. Dafür wurden drei verschiedene Stichprobenszenarien untersucht: Eine uneingeschränkte, eine hinsichtlich exogener Variablen disproportionale und eine hinsichtlich endogener Variablen disproportionale Zufallsauswahl. Neben der Annahme von bekannten Totalwerten wurde auch untersucht, wie sich die Verfahren bei geschätzten Benchmarkwerten verhalten. Weiterhin wurde evaluiert, ob diese Verfahren auch für die Vorhersage auf stichprobenbasierten Basispopulationen geeignet sind. In einer klassisch-designbasierten Studie wurde zusätzlich geprüft, ob die Schätzung regionalisierter Wahrscheinlichkeiten verbessert werden kann. In allen durchgeführten Simulationsstudien konnten mit allen vorgestellten Verfahren Verbesserungen hinsichtlich der Parameterschätzung und der prädiktiven Güte, insbesondere für regionalisierte Prognosen, erzielt werden. Über alle Simulationskonstellationen hinweg erwies sich die Constraint Maximum Likelihood-Methode als vergleichbar gut oder besser als die beste der übrigen Methoden. Daher kann CML vorbehaltlos empfohlen werden. Die Auswahl einer Methode sollte jedoch immer unter Berücksichtigung der verfügbaren Rechenzeit und vorhandenen Informationen erfolgen.

Durch die intensive Analyse der hier vorgestellten Anpassungsmethoden wird deutlich, dass diese in der Lage sind, statistische Modelle und folglich auch Mikrosimulationen maßgeblich strukturell zu verbessern. Zukünftig sollte in diesem Bereich ein verstärkter Forschungsfokus gesetzt werden, um die Verfahren weiterzuentwickeln. So können weitere Distanzfunktionen zur Quantifizierung der Differenz der ursprünglichen zu den angepassten Parametern und Wahrscheinlichkeiten implementiert werden. Darüber hinaus sollte auch die Verbesserung von modellbasierten Schätzungen über den Einsatz von Kalibrierungstechniken zum Ausgleich verzerrter Verteilungen der Stichprobendaten evaluiert werden. Besonderes Potential bietet die Kombination mit Small Area-Methoden zur Schätzung von Totalwerten. Weiterhin wird empfohlen, die Eigenschaften der Methoden unter verschiedenen Linkfunktionen und Modellierungsarten zu untersuchen.

Die Anpassung von Wahrscheinlichkeiten ermöglicht eine einfache Regionalisierung vieler grundlegender Module zur Simulation soziodemographischer Prozesse. Neben der Berücksichtigung der geographischen Strukturen in den Wahrscheinlichkeiten, gibt es eine Reihe von Kernmodulen, die Voraussetzung für eine kleinräumige dynamische Mikrosimulation sind. Darunter fallen insbesondere Geburten, Sterbefälle und Wanderungen. Während Geburten und Sterbefälle Bestandteil nahezu aller Modelle sind, findet regionale Mobilität nur unzureichend Beachtung. Tatsächlich werden Wanderungen in einer Vielzahl von Mikrosimulationsmodellen sogar voll-

kommen ignoriert. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass dies enorme Auswirkungen auf die Bevölkerungsentwicklung hat und zumeist schon nach wenigen Jahren zu starken Verzerrungen der Populationsstruktur führt. Während es in den meisten Fällen genügt, Wanderungen zwischen der Basispopulation und dem Ausland zu simulieren, müssen in regionalisierten Modellen auch Migrationsbewegungen innerhalb der Population umgesetzt werden. Da in den für Deutschland verfügbaren Wanderungsdaten keinerlei Haushaltsinformationen enthalten sind und eine Simulation auf Individualebene zu einer Verzerrung hinsichtlich der Haushaltsstrukturen führen würde, ist es notwendig, Anpassungen vorzunehmen. In der Praxis findet die Auswahl daher meist über einen Algorithmus statt, indem zuerst Haushalte gezogen und diese nur ausgewählt werden, falls sie die Benchmarks auf Individualebene nicht verletzen. Allein aus Gründen der Simulationseffizienz ist dieser Algorithmus bei sehr großen Populationen in Kombination mit umfassenden Migrationsbewegungen nicht praktikabel. Als Alternative zu diesem Vorgehen wurde ein neuer Algorithmus entwickelt. Über iterative Skalierungen werden Startwahrscheinlichkeiten auf Haushaltsebene kalibriert. Dabei wird sichergestellt, dass die bekannten Merkmalsverteilungen – soweit es möglich ist – eingehalten werden. Gleichzeitig wird gewährleistet, dass die Ergebnisse im Wertebereich $[0, 1]$ liegen. In einem Vergleich mit klassischen Kalibrierungsmethoden konnten durchweg gute Eigenschaften konstatiert werden.

Unter Verwendung dieses Algorithmus wurden Konzepte für Wanderungsmodule erstellt, die sowohl für jeden Kreis individuell als auch für die geschlossene Simulation von Binnenmigration eingesetzt werden können. Damit wurde die Bevölkerungsentwicklung Deutschlands auf Kreisebene unter verschiedenen Szenarien simuliert. Eine retrospektive Evaluation bestätigte die Praktikabilität der Methodik zur Simulation von Wanderungsbewegungen unter Berücksichtigung soziodemographischer Strukturen. In einer prospektiven Analyse konnte gezeigt werden, dass die verschiedenen Szenarien zwar zu ähnlichen Entwicklungstendenzen auf der Makroebene führen, jedoch bei kleinräumiger Analyse deutliche Differenzen aufweisen. Der Wahl eines Wanderungsmoduls und der Einbindung zukünftiger Szenarien sollte daher immer große Aufmerksamkeit in der Erstellung von dynamischen regionalisierten Mikrosimulationsmodellen zukommen.

Der in dieser Arbeit vorgeschlagene Algorithmus zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten hat sich als praktikabel und zuverlässig erwiesen. Erweiterungen könnten jedoch auch komplexere Techniken aus dem Bereich der Kalibrierung bieten. Insbesondere moderne Kalibrierungsverfahren mit der Möglichkeit flexible Nebenbedingungen zu stellen, sollten in der Lage sein, zulässige Lösungen für Wahrscheinlichkeitsvektoren zu liefern. Dabei ist es im Sinne der Simulationseffizienz immer auch wichtig die Rechendauer als wichtigen Faktor zu berücksichtigen. Insbesondere die geschlossene Simulation von Wanderungsbewegungen bietet durchaus Potential für die Analyse zukünftiger Populationsdynamiken. Da sichergestellt

wird, dass den Zuzügen in Regionen innerhalb Deutschlands ein Fortzug aus einer anderen Region vorgelagert ist, bieten sich besondere Möglichkeiten im Bereich der Wohnraumanalyse. Über die Aufnahme von Restriktionen zur Entwicklung des Wohnungsmarktes können Auswirkungen auf umliegende Regionen langfristig analysiert werden. Die Simulation von Zuwanderung aus dem Ausland bietet sowohl aus methodischer als auch aus inhaltlicher Perspektive Anknüpfungspunkte. Mit Methoden der synthetischen Datenerzeugung lassen sich verschiedene externe Datenquellen einbinden, um die Strukturen der Zugewanderten besser abzubilden. Über Zuwanderungsszenarien können zudem zukünftige Bevölkerungsentwicklungen und deren Auswirkungen auf kleinräumige Strukturen evaluiert werden.

Die Erfassung von Unsicherheit stellt Forschende im Bereich dynamischer Mikrosimulationen noch immer vor enorme Herausforderungen, da aufgrund der Vielzahl an Komponenten der Einsatz etablierter Verfahren aus dem Bereich der Erhebungstatistik häufig nicht möglich ist. Obwohl die Problematik regelmäßig thematisiert wird, gibt es kaum methodische Arbeiten in diesem Bereich. Um Quantifizierungen von Einflussquellen vornehmen zu können, wurde der Einsatz von varianzbasierten Sensitivitätsanalysen vorgestellt. Dabei wird über eine Varianzdekomposition der Einfluss einzelner Komponenten auf die Gesamtvarianz identifiziert. Das Ziel liegt hierbei im direkten Vergleich des Einflusses verschiedener Unsicherheitsquellen, die über Modifikationen an unterschiedlichen Stellen der Simulationsstruktur eingebunden werden können. Ein bedeutender Vorteil von Sensitivitätsanalysen gründet in der Flexibilität bezüglich der zu untersuchenden Einflussquellen. So ist die einzige Voraussetzung, dass eine unabhängige Implementierung der Faktoren vorgenommen werden kann.

In Simulationen zur Messung von Modell- und Parameterunsicherheit wurde gezeigt, wie wichtig differenzierte Analysen in dynamischen Modellen sind, da die Effekte je nach Zielwert und Zeitpunkt der Evaluation stark divergieren. In einer Simulation zum Vergleich von Szenarien für regionale Subpopulationen wird darüber hinaus ersichtlich, dass starke geographische Unterschiede auftreten können. Die Thematik der Unsicherheitsmessung für regionalisierte Mikrosimulationsmodelle wurde bisher in der Literatur nicht thematisiert. Wie aus den Ergebnissen der Simulation ersichtlich wird, bieten sie jedoch erhebliche Anknüpfungspunkte im Bereich kleinräumiger Modellierungen. Trotz des großen Potentials der Methode ergeben sich aus dem mit wachsender Anzahl an Faktoren exponentiell steigenden Rechenaufwand auch Einschränkungen. Für effizientere Ergebnisse könnten umfassende Untersuchungen von Sensitivitätsanalysen auf Stichprobenbasis anstelle der gesamten Basispopulation evaluiert werden. Der Erforschung der Methoden der Unsicherheitsmessung sollte auch in Zukunft stärkere Beachtung geschenkt werden.

Die intensive Auseinandersetzung mit verschiedenen Aspekten regionalisierter dynamischer Mikrosimulationen hat gezeigt, welches großes Potential die Thematik sowohl für die methodische als auch für die inhaltliche Forschung bietet. Dabei wurde deutlich, dass der regionale Aspekt von Mikrosimulationen nicht nur durch die Existenz oder die Erstellung einer kleinräumig differenzierten Basispopulation zu begründen ist, sondern auch in vielen weiteren Bereichen eingebunden werden muss. Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Komponenten und Problemstellungen dynamischer Mikrosimulationen untersucht, um konkrete methodische Empfehlungen und Lösungsansätze zu bieten. Die erzielten Ergebnisse stellen einen markanten Fortschritt im Bereich regionaler Mikrosimulationen dar. Sie sollten allerdings nicht als Abschluss der Forschung, sondern vielmehr als Ausgangspunkt und Motivation für zukünftige Anwendungen, Erweiterungen, Verknüpfungen und Evaluationen verstanden werden.

Anhang A

Ausgewählte Beispiele

A.1 Beispiele zur Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten

A.1.1 Direkte Schätzung über bedingte Verteilungen

Die direkte Schätzung einfacher Übergangswahrscheinlichkeiten kann beispielsweise auf Basis des Scientific Use-File des Mikrozensus (MZ SUF) erfolgen, was anhand des nachfolgenden Beispiels verdeutlicht wird. Hier werden als Erhebungsdatensätze der MZ SUF 2012 ($\mathcal{D}^{(t)}$) und der MZ SUF 2013 ($\mathcal{D}^{(t+1)}$) herangezogen. Es soll die Übergangswahrscheinlichkeit für eine erwerbstätige Person bestimmt werden, im Folgejahr nicht mehr erwerbstätig zu sein. Der Zustandsraum besteht aus zwei Zuständen:

$$\mathcal{Y} = \{Y_1, Y_2\} = \{\text{erwerbstätig, nicht erwerbstätig}\}.$$

Um die einfachen Übergangswahrscheinlichkeiten entsprechend eines Markovprozesses erster Ordnung aus den Daten zu bestimmen, werden die Datensätze auf Personenebene verknüpft, sodass für allen Personen, die zu beiden Zeitpunkten beobachtet wurden, alle Informationen zu Zeitpunkt t und Zeitpunkt $(t+1)$ vorliegen. Anschließend ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, nicht erwerbstätig zu sein aus

$$\hat{\pi}_u^{(s+1)1,2} = \frac{\sum_{i=1}^n \mathbb{1}(y_i^{(t)} = Y_1) \mathbb{1}(y_i^{(t+1)} = Y_2) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n \mathbb{1}(y_i^{(t)} = Y_1) \cdot w_i} = 0,069,$$

wobei die im MZ vorhandenen individuellen Hochrechnungsfaktoren w_i für das Jahr 2012 verwendet werden.

Nach dem gleichen Prinzip kann die Wahrscheinlichkeit für den Übergang in eine Erwerbstätigkeit bestimmt werden. Damit lässt sich die einfache Übergangsmatrix für Person u entsprechend Gleichung 2.2 bestimmen:

$$\mathbf{P}_u^{(s+1)} = \begin{pmatrix} 0,931 & 0,069 \\ 0,067 & 0,933 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Die Wahrscheinlichkeit für die erwerbstätige Person u erwerbslos zu werden liegt bei 6,9% und erwerbstätig zu bleiben bei 93,1%. Die zweite Zeile gibt an, dass die Wahrscheinlichkeit erwerbstätig zu werden bei 6,7% und erwerbslos zu bleiben bei 93,3% liegen würde, wäre die Person nicht erwerbstätig. Da bekannt ist, dass die Person erwerbstätig ist, ist die zweite Zeile der Matrix $\mathbf{P}_u^{(s+1)}$ folglich redundant.

Um weitere Differenzierungen durchzuführen, wird die Wahrscheinlichkeit zusätzlich auf soziodemographische Merkmale bedingt. $\mathbf{x}_i^{(t+1)}$ sei ein Zeilenvektor mit Informationen zu Alter, Geschlecht und Bildungsabschluss der entsprechenden Person:

$$\mathbf{x}_u^{(t+1)} = (25 \text{ Jahre, weiblich (w.), Realschulabschluss (R.)}).$$

Die auf $x_u^{(t+1)}$ bedingte Wahrscheinlichkeit, zum Folgezeitpunkt nicht erwerbstätig zu sein, ergibt sich nun wie folgt:

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_u^{(s+1),j,k}(y_u^{(s)}, x_u^{(s+1)}) &= \frac{\sum_{i=1}^n \mathbf{1}(y_i^{(t)} = Y_1) \mathbf{1}(y_i^{(t+1)} = Y_2) \mathbf{1}(x_i^{(t+1)} = [25, \text{w.}, \text{R.}]) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n \mathbf{1}(y_i^{(t)} = Y_1) \mathbf{1}(x_i^{(t+1)} = [25, \text{w.}, \text{R.}]) \cdot w_i} = \\ &= 0,055. \end{aligned}$$

Das Vorgehen kann wieder für alle potentiellen Zustände in s durchgeführt werden, um die Übergangsmatrix

$$\mathbf{P}_u^{(s+1)} = \begin{pmatrix} 0,945 & 0,055 \\ 0,372 & 0,628 \end{pmatrix}$$

zu erhalten. Die Wahrscheinlichkeit für eine weibliche erwerbstätige Person mit Realschulabschluss in der Folgeperiode erwerbslos zu werden liegt nun bei 5,5% und die Wahrscheinlichkeit erwerbstätig zu bleiben bei 94,5%.

Nun wird angenommen, dass in einer kleinen Population neben der bereits eingeführten Person noch vier weitere Personen unterschiedlichen Geschlechts und Alters mit verschiedenen schulischen Bildungsabschlüssen vorliegen:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 25 & \text{weiblich} & \text{Realschulabschluss} \\ 35 & \text{weiblich} & \text{Abitur} \\ 45 & \text{männlich} & \text{Hauptschulabschluss} \\ 50 & \text{weiblich} & \text{Poytechnische Oberschule} \\ 63 & \text{männlich} & \text{Realschulabschluss} \end{pmatrix}; \quad (y^{(s)})' = \begin{pmatrix} \text{erwerbstätig} \\ \text{erwerbstätig} \\ \text{erwerbslos} \\ \text{erwerbslos} \\ \text{erwerbstätig} \end{pmatrix}.$$

Um die Übergangsmatrix entsprechend Gleichung 2.3 effizienter zu gestalten, werden nur noch die, auf den Zustand zu Periode s bedingten Wahrscheinlichkeiten aufgenommen:

$$\mathbf{P}^{(s+1)} = \begin{pmatrix} 0,945 & 0,055 \\ 0,897 & 0,103 \\ 0,150 & 0,850 \\ 0,190 & 0,810 \\ 0,774 & 0,226 \end{pmatrix}.$$

Der Erwartungswert der Anzahl Erwerbstätiger für Periode $(s + 1)$ ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten der ersten Spalte:

$$\sum_{u=1}^5 \hat{\pi}_u^{(s+1)1} = 0,945 + 0,897 + 0,150 + 0,190 + 0,774 = 2,956$$

und der Erwartungswert der Anzahl nicht Erwerbstätiger für Periode $(s + 1)$ aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten der zweiten Spalte:

$$\sum_{u=1}^5 \hat{\pi}_u^{(s+1)2} = \tilde{N} - \sum_{u=1}^5 \hat{\pi}_u^{(s+1)1} = 5 - 2,956 = 2,044.$$

A.1.2 Dirkte Schätzung über Conditional Inference Trees

Nachfolgend wird ein einfaches Beispiel zur Verwendung von CTREEs zur Schätzung von (Übergangs-) Wahrscheinlichkeiten vorgestellt.

In Abbildung A.1 wird ein CTREE zur Vorhersage der Erwerbstätigkeit mit den erklärenden Variablen *Alter* und *Geschlecht* mit dem MZ SUF 2012 über ein Baumdiagramm veranschaulicht. Um die Anzahl möglicher Äste zum Zwecke der Übersichtlichkeit gering zu halten, wurden ausschließlich Personen im Alter zwischen 55 und 60 Jahren herangezogen und als erklärende Variablen ausschließlich Alter und Geschlecht verwendet. Für die Schätzung von Übergangswahrscheinlichkeiten sollte auch die Information über den Zustand zum Vorzeitpunkt eingebunden werden. An den Verzweigungen befinden sich die Aufteilungskriterien sowie die da-

zugehörigen p-Werte (p^*), welche über die Bonferroni-Korrektur zur Vermeidung einer Alphafehler-Kumulierung adjustiert wurden. Es wird deutlich, dass für fast alle Kombinationen von Alter und Geschlecht individuelle Werte ausgegeben werden. Grund dafür ist die geringe Anzahl erklärender Variablen bei gleichzeitig sehr großer Anzahl an Beobachtungen im MZ. Werden jedoch noch weitere Informationen und Personen jeden (plausiblen) Alters berücksichtigt, so ergibt sich ein wesentlich komplexeres, jedoch auch unübersichtlicheres und zur graphischen Veranschaulichung ungeeignetes, Bild.

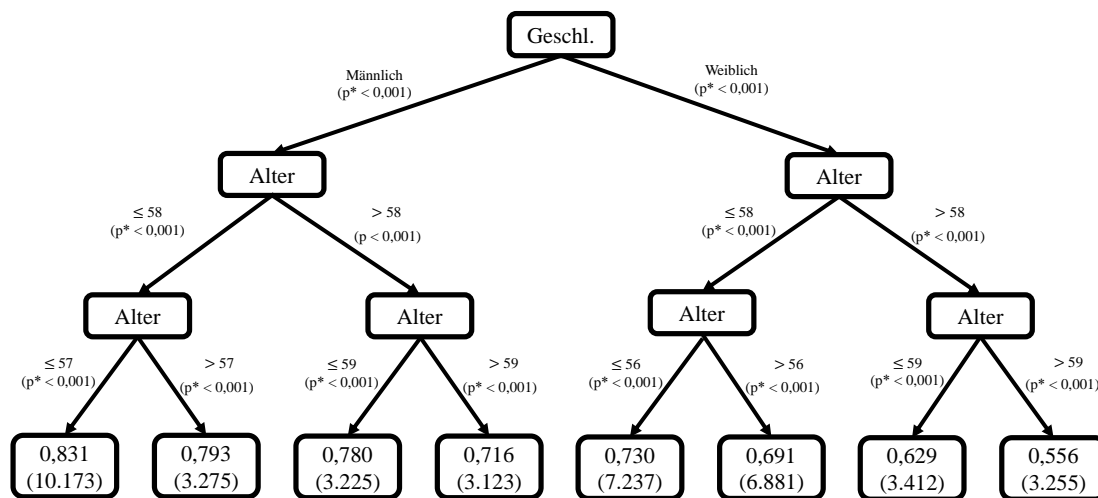


Abbildung A.1: Conditional Inference Tree (CTREE) zur Modellierung des Erwerbsstatus differenziert nach Alter und Geschlecht; Datenbasis: MZ SUF 2012

Die relativen Häufigkeiten nach der Aufteilung und die Häufigkeiten der jeweiligen Klasse befinden sich am Ende der Äste. Die Wahrscheinlichkeit für Männer im Alter von 55 bis einschließlich 57 Jahre erwerbstätig zu sein ist folglich 83,1% und für Männer im Alter von 58 Jahren 79,3%. Im Vergleich ergibt sich für 60-jährige Männer eine Wahrscheinlichkeit von lediglich 71,6%. Für Frauen fallen die Wahrscheinlichkeiten deutlich geringer aus in einem Bereich von 55,6% für 60-Jährige bis 73,0% für 55- und 56-Jährige.

A.1.3 Beispiel zur modellbasierten Schätzung mit GAMs

Die Anwendung von GAMs lässt sich am Beispiel der Modellierung von Erwerbstätigkeit als binäre Variable verdeutlichen. Dafür wird die Wahrscheinlichkeit der Erwerbstätigkeit auf Basis des MZ SUF 2012 mit Logit-Regressionen vorhergesagt. Als unabhängige Variable wird ausschließlich das Alter der Personen verwendet, das einmal als einfache erklärende Variable, einmal als Polynom zweiten Grades und ein-

mal über einen penalisierten Thin Plate Regressionsspline (siehe dazu Wood, 2017) eingebunden wird. Abbildung A.2 zeigt die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit des Alters.

Die schwarz gestrichelte Linie zeigt den tatsächlichen Anteil Erwerbstätiger in einem bestimmten Alter. Der Verlauf ist erwartungsgemäß erst steigend und anschließend abfallend. Daher ist es nicht überraschend, dass ein linearer Alterseffekt nicht in der Lage ist, die Verteilung geeignet zu erfassen, was an der roten Linie deutlich wird. Dass die Linie keiner Geraden entspricht, liegt in der Tatsache, dass hier nicht die linearen Prädiktoren, sondern die Wahrscheinlichkeiten betrachtet werden. Deutlich besser sehen die als blaue Linie eingezeichneten Ergebnisse bei Berücksichtigung des quadratischen Alterseffektes aus, wobei an mehreren Stellen deutlich zu sehen ist, dass die Verteilung nicht gut getroffen wird. Besonders im Bereich zwischen 15 und 25 Jahren sowie ab circa 55 Jahren sind die Verläufe zu flach. Bessere Ergebnisse könnten mit der Einbindung von Polynomen höherer Ordnung erreicht werden. Die orange gefärbte Linie zeigt, dass durch die Vorhersage über GAMs nochmals eine deutliche Verbesserung der Vorhersage erreicht werden kann.

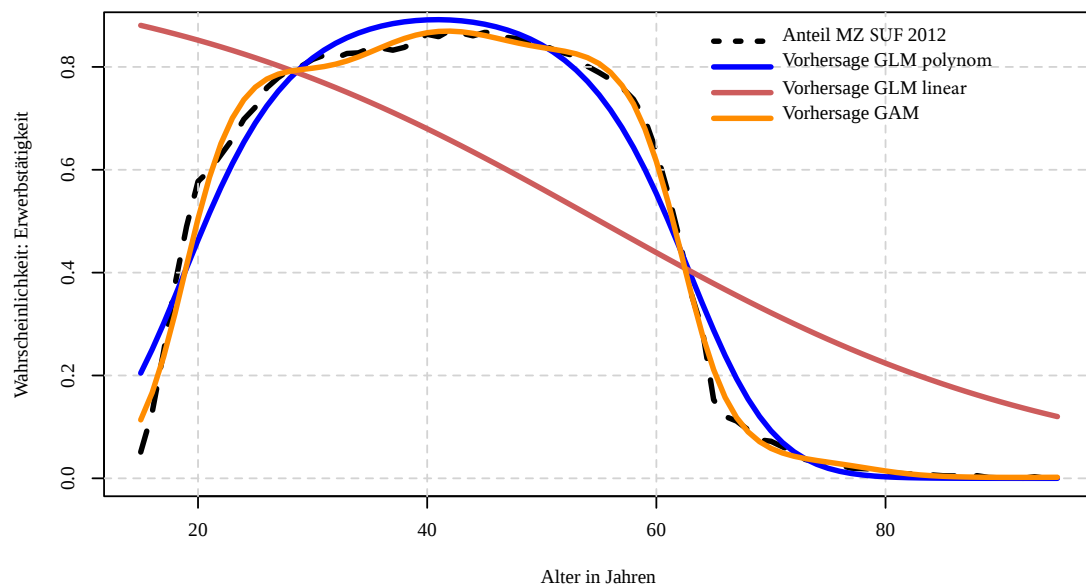


Abbildung A.2: Schätzung von Wahrscheinlichkeiten: Vergleich GLM mit GAM; Datenbasis: MZ SUF 2012

A.2 Beispiel zur Simulation von Zustandsänderungen

Die Simulation von Zustandsänderungen lässt sich über das Beispiel aus Abschnitt A.1 veranschaulichen. Gegeben sei die bereits eingeführte Übergangsmatrix für eine fiktive Population mit 5 Personen:

$$\mathbf{P}^{(s+1)} = \begin{pmatrix} 0,945 & 0,055 \\ 0,897 & 0,103 \\ 0,150 & 0,850 \\ 0,190 & 0,810 \\ 0,774 & 0,226 \end{pmatrix}.$$

Für die inverse Transformationsmethode (oder Inversionsmethode) wird zunächst die kumulative Matrix $\mathbf{P}^{c(s+1)}$ erstellt und gleichverteilte Zufallszahlen r gezogen:

$$\mathbf{P}^{c(s+1)} = \begin{pmatrix} 0,945 & 1 \\ 0,897 & 1 \\ 0,150 & 1 \\ 0,190 & 1 \\ 0,774 & 1 \end{pmatrix}; \quad r' = \begin{pmatrix} 0,650 \\ 0,754 \\ 0,176 \\ 0,256 \\ 0,643 \end{pmatrix}; \quad (y^{(s+1)})' = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_2 \\ Y_1 \end{pmatrix}.$$

Für $u = 1$, $u = 2$ und $u = 5$ gilt $r_u < \pi_u^{(s+1)1}$, daher sind diese Individuen in der Folgeperiode erwerbstätig ($y_u^{(s+1)} = Y_1$). Für $u = 3$ und $u = 4$ hingegen sind die Zufallszahlen kleiner als die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten, somit sind diese Personen in $(s + 1)$ erwerbslos .

Bei einer systematischen Ziehung wird nur eine Zufallszahl benötigt. Unter der Annahme, die Reihenfolge wäre bereits randomisiert, kann die erste Zufallszahl $r_1 = 0,650$ verwendet werden. Da diese geringer ist als die Wahrscheinlichkeit, ist die erste Person in Periode $(s + 1)$ in Zustand Y_1 . Anschließend wird auf den Wert 1 addiert und der für das Ergebnis (1,650) erneut geprüft, ob der Wert kleiner als $\sum_{u=1}^2 \pi_u^{(s+1)k} = 0,945 + 0,897 = 1,842$ ist. Da dies zutrifft, bekommt auch die zweite Person den Zustand Y_1 . Dieses Vorgehen wird weitergeführt, bis der Wert größer \tilde{N} ist. Schlussendlich ergibt sich in diesem Beispiel das selbe Ergebnis wie bei der inversen Transformationsmethode.

Für die Anwendung reihenfolgebasierter Methoden muss zunächst festgelegt werden, wie viele Personen insgesamt in einem Zustand sein sollen. Das kann sowohl ausgehend von Y_1 als auch von Y_2 aus erfolgen. Im vorliegenden Fall wird das Vorgehen am Beispiel von Y_1 verdeutlicht. Als Anzahl an erwerbstätigen Perso-

nen in $s + 1$ kann die Summe der Wahrscheinlichkeiten ($\sum_{u=1}^5 \pi_u^{(s+1)k} = 0,945 + 0,897 + 0,150 + 0,190 + 0,774 = 2,956$) verwendet werden. Wenn es sich, wie im vorliegenden Fall, nicht um ganzzahlige Werte handelt, kann der gerundete Wert von 3 verwendet werden. Alternativ lassen sich in jedem Simulationsdurchlauf auf Basis der Nachkommawerte bestimmen, ob 2 oder 3 Personen erwerbstätig sein werden wobei in 95,6% der Durchläufe 3 und in 4,4% der Durchläufe 2 Personen als erwerbstätig identifiziert werden würden. Werden die Zufallszahlen direkt auf die Wahrscheinlichkeiten addiert, ergeben sich die Werte $\pi_1^{(s+1)1} + r_1 = 1,595$, $\pi_2^{(s+1)1} + r_2 = 1,651, \dots, \pi_5^{(s+1)1} + r_5 = 1,017$. Bei drei gewünschten Personen in Zustand Y_1 werden folglich die Person 1, 2 und 4 ausgewählt.

Bei der SBDL-Methode werden zunächst die logarithmierte Odds-Ratio-Werte der Wahrscheinlichkeiten $\hat{\eta}$ berechnet:

$$\hat{\eta}_1 = \log\left(\frac{0,945}{1 - 0,945}\right) = 2,844; \quad \hat{\eta}_2 = \log\left(\frac{0,897}{1 - 0,897}\right) = 2,164; \quad \dots$$

$$\hat{\eta}_5 = \log\left(\frac{0,643}{1 - 0,643}\right) = 0,588.$$

und anschließend 5 logistisch verteilte Zufallszahlen r^{log} gezogen und auf die LogOdds zu $\hat{\eta}^*$ aufaddiert:

$$\hat{\eta}' = \begin{pmatrix} 2,844 \\ 2,164 \\ -1,544 \\ -1,067 \\ 0,588 \end{pmatrix}; \quad (r^{log})' = \begin{pmatrix} -1,241 \\ -0,357 \\ -3,214 \\ 0,850 \\ 3,098 \end{pmatrix}; \quad (\hat{\eta}^*)' = \begin{pmatrix} 1,603 \\ 1,807 \\ -4,758 \\ -0,217 \\ 3,686 \end{pmatrix}.$$

Bei einer gewünschten Anzahl von drei Erwerbstätigen werden die Personen 1, 2, und 5 für Zustand Y_1 ausgewählt. Auf eine beispielhafte Durchführung der hybriden Sidewalk-Methode und des Central Limit Theorem Approach wird an dieser Stelle verzichtet.

A.3 Vergleich der Methoden zur Simulation von Zuständen

Nachfolgend wird die Funktionalität der in Abschnitt 2.6.5 vorgestellten Methoden zur Simulation von Zuständen und Zustandsänderungen in einer Simulationsstudie analysiert. Dafür werden zunächst binäre Zustandswahrscheinlichkeiten über Logit-Regressionsmodelle vorhergesagt, um auf deren Basis die konkreten Zustände zu simulieren. Die Evaluation erfolgt anschließend über die erneute Schätzung des ursprünglichen Modells unter Verwendung der vorhergesagten Zustände als abhängige Variable. Ziel guter Methoden zur Simulation von Zuständen und Zustandsänderungen ist es, die ursprüngliche Korrelationsstruktur zwischen der endogenen und den exogenen Variablen möglichst beizubehalten.

A.3.1 Aufbau der Simulation

In der vorliegenden Simulation werden die Zustände für zwei binäre Zielvariablen simuliert: Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit. Dafür werden zunächst die Wahrscheinlichkeiten auf Grundlage von Logit-Modellen (Datenbasis: MZ SUF 2012; Personen über 15 Jahren) vorhergesagt (Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder, 2012). Es wird angenommen, dass die Modelle den wahren Zusammenhang zwischen der endogenen und den exogenen Variablen angeben. Die Wahl der beiden abhängigen Variablen wurde getroffen, da sich die Erwartungswerte der Zustände und somit die vorhergesagten Wahrscheinlichkeiten stark unterscheiden. Während nur wenige Personen im Datensatz pflegebedürftig sind (1,86%), ist ein großer Teil der Personen erwerbstätig (56,49%). Die Koeffizienten der Modelle finden sich in Tabelle A.1.

Für die Simulationsstudie werden verschiedene Methoden zur stochastischen Bestimmung von Zuständen beziehungsweise Zustandsänderungen eingesetzt. Diese beinhalten neben der inversen Transformationsmethode (IT), die systematische Ziehung (SYS), die systematische Ziehung nach Bækgaard (2002) (SYS2), die Sortieralgorithmus mit gleichverteilter (SU) und logistisch-verteilter Zufallszahl (SBDL) sowie die Sidewalk-Methode (SW), die hybride Sidewalk-Methode (HSW) und die schrittweise Auswahl nach Li und O'Donoghue (2014) (CA). Eine detailliertere Beschreibung der verwendeten Methoden findet sich in Abschnitt 2.6.5. Tabelle A.2 gibt einen Überblick über alle implementierten Methoden mit entsprechenden Literaturverweisen.

Im Rahmen der designbasierten Simulation wird die Vorhersage der Wahrscheinlichkeiten in $M = 1.000$ Durchläufen auf Basis des jeweiligen Modells auf dem MZ SUF 2012 vorhergesagt. Da das Modell als gegeben angenommen wird, kommt es

diesbezüglich zu keinen Differenzen zwischen den Simulationsdurchläufen. In jedem Durchlauf werden mit jeder der Methoden die Zustände für Pflegebedürftigkeit und Erwerbstätigkeit simuliert.

Tabelle A.1: Regressionsmodelle für Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit; Datenbasis: MZ SUF 2012

	Erwerbstätig	Pflegebedürftigkeit
Alter	0,3688*** (0,0017)	-0,0385*** (0,0048)
Alter ²	-0,0047*** (0,0000)	0,0010*** (0,0000)
Weiblich	-0,5479*** (0,0089)	/
Verheiratet	/	-0,6478*** (0,0280)
Bildung: Mittel	0,7021*** (0,0113)	-0,4685*** (0,0271)
Bildung: Hoch	1,3614*** (0,0143)	-0,8256*** (0,0428)
Intercept	-5,6549*** (0,0314)	-5,1829*** (0,1426)
Beobachtungen	399.712	399.712
Log-Likelihood	-162.560,5000	-27.486,5495

In Klammern: Standardabweichung *p<0,1; **p<0,05; ***p<0,01

Die Evaluation der Methoden erfolgt über verschiedene Zielwerte. Da der Zusammenhang zwischen endogenen und exogenen Variablen über das Modell vorgegeben wird, sollte dieser auch nach Durchführung der Simulation weitestgehend erhalten bleiben. Zur Überprüfung werden die Modelle für Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit unter Verwendung der prognostizierten Werte erneut geschätzt. Im Erwartungswert sollten die geschätzten Koeffizienten dieses Modells mit den, für die Schätzung der Wahrscheinlichkeiten verwendeten, Koeffizienten übereinstimmen und der relative Bias (RBias)

$$RBias(\hat{\beta}_l) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\frac{\beta_l - \hat{\beta}_l^m}{\beta_l} \right) \quad (\text{A.2})$$

möglichst gering ausfallen, wobei $\hat{\beta}_l^m$ für den geschätzten l -ten Koeffizienten im m -

ten Simulationsdurchlauf und β_l für den l -ten Koeffizienten des zugrundeliegenden Modells (siehe Tabelle A.1) steht. Zusätzlich wird die mittlere quadratische Abweichung (Mean Squared Error: MSE) der Koeffizienten

$$MSE(\hat{\beta}_l) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\beta_l - \hat{\beta}_l^m)^2 \quad (\text{A.3})$$

berechnet.

Darüber hinaus ist es wünschenswert, dass nicht nur jeder einzelne Parameter unverzerrt ist, auch die Kombination der Parameter sollte möglichst nahe an den originalen Werten sein. Dafür wird die mittlere quadratische, mit der inversen Varianz-Kovarianz-Matrix gewichtete, Differenz der bekannten zu den geschätzten Modellparametern (quadrierte Mahalanobis-Distanz) berechnet:

$$d^{MH}(\hat{\beta}^m) = (\beta - \hat{\beta}^m)' \Sigma^{-1} (\beta - \hat{\beta}^m). \quad (\text{A.4})$$

Hierbei entspricht Σ der Varianz-Kovarianzmatrix des ursprünglichen Modells.

Da die tatsächlichen Ausprägungen der Variablen für Erwerbstätigkeit und Pflegebedürftigkeit bekannt sind, können die Koeffizienten auch anhand der Likelihood-Werte untersucht werden. Dafür werden die negativen Log-Likelihood-Werte für jede Methode in jedem Simulationsdurchlauf für die, auf Basis der vorhergesagten Zustände, geschätzten Koeffizienten berechnet über

$$-LL(\hat{\beta}^m) = - \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^J [\mathbb{1}(y_i = Y_k) \log(\hat{\pi}_i^m)] \quad (\text{A.5})$$

wobei $\hat{\pi}_i^m$ der, aus den im m -ten Durchlauf geschätzten Koeffizienten, berechneten Wahrscheinlichkeit und y_i dem tatsächlichen Wert der endogenen Variable für Person i entspricht. Je geringer der Wert, desto besser passt die Kombination an Koeffizienten auf die Daten. Der kleinste mögliche $-LL$ -Wert resultiert folglich für die originalen Modellparameter aus Tabelle A.1.

Zusätzlich wird die mittlere Summe der quadratischen Abweichungen der geschätzten Wahrscheinlichkeit $\hat{\pi}_{i,m}$ zu den, auf Basis der originalen Koeffizienten berechneten, Wahrscheinlichkeit π_i betrachtet:

$$MSE(\hat{\pi}^m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\pi_i - \hat{\pi}_i^m)^2. \quad (\text{A.6})$$

Auch hier gilt, je geringer der Wert, desto besser sind die geschätzten Koeffizienten in der Lage, die wahren Wahrscheinlichkeiten vorherzusagen.

IT	Inverse Transformationsmethode (Raeside, 1976; Burgard et al., 2020b)
SYS	Systematische Ziehung (Berger und Tillé, 2009; Särndal et al., 2003)
SYS2	Systematische Ziehung nach Bækgaard (2002)
SU	Sortierung mit gleichverteilten Zufallszahlen (Bækgaard, 2002; Li et al., 2014; Morrison, 2006)
SBDL	Sortierung mit logistisch verteilten Zufallszahlen (Morrison, 2006; Li et al., 2014)
SW	Sidewalk-Methode (Neufeld, 2000)
HSW	Hybride Sidewalk-Methode (Li et al., 2014; Morrison, 2006; Neufeld, 2000)
CA	Central Limit Theorem Approach (Li et al., 2014)

Tabelle A.2: Methoden zur Simulation von Zuständen und Zustandsänderungen

A.3.2 Simulationsergebnisse

Über die Abweichung der Parameter lässt sich untersuchen, ob mögliche Verzerrungen einzelner Koeffizienten vorliegen. Der relative Bias der einzelnen Koeffizienten wird in Tabelle A.3 zusammengefasst. Darüber hinaus wird in Abbildungen A.3 die Verteilung der Parameter über Boxplots veranschaulicht. Die Werte von β sind als rot gepunktete Linie eingetragen. Erwartungsgemäß können keine systematischen Verzerrungen bei IT ausgemacht werden, ebenso scheinen die Koeffizienten bei SU, SBDL, SYS, SW und CA unverzerrt zu sein. Deutliche Abweichungen ergeben sich hingegen bei HSW und SYS2, wobei diese für Pflegebedürftigkeit weniger stark ausfallen. Die extremen Verzerrungen bei SYS2 werden insbesondere bei Erwerbstätigkeit deutlich, da der dazugehörige Boxplot in Abbildung A.3 komplett außerhalb des Wertebereichs liegt.

Die schlechtere Performance von HSW und SYS2 ist ebenfalls bei der Betrachtung der mittleren quadratischen Abweichung der Koeffizienten in Tabelle A.4 zu beobachten. Hier treten im Gegensatz zu den relativen Differenzen auch bei SU deutlich höhere Werte auf. Besonders deutlich lässt sich dies beim Intercept des Pflege-modells erkennen, ist jedoch auch bei den übrigen Koeffizienten und im Modell für Erwerbstätigkeit auszumachen. Durchweg gute Ergebnisse zeigen sich hingegen bei IT, SBDL, SW, CA und SYS.

Um die Differenz aller Parameter eines Modells gleichzeitig zu überprüfen, wird die Mahalanobis-Distanz in Abbildung A.4 und Tabelle A.5 ausgewertet. Es lässt sich erkennen, dass im Modell für Erwerbstätigkeit bei SU, SBDL, SW, CA und SYS geringere durchschnittlicher Distanzen auftreten als bei IT, während HSW zu leichten und SYS2 zu extremen Erhöhungen führt. Bei Pflegebedürftigkeit führen SBDL, SW, CA und SYS zu geringeren, SU, SYS2 und HSW hingegen zu größeren

Distanzen. Dabei fällt auf, dass die durchschnittliche Distanz bei SU sogar größer ausfällt als bei HSW.

Tabelle A.3: Relativer Bias der geschätzten Koeffizienten

		$RBias(\hat{\beta}_1)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		-0,0001	-0,0003	0,0000	-0,0003	0,0215	0,0000	0,0004	-0,3336
Pfleg.		0,0000	0,0019	-0,0004	0,0006	-0,0014	0,0010	-0,0390	0,0390
		$RBias(\hat{\beta}_2)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		0,0001	-0,0003	0,0001	-0,0002	0,0201	0,0000	0,0003	-0,2914
Pfleg.		-0,0014	-0,0057	-0,0003	-0,0014	0,0352	-0,0055	0,0010	-0,2893
		$RBias(\hat{\beta}_3)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		-0,0001	-0,0003	0,0001	-0,0001	0,0202	0,0000	0,0003	-0,2884
Pfleg.		-0,0006	-0,0012	-0,0005	-0,0003	0,0173	-0,0018	0,0001	-0,1142
		$RBias(\hat{\beta}_4)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		-0,0005	-0,0001	-0,0001	-0,0003	0,0215	0,0003	0,0001	-0,4372
Pfleg.		0,0012	0,0012	0,0017	-0,0013	0,0113	-0,0023	-0,0002	-0,0358
		$RBias(\hat{\beta}_5)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		-0,0005	0,0005	-0,0006	0,0000	0,0157	0,0004	0,0000	-0,3776
Pfleg.		0,0033	0,0007	-0,0025	0,0003	0,0136	0,0024	0,0014	-0,0578
		$RBias(\hat{\beta}_6)$							
		IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.		-0,0004	0,0002	0,0000	-0,0006	0,0200	0,0003	0,0006	-0,4710
Pfleg.		0,0022	0,0033	0,0018	0,0004	0,0085	0,0020	0,0002	-0,0383

Eine weitere Möglichkeit die Passgenauigkeit der Koeffizienten zu analysieren bietet die Betrachtung der Log-Likelihood-Werte, die unter Verwendung der tatsächlichen Ausprägungen berechnet wird. Die Ergebnisse dazu finden sich in Tabelle A.5 und Abbildung A.5. Bei Erwerbstätigkeit führen mit Ausnahme von HSW und SYS2 alle Methoden zu einer leichten Verbesserung der durchschnittlichen $-LL$ -Werte gegenüber IT. Der geringste Wert ergibt sich bei SBDL, gefolgt von SW, SYS, CA und SU. Bei Simulation der Pflegebedürftigkeit kommt es bei HSW, SYS2 und SU zu einer Verschlechterung der $-LL$ -Werte im Vergleich zu IT. Am besten schneidet hier CA ab, jedoch mit geringen Differenzen zu SBDL, SW und SYS, die keine Unterschiede untereinander aufweisen.

Die Summe der quadratischen Abweichungen der vorhergesagten zu den tatsächlichen Wahrscheinlichkeiten zeigt ein ähnliches Bild für Erwerbstätigkeit. Über SBDL, SW, CA und SYS ergeben sich im Vergleich zu IT geringere Werte. HSW und SYS führen hingegen zu deutlichen Verschlechterungen. Bei der Simulation der Pflegebedürftigkeit resultieren die geringsten Werte bei SYS2. Neben SYS2 führen auch SBDL, SYS und CA zu Verringerungen im Vergleich zu IT. Insgesamt treten zwischen IT, SU, SBDL, SW, CA und SYS jedoch keine deutlichen Unterschiede auf. Dadurch kann gezeigt werden, dass die Evaluation auf Grundlage eines einzelnen Zielwertes zu Fehleinschätzungen führen kann, da sowohl bei der Mahalanobis-Distanz als auch bei der Likelihood und der Differenz der einzelnen Koeffizienten SYS2 hinter den übrigen Methoden abfällt und als grundsätzlich ungeeignet eingestuft werden kann.

Tabelle A.4: MSE der geschätzten Koeffizienten

	$MSE(\hat{\beta}_1) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	1,0649	1,2780	1,1081	1,1978	15,8875	1,2043	1,2756	3560,0315
Pfleg.	19,4681	36,8295	20,1034	19,3414	22,4556	19,2741	20,1626	61.7742
	$MSE(\hat{\beta}_2) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,0029	0,0035	0,0028	0,0033	0,0576	0,0033	0,0035	11,5502
Pfleg.	0,0217	0,0301	0,0228	0,0215	0,0272	0,0209	0,0223	0,1471
	$MSE(\hat{\beta}_3) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0018
Pfleg.	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	$MSE(\hat{\beta}_4) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,0696	0,0799	0,0775	0,0858	0,2184	0,0855	0,0826	57,4426
Pfleg.	0,8207	0,8017	0,8122	0,8046	0,8548	0,7411	0,7668	1,3352
	$MSE(\hat{\beta}_5) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,1265	0,1375	0,1241	0,1265	0,2591	0,1367	0,1275	70,4092
Pfleg.	0,7481	0,7272	0,7131	0,7226	0,7635	0,7667	0,7402	1,5192
	$MSE(\hat{\beta}_6) \times 1.000$							
	IT	SU	SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,2027	0,2071	0,2048	0,2021	0,9515	0,2192	0,2172	411,2662
Pfleg.	1,7340	2,0786	1,9314	1,8528	1,9375	1,9011	2,0324	2,7248

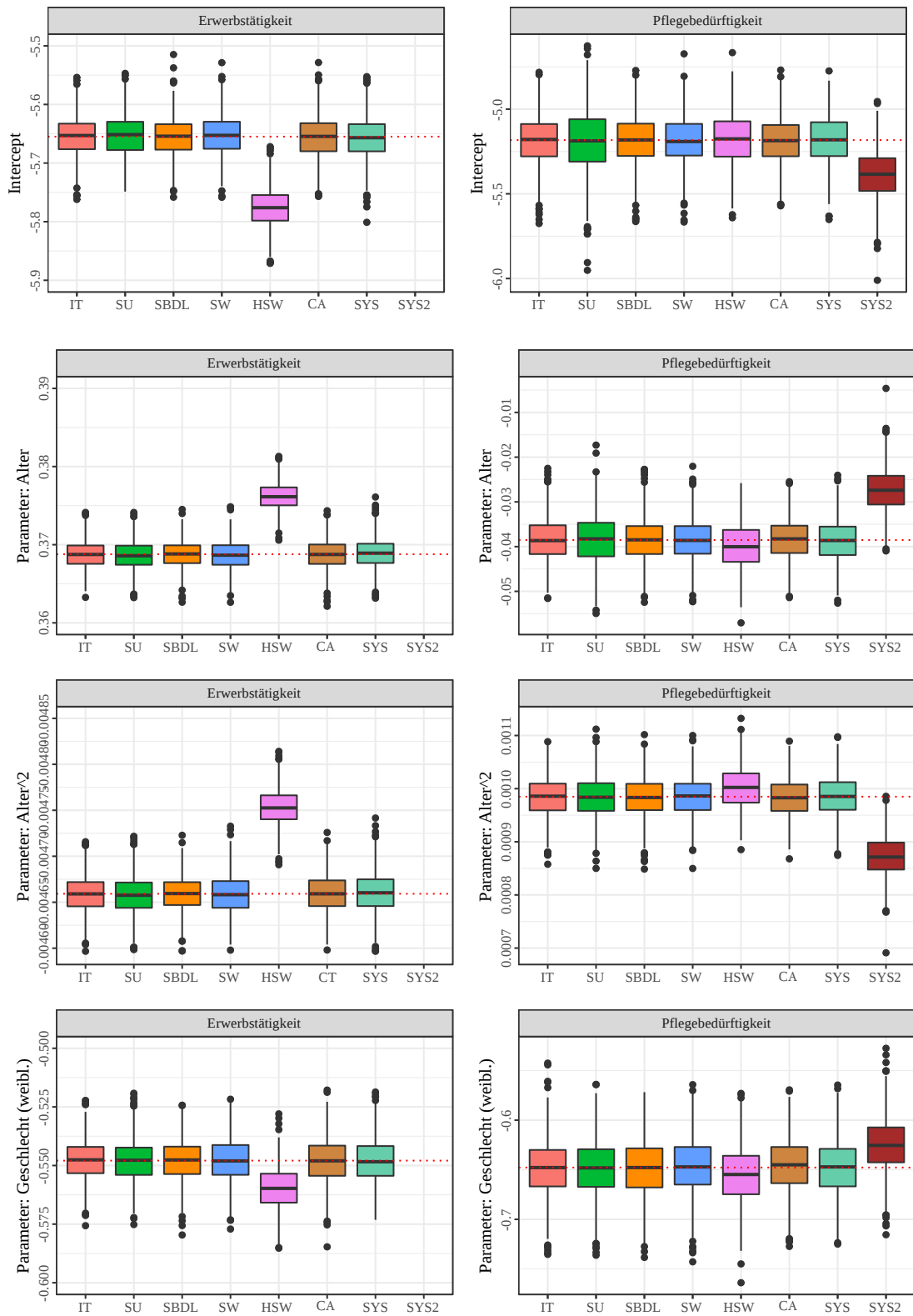


Abbildung A.3: Vergleich der Schätzungen für ausgewählte Parameter

Tabelle A.5: Evaluation der vorhergesagten Zustände und Wahrscheinlichkeiten

	IT	SU	$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M d^{MH}(\hat{\beta}^m)$					
			SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	5,9968	5,4510	4,9624	5,2921	41,2743	5,4797	5,3679	8434,0188
Pfleg.	6,0056	7,5105	5,0660	5,0386	7,0256	4,9466	5,0611	36,7261
	IT	SU	$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M -LL(\hat{\beta}^m) / 1000$					
			SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	163,6402	163,6399	163,6397	163,6399	163,6576	163,6400	163,6399	168,7776
Pfleg.	27,4895	27,4903	27,4891	27,4891	27,4900	27,4890	27,4891	27,5051
	IT	SU	$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M MSE(\hat{\pi}^m) \times 10.000$					
			SBDL	SW	HSW	CA	SYS	SYS2
Erwerb.	0,0254	0,0288	0,0210	0,0217	0,1174	0,0226	0,0221	34,2831
Pfleg.	5,6001	5,6106	5,5946	5,6005	5,7608	5,5929	5,5966	4,9778

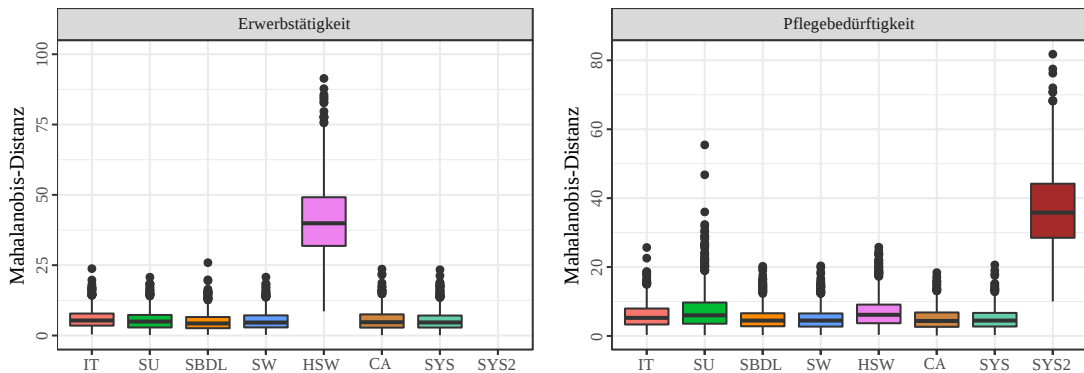


Abbildung A.4: Mahalanobis-Distanz der Koeffizienten

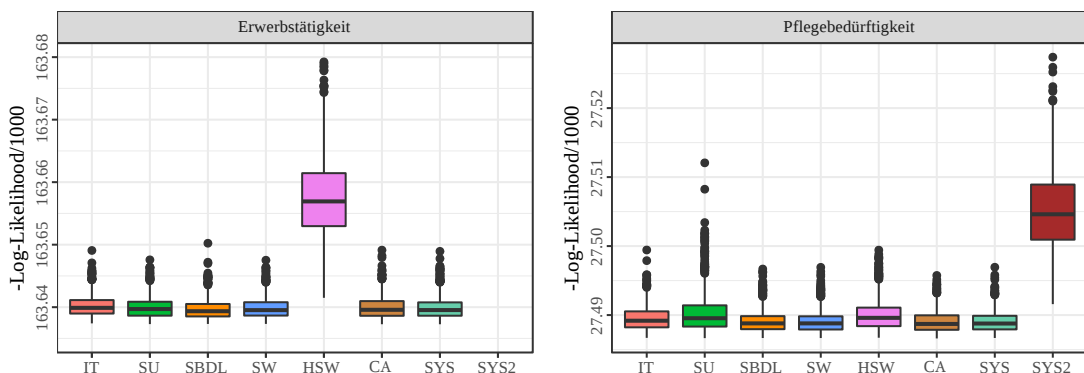


Abbildung A.5: Negative Log-Likelihood-Werte

A.3.3 Zusammenfassung

Im Rahmen einer Simulationsstudie wurden verschiedene Methoden zur Simulation von Zustandsänderungen verglichen. Die einfachste Variante stellt die inverse Transformationsmethode (IT) dar. Diese lässt sich leicht implementieren, ist überaus effizient und führt zu unverzerrten Ergebnissen. Der Nachteil dieser Methode gegenüber den weiteren, im Rahmen dieser Simulationsstudie vorgestellten, Verfahren liegt in der zufälligen Variation des Totalwertes beziehungsweise Erwartungswertes von Zuständen oder Zustandsänderungen. Die übrigen implementierten Verfahren stellen hingegen weitestgehend sicher, dass keine zu große Abweichung der Anzahl der simulierten Zustände oder Zustandsänderungen zum Erwartungswert auftritt. Daher werden manche Methoden in der Literatur als *Variance Elimination*-Methoden beschrieben (Li et al., 2014).

Viele der implementierten Methoden zeigen durchaus ähnliche Performance. Auffallend schlechte Ergebnisse treten hingegen bei HSW und SYS2 auf. Bei diesen Methoden konnten teils extreme Verschlechterungen identifiziert werden. So sind die, auf Basis der simulierten Zustände geschätzten, Koeffizienten bei HSW und SYS2 teilweise sehr stark verzerrt. Auch bei den $-LL$ -Werten resultieren schlechtere Werte. Während SU bei der Simulation der Erwerbstätigkeit zu relativ guten Resultaten führt, erweist sich die Methode bei Pflegebedürftigkeit als ungeeignet. Durchweg gute Ergebnisse in beiden Setups zeigen sich hingegen bei IT, SBDL, SW, CA und SYS. Da CA keine deutlich bessere Performance im Vergleich zu den übrigen Methoden aufweist, gleichzeitig jedoch deutlich rechenaufwändiger ist, kann von einem Einsatz abgeraten werden.

A.4 Beispiel zur sequenziellen Modellierung

Die Berücksichtigung der Modulreihenfolge bei der Schätzung der Wahrscheinlichkeiten lässt sich über ein Beispiel verdeutlichen. Dafür werden zunächst die Daten des MZ SUF 2012/13 auf Personenebene verknüpft, um Wahrscheinlichkeiten für Eheschließungen und Geburten zu schätzen. Die geschätzte unbedingte Wahrscheinlichkeit zu heiraten für eine Frau im Alter von 15 bis 49 zu heiraten ergibt demnach $P\left(y_u^{(s+1)Hei} = 1\right) = \pi_u^{(s+1)Hei} = 0,0212$ und die unbedingte Wahrscheinlichkeit ein Kind zu gebären $P\left(y_u^{(s+1)Geb} = 1\right) = \pi_u^{(s+1)Geb} = 0,0308$. Da beide Wahrscheinlichkeiten nicht auf das jeweils andere Ereignis bedingt sind, ist es egal in welcher Reihenfolge simuliert wird. In beiden Fällen resultiert die gleiche Wahrscheinlichkeit für das Eintreten beider Ereignisse:

$$\begin{aligned}
 P(y_u^{(s+1)Geb} = 1, y_u^{(s+1)Hei} = 1) &= \pi_u^{(s+1)Hei} \cdot \pi_u^{(s+1)Geb} = \pi_u^{(s+1)Geb} \cdot \pi_u^{(s+1)Hei} = \\
 &= 0,0212 \cdot 0,0308 = 0,00065.
 \end{aligned}$$

Die auf den Daten des MZ SUF 2012/13 geschätzte gemeinsame Wahrscheinlichkeit ein Kind zu gebären und zu heiraten ist jedoch deutlich höher und liegt bei 0,00232. Um die gemeinsame Wahrscheinlichkeit zu generieren, ist es notwendig das in der Modulreihenfolge nachgelagerte Ereignis auf das vorgelagerte zu bedingen. Als auf das Ereignis einer Geburt bedingte Wahrscheinlichkeit zu heiraten ergibt sich $P(y_u^{(s+1)Hei} = 1 | y_u^{(s+1)Geb} = 1) = 0,0754$. Die Wahrscheinlichkeit einer Geburt bedingt auf eine Heirat ist $P(y_u^{(s+1)Geb} = 1 | y_u^{(s+1)Hei} = 1) = 0,1095$. Je nach festgelegter Reihenfolge kann die Wahrscheinlichkeit beider Ereignisse bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 P(y_u^{(s+1)Geb} = 1, y_u^{(s+1)Hei} = 1) &= P(y_u^{(s+1)Hei} = 1) \cdot P(y_u^{(s+1)Geb} = 1 | y_u^{(s+1)Hei} = 1) = \\
 &= P(y_u^{(s+1)Geb} = 1) \cdot P(y_u^{(s+1)Hei} = 1 | y_u^{(s+1)Geb} = 1) = \\
 &= 0,0212 \cdot 0,1095 = 0,0308 \cdot 0,0754 = 0,00232.
 \end{aligned}$$

Anhang B

Ergänzende Simulationsergebnisse zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten

B.1 Unterschiedliche Stichprobengrößen

Tabelle B.1: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

Arithmetisches Mittel						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.702	163.698	164.080	163.690	163.690	163.690
Szenario 2	163.779	163.769	164.345	163.756	163.756	163.756
Szenario 3	163.938	163.917	164.979	163.886	163.885	163.885
Szenario 4	164.237	164.219	165.722	164.138	164.135	164.136
Szenario 5	164.870	164.931	167.130	164.673	164.663	164.666
Median						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.709	163.704	163.967	163.699	163.699	163.699
Szenario 2	163.785	163.770	164.125	163.767	163.768	163.768
Szenario 3	163.937	163.911	164.459	163.888	163.889	163.888
Szenario 4	164.190	164.141	164.886	164.081	164.082	164.080
Szenario 5	164.735	164.666	165.662	164.569	164.562	164.559
0,25-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.491	163.487	163.712	163.479	163.479	163.479
Szenario 2	163.564	163.555	163.801	163.545	163.546	163.546
Szenario 3	163.685	163.665	164.060	163.648	163.650	163.650
Szenario 4	163.904	163.855	164.296	163.853	163.848	163.848
Szenario 5	164.321	164.249	164.915	164.174	164.166	164.166
0,75-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.923	163.923	164.335	163.907	163.907	163.907
Szenario 2	164.007	163.998	164.687	163.979	163.979	163.979
Szenario 3	164.169	164.162	165.297	164.124	164.126	164.122
Szenario 4	164.527	164.498	166.143	164.426	164.417	164.425
Szenario 5	165.260	165.212	167.616	165.052	165.035	165.034

Tabelle B.2: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

Arithmetisches Mittel						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,129	131,123	131,126	131,119	131,119	131,119
Szenario 2	131,195	131,182	131,190	131,175	131,175	131,175
Szenario 3	131,329	131,299	131,316	131,283	131,283	131,283
Szenario 4	131,576	131,522	131,549	131,491	131,489	131,490
Szenario 5	132,106	132,001	132,046	131,935	131,929	131,930
Median						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,135	131,125	131,130	131,129	131,129	131,129
Szenario 2	131,197	131,188	131,194	131,182	131,183	131,182
Szenario 3	131,330	131,301	131,324	131,281	131,279	131,279
Szenario 4	131,549	131,481	131,525	131,438	131,441	131,441
Szenario 5	132,012	131,926	131,959	131,866	131,852	131,858
0,25-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	130,941	130,932	130,933	130,931	130,930	130,930
Szenario 2	131,007	130,987	130,996	130,980	130,980	130,980
Szenario 3	131,119	131,084	131,093	131,069	131,070	131,070
Szenario 4	131,287	131,254	131,280	131,237	131,234	131,238
Szenario 5	131,611	131,547	131,586	131,505	131,506	131,509
0,75-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,340	131,338	131,337	131,331	131,331	131,331
Szenario 2	131,405	131,392	131,392	131,378	131,378	131,377
Szenario 3	131,552	131,533	131,530	131,512	131,512	131,512
Szenario 4	131,850	131,782	131,810	131,752	131,748	131,747
Szenario 5	132,459	132,332	132,403	132,253	132,258	132,258

Tabelle B.3: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.516	27.511	27.555	27.511	27.511	27.511
Szenario 2	27.558	27.547	27.692	27.546	27.546	27.546
Szenario 3	27.630	27.610	27.952	27.609	27.609	27.609
Szenario 4	27.831	27.790	28.562	27.788	27.766	27.789
Szenario 5	28.367	28.274	29.783	28.268	28.141	28.271
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.515	27.510	27.530	27.511	27.510	27.510
Szenario 2	27.564	27.552	27.622	27.552	27.552	27.552
Szenario 3	27.622	27.602	27.712	27.601	27.600	27.601
Szenario 4	27.791	27.759	27.924	27.753	27.747	27.751
Szenario 5	28.107	28.052	28.402	28.051	28.044	28.052
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.330	27.324	27.357	27.324	27.323	27.323
Szenario 2	27.373	27.363	27.424	27.361	27.361	27.361
Szenario 3	27.447	27.430	27.501	27.430	27.430	27.430
Szenario 4	27.566	27.524	27.671	27.523	27.521	27.521
Szenario 5	27.843	27.754	27.933	27.755	27.749	27.749
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.688	27.684	27.721	27.684	27.683	27.683
Szenario 2	27.734	27.720	27.842	27.721	27.720	27.720
Szenario 3	27.815	27.797	27.979	27.797	27.795	27.795
Szenario 4	28.011	27.978	28.486	27.974	27.970	27.971
Szenario 5	28.505	28.413	30.235	28.410	28.389	28.406

Tabelle B.4: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,165	16,163	16,164	16,163	16,163	16,163
Szenario 2	16,179	16,174	16,178	16,174	16,174	16,174
Szenario 3	16,201	16,193	16,199	16,192	16,192	16,192
Szenario 4	16,256	16,240	16,252	16,238	16,238	16,238
Szenario 5	16,371	16,337	16,363	16,333	16,332	16,332
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,159	16,156	16,159	16,156	16,156	16,156
Szenario 2	16,172	16,166	16,171	16,165	16,165	16,165
Szenario 3	16,195	16,182	16,194	16,183	16,183	16,183
Szenario 4	16,255	16,234	16,251	16,234	16,233	16,233
Szenario 5	16,357	16,32	16,353	16,322	16,319	16,319
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,054	16,053	16,054	16,053	16,053	16,053
Szenario 2	16,068	16,062	16,067	16,062	16,061	16,061
Szenario 3	16,090	16,082	16,088	16,082	16,082	16,082
Szenario 4	16,132	16,118	16,130	16,121	16,118	16,119
Szenario 5	16,214	16,182	16,209	16,182	16,179	16,180
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,277	16,274	16,277	16,276	16,276	16,276
Szenario 2	16,296	16,280	16,295	16,282	16,282	16,282
Szenario 3	16,314	16,302	16,312	16,300	16,300	16,300
Szenario 4	16,367	16,355	16,360	16,350	16,348	16,348
Szenario 5	16,505	16,473	16,495	16,470	16,464	16,461

Tabelle B.5: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.193	197.169	197.169	197.169
Szenario 2	197.347	197.298	197.297	197.297
Szenario 3	197.651	197.552	197.552	197.552
Szenario 4	198.304	198.100	198.097	198.097
Szenario 5	199.980	199.585	199.574	199.574
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.179	197.158	197.158	197.158
Szenario 2	197.339	197.299	197.300	197.300
Szenario 3	197.641	197.560	197.561	197.561
Szenario 4	198.276	198.068	198.062	198.062
Szenario 5	199.423	199.097	199.075	199.084
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	196.901	196.864	196.864	196.864
Szenario 2	197.039	196.984	196.984	196.984
Szenario 3	197.269	197.197	197.192	197.192
Szenario 4	197.800	197.650	197.651	197.651
Szenario 5	198.686	198.392	198.402	198.402
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.515	197.491	197.491	197.491
Szenario 2	197.677	197.625	197.625	197.625
Szenario 3	198.032	197.926	197.924	197.924
Szenario 4	198.740	198.489	198.492	198.492
Szenario 5	200.311	199.829	199.824	199.824

Tabelle B.6: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,108	139,095	139,095	139,095
Szenario 2	139,184	139,158	139,158	139,158
Szenario 3	139,326	139,276	139,276	139,276
Szenario 4	139,618	139,521	139,520	139,520
Szenario 5	140,177	139,995	139,993	139,993
Median				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,093	139,085	139,085	139,085
Szenario 2	139,171	139,147	139,147	139,147
Szenario 3	139,318	139,272	139,271	139,271
Szenario 4	139,609	139,526	139,523	139,523
Szenario 5	140,109	139,939	139,934	139,940
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	138,904	138,885	138,885	138,885
Szenario 2	138,966	138,942	138,942	138,942
Szenario 3	139,077	139,041	139,041	139,041
Szenario 4	139,313	139,243	139,245	139,245
Szenario 5	139,746	139,616	139,606	139,606
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,338	139,323	139,323	139,323
Szenario 2	139,425	139,408	139,408	139,408
Szenario 3	139,593	139,539	139,537	139,537
Szenario 4	139,895	139,792	139,793	139,793
Szenario 5	140,549	140,355	140,354	140,354

Tabelle B.7: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.658	32.646	32.646	32.646
Szenario 2	32.740	32.713	32.712	32.712
Szenario 3	32.910	32.855	32.855	32.855
Szenario 4	33.619	33.508	33.507	33.507
Szenario 5	36.356	36.130	36.116	36.122
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.671	32.655	32.655	32.655
Szenario 2	32.744	32.708	32.710	32.710
Szenario 3	32.927	32.867	32.865	32.865
Szenario 4	33.275	33.180	33.182	33.183
Szenario 5	34.516	34.251	34.238	34.238
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.455	32.444	32.443	32.443
Szenario 2	32.539	32.512	32.512	32.511
Szenario 3	32.685	32.615	32.616	32.616
Szenario 4	32.997	32.905	32.910	32.910
Szenario 5	33.739	33.571	33.548	33.552
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.856	32.841	32.842	32.842
Szenario 2	32.955	32.932	32.933	32.933
Szenario 3	33.149	33.083	33.082	33.083
Szenario 4	33.630	33.496	33.493	33.487
Szenario 5	38.584	38.402	38.400	38.405

Tabelle B.8: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – unterschiedliche Stichprobenumfänge bei SRS

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,768	16,765	16,765	16,765
Szenario 2	16,782	16,776	16,776	16,776
Szenario 3	16,810	16,797	16,797	16,797
Szenario 4	16,871	16,848	16,848	16,848
Szenario 5	17,015	16,975	16,972	16,972
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,782	16,778	16,778	16,778
Szenario 2	16,793	16,785	16,785	16,785
Szenario 3	16,819	16,798	16,799	16,799
Szenario 4	16,868	16,850	16,850	16,850
Szenario 5	17,000	16,960	16,958	16,958
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,658	16,657	16,657	16,657
Szenario 2	16,671	16,665	16,665	16,665
Szenario 3	16,698	16,683	16,683	16,683
Szenario 4	16,762	16,730	16,731	16,730
Szenario 5	16,868	16,836	16,831	16,832
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,880	16,876	16,876	16,876
Szenario 2	16,892	16,888	16,887	16,887
Szenario 3	16,921	16,908	16,909	16,908
Szenario 4	16,984	16,963	16,962	16,962
Szenario 5	17,141	17,092	17,090	17,091

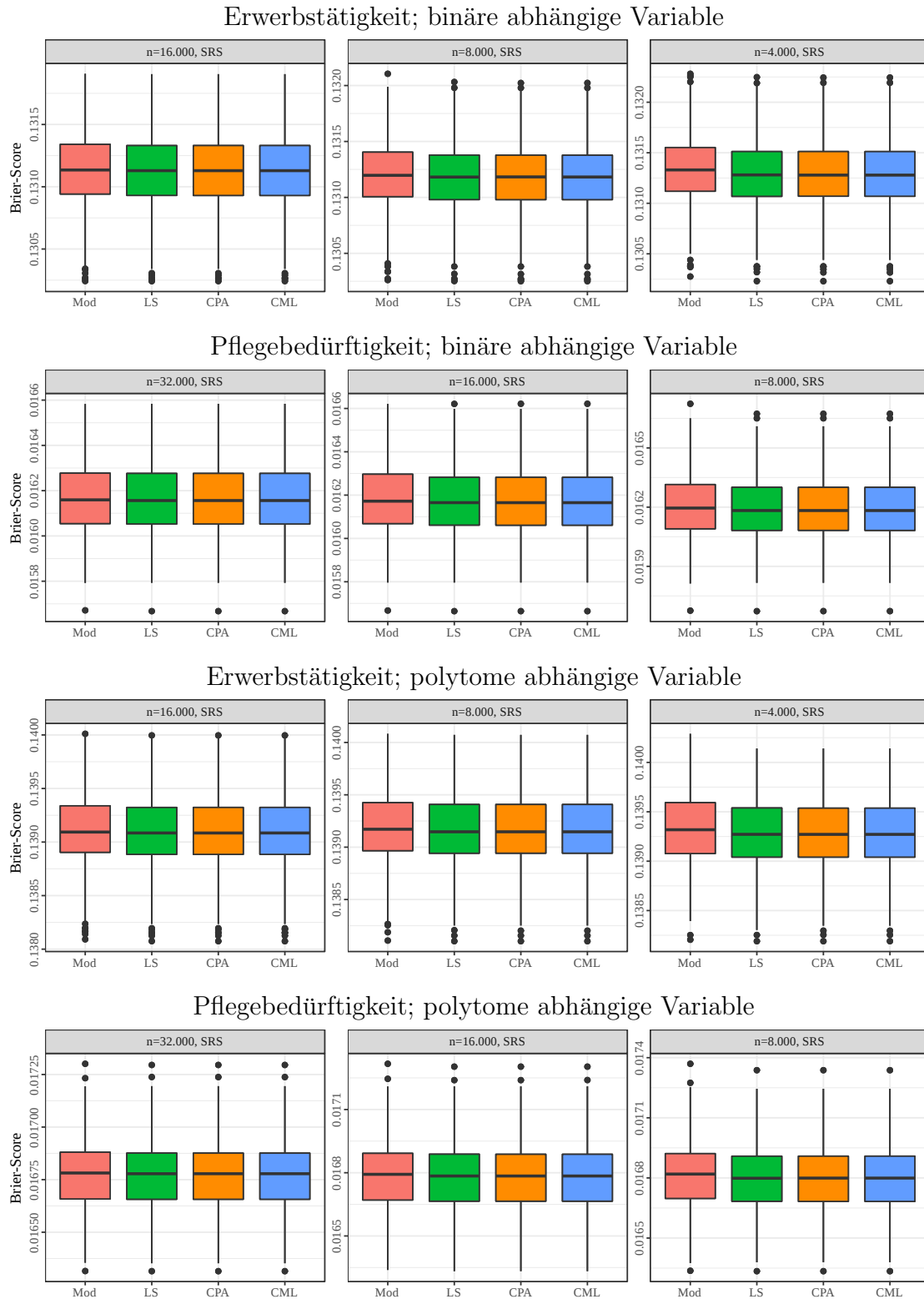


Abbildung B.1: Brier-Werte ($\times 1.000$) bei verschiedenen Stichprobengrößen (SRS)

B.2 Disproportionale Ziehung exogener Variablen

Tabelle B.9: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – dispropor-
tionale Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.004	164.005	165.154	163.935	163.899	163.900
Szenario 2	164.088	164.101	165.373	164.006	163.941	163.941
Szenario 3	164.382	164.451	166.280	164.239	163.960	163.961
Szenario 4	164.053	164.001	165.636	163.959	163.909	163.910
Szenario 5	164.119	164.070	165.923	164.007	163.920	163.920
Szenario 6	164.332	164.301	167.037	164.136	163.915	163.915
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.000	163.991	164.559	163.957	163.912	163.910
Szenario 2	164.083	164.070	164.648	164.007	163.937	163.937
Szenario 3	164.224	164.225	165.157	164.121	163.958	163.957
Szenario 4	164.016	163.975	164.779	163.947	163.899	163.901
Szenario 5	164.057	164.018	164.898	163.984	163.912	163.912
Szenario 6	164.198	164.128	165.400	164.069	163.891	163.891
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.697	163.690	164.094	163.643	163.634	163.635
Szenario 2	163.780	163.766	164.169	163.729	163.698	163.699
Szenario 3	163.883	163.885	164.402	163.824	163.693	163.696
Szenario 4	163.757	163.725	164.204	163.683	163.659	163.659
Szenario 5	163.804	163.764	164.296	163.738	163.659	163.659
Szenario 6	163.868	163.832	164.434	163.791	163.651	163.651
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.260	164.263	165.506	164.182	164.143	164.143
Szenario 2	164.359	164.365	165.752	164.268	164.185	164.186
Szenario 3	164.679	164.716	167.057	164.512	164.197	164.198
Szenario 4	164.345	164.269	166.037	164.234	164.149	164.149
Szenario 5	164.368	164.299	166.360	164.271	164.155	164.155
Szenario 6	164.633	164.541	168.203	164.393	164.160	164.160

B.2 Simulation: Anpassung bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen

279

Tabelle B.10: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – disproportionaler Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,406	131,376	131,378	131,338	131,303	131,304
Szenario 2	131,485	131,453	131,446	131,402	131,339	131,340
Szenario 3	131,781	131,736	131,698	131,630	131,361	131,362
Szenario 4	131,445	131,382	131,434	131,360	131,312	131,312
Szenario 5	131,515	131,443	131,497	131,412	131,325	131,326
Szenario 6	131,724	131,604	131,683	131,541	131,317	131,318
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,407	131,383	131,379	131,342	131,299	131,299
Szenario 2	131,475	131,446	131,438	131,394	131,329	131,329
Szenario 3	131,626	131,604	131,565	131,523	131,357	131,356
Szenario 4	131,415	131,370	131,414	131,346	131,314	131,314
Szenario 5	131,468	131,412	131,458	131,383	131,326	131,327
Szenario 6	131,588	131,509	131,561	131,462	131,307	131,307
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,117	131,080	131,097	131,057	131,054	131,053
Szenario 2	131,183	131,171	131,170	131,147	131,103	131,103
Szenario 3	131,309	131,284	131,280	131,232	131,093	131,094
Szenario 4	131,173	131,127	131,160	131,100	131,083	131,083
Szenario 5	131,208	131,166	131,212	131,135	131,089	131,090
Szenario 6	131,296	131,223	131,273	131,215	131,064	131,064
	0,5-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,650	131,634	131,620	131,588	131,543	131,543
Szenario 2	131,738	131,702	131,704	131,653	131,586	131,587
Szenario 3	132,081	132,026	131,976	131,894	131,591	131,590
Szenario 4	131,706	131,627	131,705	131,598	131,540	131,539
Szenario 5	131,736	131,662	131,729	131,630	131,555	131,555
Szenario 6	131,999	131,869	131,980	131,789	131,523	131,524

Tabelle B.11: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – dispropor-
tionale Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.706	27.655	28.510	27.657	27.635	27.635
Szenario 2	27.765	27.689	29.051	27.693	27.642	27.642
Szenario 3	27.898	27.771	29.602	27.777	27.656	27.657
Szenario 4	27.632	27.616	27.808	27.615	27.608	27.605
Szenario 5	27.646	27.630	27.802	27.629	27.615	27.613
Szenario 6	27.683	27.662	27.861	27.660	27.635	27.629
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.704	27.654	27.834	27.655	27.637	27.637
Szenario 2	27.742	27.681	27.955	27.684	27.635	27.636
Szenario 3	27.819	27.742	28.155	27.747	27.645	27.647
Szenario 4	27.627	27.608	27.651	27.606	27.600	27.599
Szenario 5	27.649	27.634	27.655	27.632	27.616	27.612
Szenario 6	27.660	27.641	27.688	27.643	27.617	27.603
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.490	27.466	27.582	27.464	27.457	27.457
Szenario 2	27.534	27.495	27.656	27.495	27.466	27.466
Szenario 3	27.588	27.535	27.711	27.539	27.463	27.465
Szenario 4	27.456	27.438	27.464	27.436	27.424	27.420
Szenario 5	27.441	27.419	27.463	27.412	27.415	27.411
Szenario 6	27.470	27.456	27.470	27.451	27.446	27.434
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.900	27.823	28.344	27.830	27.804	27.808
Szenario 2	27.956	27.886	28.980	27.884	27.827	27.827
Szenario 3	28.097	27.960	29.725	27.975	27.816	27.815
Szenario 4	27.821	27.797	27.887	27.793	27.795	27.793
Szenario 5	27.831	27.810	27.888	27.805	27.788	27.787
Szenario 6	27.870	27.847	27.945	27.844	27.825	27.817

B.2 Simulation: Anpassung bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen

Tabelle B.12: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – disproportionaler Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,242	16,211	16,239	16,212	16,202	16,202
Szenario 2	16,271	16,224	16,266	16,226	16,203	16,204
Szenario 3	16,337	16,257	16,328	16,260	16,208	16,208
Szenario 4	16,185	16,181	16,184	16,189	16,180	16,180
Szenario 5	16,184	16,182	16,183	16,181	16,180	16,180
Szenario 6	16,185	16,182	16,183	16,181	16,180	16,179
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,231	16,211	16,226	16,208	16,200	16,200
Szenario 2	16,258	16,217	16,257	16,217	16,194	16,194
Szenario 3	16,303	16,253	16,298	16,259	16,206	16,205
Szenario 4	16,179	16,174	16,179	16,172	16,173	16,174
Szenario 5	16,181	16,180	16,178	16,176	16,180	16,179
Szenario 6	16,182	16,178	16,181	16,178	16,179	16,178
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,111	16,095	16,108	16,095	16,084	16,084
Szenario 2	16,131	16,106	16,129	16,107	16,096	16,095
Szenario 3	16,161	16,118	16,160	16,124	16,094	16,095
Szenario 4	16,074	16,070	16,072	16,070	16,070	16,069
Szenario 5	16,070	16,066	16,069	16,065	16,065	16,065
Szenario 6	16,076	16,073	16,075	16,074	16,068	16,067
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,367	16,326	16,363	16,331	16,316	16,317
Szenario 2	16,391	16,346	16,386	16,349	16,323	16,324
Szenario 3	16,461	16,366	16,448	16,376	16,316	16,316
Szenario 4	16,293	16,293	16,290	16,291	16,289	16,289
Szenario 5	16,295	16,295	16,294	16,290	16,288	16,288
Szenario 6	16,296	16,294	16,294	16,295	16,292	16,292

Tabelle B.13: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – dis-
proportionale Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.895	197.750	197.685	197.686
Szenario 2	198.096	197.900	197.778	197.779
Szenario 3	199.150	198.831	198.459	198.459
Szenario 4	197.984	197.780	197.715	197.715
Szenario 5	198.181	197.914	197.788	197.788
Szenario 6	198.732	198.243	197.930	197.930
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.862	197.723	197.665	197.665
Szenario 2	198.042	197.845	197.721	197.721
Szenario 3	198.391	198.130	197.870	197.870
Szenario 4	197.970	197.765	197.724	197.724
Szenario 5	198.081	197.868	197.748	197.748
Szenario 6	198.466	198.136	197.915	197.915
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	197.452	197.348	197.315	197.315
Szenario 2	197.581	197.445	197.363	197.363
Szenario 3	197.878	197.667	197.427	197.427
Szenario 4	197.505	197.334	197.313	197.313
Szenario 5	197.632	197.475	197.397	197.397
Szenario 6	197.878	197.599	197.452	197.452
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	198.263	198.114	198.035	198.040
Szenario 2	198.469	198.273	198.139	198.139
Szenario 3	199.127	198.759	198.339	198.339
Szenario 4	198.390	198.164	198.109	198.109
Szenario 5	198.604	198.323	198.153	198.153
Szenario 6	199.258	198.681	198.282	198.282

Tabelle B.14: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – disproportionaler Ziehung exogener Variablen

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,476	139,393	139,361	139,361
Szenario 2	139,595	139,472	139,412	139,412
Szenario 3	139,895	139,701	139,533	139,533
Szenario 4	139,486	139,384	139,346	139,346
Szenario 5	139,577	139,447	139,382	139,382
Szenario 6	139,829	139,598	139,443	139,443
Median				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,446	139,368	139,359	139,359
Szenario 2	139,547	139,435	139,382	139,382
Szenario 3	139,763	139,619	139,467	139,467
Szenario 4	139,460	139,375	139,350	139,350
Szenario 5	139,552	139,425	139,369	139,369
Szenario 6	139,699	139,521	139,432	139,432
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,175	139,105	139,088	139,088
Szenario 2	139,266	139,177	139,127	139,127
Szenario 3	139,363	139,265	139,166	139,166
Szenario 4	139,195	139,107	139,086	139,086
Szenario 5	139,242	139,161	139,126	139,126
Szenario 6	139,366	139,238	139,157	139,157
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	139,737	139,666	139,617	139,622
Szenario 2	139,834	139,700	139,646	139,646
Szenario 3	140,204	139,993	139,855	139,855
Szenario 4	139,769	139,682	139,597	139,597
Szenario 5	139,858	139,707	139,637	139,637
Szenario 6	140,132	139,906	139,723	139,723

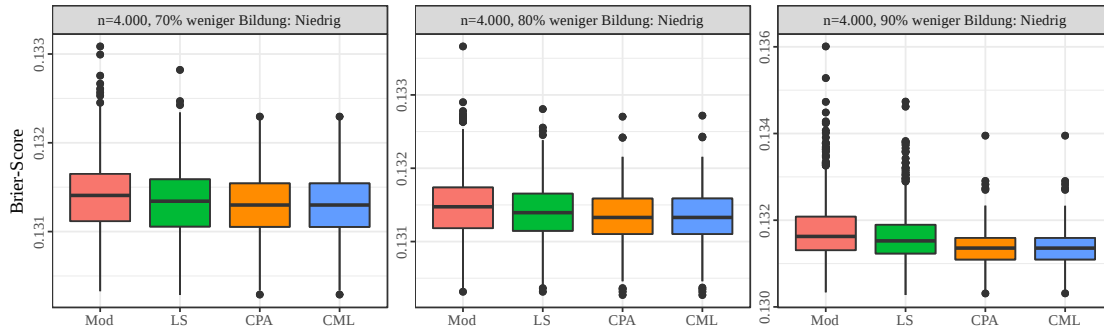
Tabelle B.15: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – dis-
proportionale Ziehung exogener Variablen

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	33.052	32.952	32.898	32.898
Szenario 2	33.206	33.056	32.933	32.933
Szenario 3	34.911	34.641	34.463	34.426
Szenario 4	32.910	32.875	32.874	32.874
Szenario 5	32.928	32.891	32.877	32.878
Szenario 6	32.979	32.939	32.915	32.915
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	33.037	32.950	32.892	32.892
Szenario 2	33.123	33.015	32.946	32.945
Szenario 3	33.364	33.159	32.973	32.973
Szenario 4	32.874	32.841	32.846	32.846
Szenario 5	32.908	32.868	32.863	32.863
Szenario 6	32.964	32.933	32.896	32.896
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	32.775	32.701	32.658	32.658
Szenario 2	32.906	32.799	32.713	32.713
Szenario 3	33.018	32.858	32.718	32.718
Szenario 4	32.666	32.632	32.651	32.651
Szenario 5	32.683	32.649	32.625	32.626
Szenario 6	32.731	32.695	32.681	32.681
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	33.298	33.166	33.113	33.113
Szenario 2	33.414	33.267	33.140	33.140
Szenario 3	33.859	33.564	33.237	33.237
Szenario 4	33.134	33.087	33.081	33.083
Szenario 5	33.184	33.123	33.107	33.107
Szenario 6	33.213	33.165	33.121	33.122

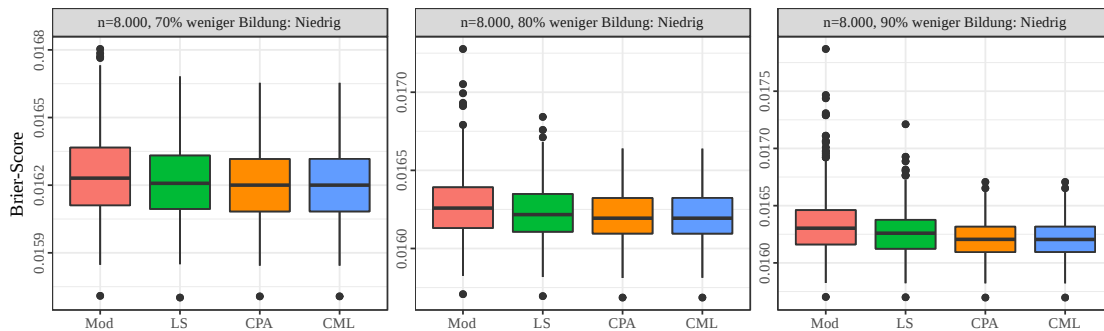
Tabelle B.16: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung exogener Variablen

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,850	16,820	16,808	16,808
Szenario 2	16,881	16,842	16,814	16,814
Szenario 3	16,975	16,903	16,848	16,850
Szenario 4	16,791	16,786	16,786	16,786
Szenario 5	16,790	16,786	16,786	16,786
Szenario 6	16,791	16,787	16,786	16,786
Median				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,855	16,831	16,822	16,822
Szenario 2	16,874	16,845	16,819	16,819
Szenario 3	16,950	16,889	16,844	16,844
Szenario 4	16,797	16,792	16,792	16,792
Szenario 5	16,796	16,795	16,794	16,794
Szenario 6	16,802	16,800	16,796	16,796
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,732	16,703	16,69	16,688
Szenario 2	16,755	16,722	16,698	16,698
Szenario 3	16,803	16,749	16,714	16,713
Szenario 4	16,673	16,668	16,668	16,668
Szenario 5	16,676	16,672	16,672	16,672
Szenario 6	16,680	16,669	16,670	16,670
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,959	16,929	16,915	16,915
Szenario 2	17,012	16,960	16,927	16,927
Szenario 3	17,117	17,036	16,963	16,963
Szenario 4	16,902	16,899	16,899	16,899
Szenario 5	16,902	16,895	16,895	16,894
Szenario 6	16,904	16,896	16,895	16,895

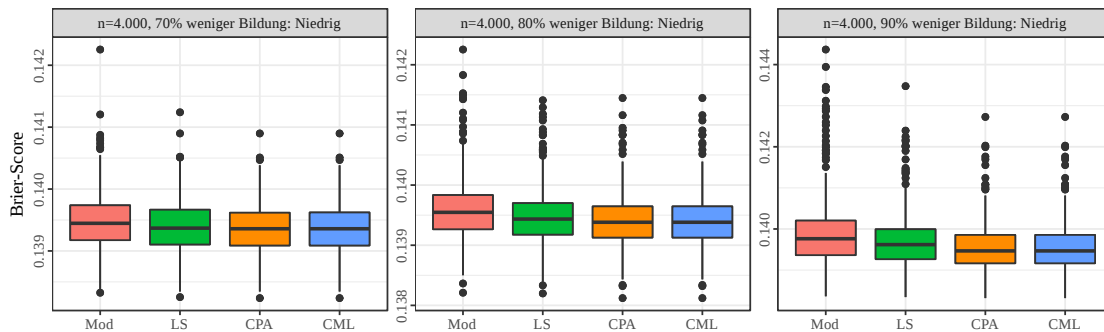
Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable



Erwerbstätigkeit; polytome abhängige Variable



Pflegebedürftigkeit; polytome abhängige Variable

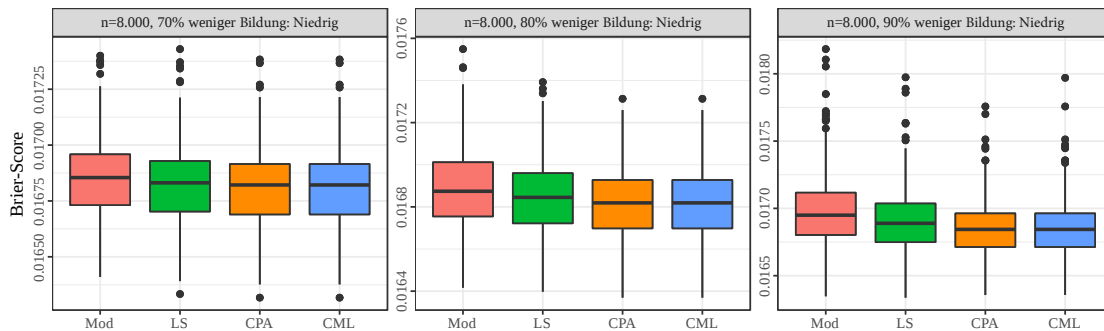


Abbildung B.2: Brier-Werte ($\times 1.000$) bei disproportionaler Ziehung exogener Variablen

B.3 Disproportionale Ziehung der endogenen Variable

Tabelle B.17: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (binär) – disproportionale Ziehung der endogenen Variable

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	165.253	167.431	167.417	163.875	163.874	163.874
Szenario 2	169.396	188.298	172.543	163.874	163.925	163.863
Szenario 3	176.735	231.553	178.727	163.886	164.366	163.866
Szenario 4	188.124	266.944	185.956	163.874	166.402	163.838
Szenario 5	164.766	164.282	175.699	163.878	163.875	163.876
Szenario 6	167.275	165.366	187.217	163.892	163.893	163.884
Szenario 7	171.887	167.125	196.489	163.900	163.966	163.884
Szenario 8	178.722	169.534	203.356	163.935	164.227	163.905
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	165.243	165.383	167.416	163.892	163.877	163.883
Szenario 2	169.378	186.955	172.496	163.879	163.928	163.877
Szenario 3	176.710	233.073	178.659	163.902	164.329	163.880
Szenario 4	187.954	267.221	185.874	163.875	166.263	163.846
Szenario 5	164.732	164.271	175.723	163.881	163.874	163.875
Szenario 6	167.202	165.341	187.292	163.895	163.906	163.896
Szenario 7	171.856	167.123	196.869	163.899	163.972	163.875
Szenario 8	178.604	169.492	202.846	163.952	164.209	163.922
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.777	164.625	166.722	163.654	163.649	163.641
Szenario 2	168.636	183.743	171.799	163.679	163.704	163.654
Szenario 3	175.600	221.622	177.811	163.639	164.025	163.626
Szenario 4	186.436	260.752	184.951	163.621	165.534	163.602
Szenario 5	164.370	163.994	172.908	163.627	163.635	163.632
Szenario 6	166.662	164.899	184.041	163.658	163.659	163.656
Szenario 7	170.998	166.604	193.508	163.664	163.706	163.646
Szenario 8	177.418	168.875	200.827	163.700	163.910	163.656
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	165.632	168.830	168.096	164.094	164.097	164.090
Szenario 2	170.031	191.264	173.266	164.108	164.170	164.095
Szenario 3	177.848	241.643	179.632	164.118	164.662	164.096
Szenario 4	189.623	273.120	186.965	164.118	167.093	164.058
Szenario 5	165.125	164.589	177.789	164.123	164.123	164.122
Szenario 6	167.880	165.779	190.249	164.144	164.123	164.130
Szenario 7	172.690	167.663	199.324	164.131	164.205	164.106
Szenario 8	180.022	170.068	205.522	164.157	164.494	164.147

Tabelle B.18: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (binär) – disproportionale Ziehungen der endogenen Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	132,538	131,769	132,295	131,277	131,275	131,275
Szenario 2	136,415	133,023	135,127	131,275	131,302	131,266
Szenario 3	143,499	134,819	139,704	131,286	131,571	131,269
Szenario 4	154,731	136,938	146,004	131,272	132,891	131,241
Szenario 5	132,030	131,531	131,618	131,279	131,277	131,278
Szenario 6	134,108	132,289	132,368	131,288	131,287	131,281
Szenario 7	137,782	133,648	133,598	131,295	131,330	131,282
Szenario 8	143,019	135,653	135,362	131,324	131,491	131,299
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	130,254	130,341	130,342	130,254	130,337	130,256
Szenario 2	130,292	130,331	130,331	130,293	130,320	130,320
Szenario 3	130,278	130,387	130,395	130,278	130,387	130,366
Szenario 4	130,288	130,375	130,405	130,290	130,328	130,313
Szenario 5	130,324	130,354	130,360	130,325	130,352	130,337
Szenario 6	130,252	130,343	130,343	130,252	130,339	130,254
Szenario 7	130,176	130,309	130,313	130,176	130,308	130,212
Szenario 8	130,197	130,341	130,342	130,277	130,332	130,323
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	132,100	131,458	131,920	131,044	131,046	131,040
Szenario 2	135,700	132,602	134,617	131,080	131,095	131,078
Szenario 3	142,376	134,325	138,987	131,070	131,323	131,056
Szenario 4	153,064	136,345	145,084	131,044	132,279	131,023
Szenario 5	131,667	131,279	131,359	131,055	131,053	131,055
Szenario 6	133,565	131,932	132,048	131,073	131,064	131,064
Szenario 7	137,030	133,234	133,257	131,072	131,092	131,055
Szenario 8	142,046	135,076	134,894	131,100	131,239	131,084
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	132,898	132,066	132,647	131,499	131,487	131,489
Szenario 2	137,041	133,392	135,633	131,502	131,522	131,484
Szenario 3	144,605	135,295	140,407	131,498	131,826	131,490
Szenario 4	156,264	137,517	146,875	131,496	133,363	131,449
Szenario 5	132,363	131,796	131,868	131,508	131,508	131,513
Szenario 6	134,629	132,628	132,700	131,511	131,519	131,502
Szenario 7	138,474	134,061	133,914	131,516	131,544	131,499
Szenario 8	143,938	136,128	135,793	131,538	131,722	131,518

Tabelle B.19: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (binär) – dispropor-
tionale Ziehung der endogenen Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.676	27.622	27.762	27.618	27.617	27.618
Szenario 2	27.836	27.654	27.928	27.643	27.649	27.642
Szenario 3	28.088	27.689	28.226	27.667	27.738	27.665
Szenario 4	28.500	27.736	28.652	27.697	28.359	27.692
Szenario 5	46.697	28.091	52.781	27.507	27.713	27.502
Szenario 6	69.521	28.725	63.531	27.498	28.065	27.492
Szenario 7	93.085	29.308	74.064	27.495	28.436	27.488
Szenario 8	118.052	29.855	84.858	27.494	28.812	27.486
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.667	27.606	27.701	27.605	27.607	27.606
Szenario 2	27.822	27.655	27.909	27.650	27.645	27.646
Szenario 3	28.083	27.683	28.231	27.670	27.680	27.670
Szenario 4	28.480	27.721	28.646	27.683	27.846	27.678
Szenario 5	46.686	28.092	52.787	27.506	27.718	27.496
Szenario 6	69.518	28.727	63.519	27.494	28.057	27.489
Szenario 7	93.102	29.318	74.008	27.486	28.432	27.481
Szenario 8	118.016	29.853	84.887	27.488	28.807	27.480
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.464	27.422	27.499	27.421	27.422	27.422
Szenario 2	27.612	27.464	27.682	27.446	27.451	27.447
Szenario 3	27.857	27.504	27.978	27.486	27.485	27.482
Szenario 4	28.195	27.520	28.337	27.492	27.571	27.486
Szenario 5	45.878	27.900	52.011	27.335	27.520	27.323
Szenario 6	68.506	28.540	62.728	27.323	27.875	27.315
Szenario 7	91.733	29.114	73.005	27.317	28.245	27.311
Szenario 8	116.469	29.658	83.764	27.321	28.627	27.311
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.871	27.807	27.930	27.810	27.808	27.808
Szenario 2	28.054	27.846	28.159	27.832	27.835	27.831
Szenario 3	28.297	27.874	28.456	27.851	27.876	27.852
Szenario 4	28.741	27.948	28.941	27.905	29.161	27.887
Szenario 5	47.498	28.272	53.575	27.677	27.886	27.673
Szenario 6	70.505	28.910	64.333	27.665	28.246	27.662
Szenario 7	94.454	29.486	75.007	27.665	28.608	27.657
Szenario 8	119.442	30.052	85.985	27.662	28.987	27.656

Tabelle B.20: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (binär) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,212	16,198	16,208	16,194	16,194	16,194
Szenario 2	16,267	16,212	16,255	16,203	16,203	16,203
Szenario 3	16,345	16,226	16,321	16,208	16,218	16,207
Szenario 4	16,468	16,250	16,426	16,216	16,329	16,214
Szenario 5	28,934	16,541	24,981	16,163	16,268	16,160
Szenario 6	46,530	16,823	35,906	16,160	16,434	16,157
Szenario 7	65,578	17,026	46,728	16,159	16,590	16,156
Szenario 8	86,330	17,185	57,629	16,159	16,734	16,155
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,207	16,188	16,204	16,187	16,187	16,186
Szenario 2	16,258	16,202	16,248	16,193	16,192	16,193
Szenario 3	16,346	16,220	16,317	16,213	16,218	16,207
Szenario 4	16,462	16,242	16,420	16,207	16,294	16,208
Szenario 5	28,901	16,539	24,944	16,152	16,267	16,151
Szenario 6	46,500	16,818	35,839	16,152	16,430	16,149
Szenario 7	65,591	17,025	46,709	16,151	16,591	16,147
Szenario 8	86,329	17,183	57,681	16,151	16,732	16,147
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,099	16,082	16,092	16,078	16,077	16,077
Szenario 2	16,142	16,091	16,134	16,087	16,087	16,084
Szenario 3	16,222	16,113	16,198	16,094	16,100	16,093
Szenario 4	16,316	16,121	16,279	16,098	16,147	16,093
Szenario 5	28,286	16,428	24,457	16,053	16,154	16,051
Szenario 6	45,693	16,710	35,332	16,052	16,323	16,049
Szenario 7	64,447	16,910	45,926	16,052	16,473	16,048
Szenario 8	84,965	17,069	56,567	16,049	16,626	16,047
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,323	16,306	16,316	16,297	16,297	16,298
Szenario 2	16,384	16,332	16,369	16,316	16,318	16,317
Szenario 3	16,463	16,345	16,440	16,326	16,337	16,328
Szenario 4	16,600	16,376	16,554	16,342	16,445	16,340
Szenario 5	29,543	16,657	25,475	16,272	16,387	16,270
Szenario 6	47,315	16,934	36,546	16,270	16,552	16,268
Szenario 7	66,657	17,140	47,507	16,271	16,706	16,267
Szenario 8	87,513	17,298	58,652	16,270	16,839	16,266

Tabelle B.21: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit (polytom) – dis-
proportionale Ziehung der endogenen Variablen

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	198.919	197.519	197.516	197.517
Szenario 2	203.172	197.502	197.506	197.501
Szenario 3	210.494	197.468	197.562	197.467
Szenario 4	221.734	197.486	197.823	197.485
Szenario 5	197.788	197.602	197.600	197.600
Szenario 6	198.066	197.627	197.625	197.625
Szenario 7	198.614	197.680	197.676	197.676
Szenario 8	199.487	197.746	197.737	197.738
Median				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	198.954	197.516	197.522	197.515
Szenario 2	203.102	197.500	197.511	197.501
Szenario 3	210.590	197.463	197.565	197.461
Szenario 4	221.657	197.498	197.772	197.496
Szenario 5	197.762	197.598	197.593	197.594
Szenario 6	198.053	197.618	197.612	197.612
Szenario 7	198.609	197.687	197.684	197.684
Szenario 8	199.436	197.717	197.704	197.709
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	198.476	197.205	197.203	197.203
Szenario 2	202.288	197.151	197.156	197.150
Szenario 3	209.331	197.136	197.214	197.141
Szenario 4	220.041	197.165	197.415	197.150
Szenario 5	197.407	197.227	197.228	197.228
Szenario 6	197.620	197.279	197.276	197.276
Szenario 7	198.110	197.352	197.341	197.341
Szenario 8	198.847	197.363	197.358	197.358
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	199.360	197.875	197.873	197.863
Szenario 2	204.012	197.824	197.835	197.824
Szenario 3	211.687	197.783	197.916	197.787
Szenario 4	223.326	197.839	198.184	197.834
Szenario 5	198.171	197.963	197.961	197.961
Szenario 6	198.419	197.955	197.955	197.955
Szenario 7	199.059	198.033	198.028	198.028
Szenario 8	199.999	198.120	198.089	198.099

Tabelle B.22: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit (polytom) – disproportionale Ziehungen der endogenen Variablen

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	140,388	139,271	139,269	139,269
Szenario 2	143,856	139,265	139,269	139,265
Szenario 3	150,007	139,260	139,320	139,259
Szenario 4	159,531	139,277	139,508	139,275
Szenario 5	139,350	139,291	139,291	139,291
Szenario 6	139,389	139,294	139,293	139,293
Szenario 7	139,473	139,304	139,303	139,303
Szenario 8	139,593	139,316	139,314	139,314
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	140,379	139,264	139,261	139,263
Szenario 2	143,801	139,265	139,271	139,262
Szenario 3	150,010	139,271	139,323	139,267
Szenario 4	159,457	139,267	139,472	139,272
Szenario 5	139,351	139,283	139,286	139,286
Szenario 6	139,387	139,303	139,301	139,301
Szenario 7	139,472	139,292	139,289	139,289
Szenario 8	139,583	139,304	139,308	139,308
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	140,035	139,042	139,042	139,041
Szenario 2	143,102	139,033	139,041	139,034
Szenario 3	149,046	139,023	139,064	139,022
Szenario 4	158,195	139,033	139,232	139,027
Szenario 5	139,104	139,048	139,049	139,049
Szenario 6	139,137	139,058	139,058	139,058
Szenario 7	139,219	139,058	139,059	139,059
Szenario 8	139,320	139,075	139,074	139,074
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	140,728	139,527	139,523	139,527
Szenario 2	144,497	139,526	139,522	139,526
Szenario 3	150,962	139,507	139,584	139,507
Szenario 4	160,810	139,538	139,770	139,537
Szenario 5	139,618	139,540	139,540	139,540
Szenario 6	139,628	139,526	139,526	139,527
Szenario 7	139,755	139,570	139,568	139,568
Szenario 8	139,848	139,557	139,553	139,553

Tabelle B.23: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit (polytom) – dis-
proportionale Ziehung der endogenen Variablen

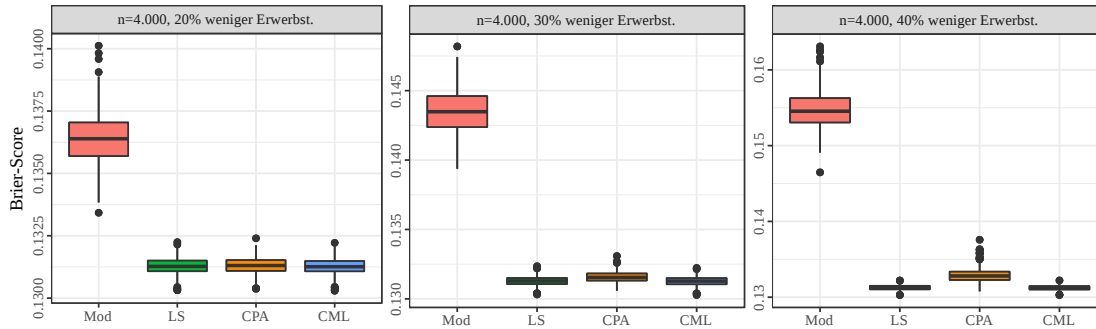
	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	51.788	32.632	32.809	32.632
Szenario 2	74.737	32.614	33.119	32.613
Szenario 3	98.292	32.607	33.464	32.606
Szenario 4	123.049	32.604	33.794	32.601
Szenario 5	32.953	32.879	32.879	32.879
Szenario 6	33.053	32.913	32.912	32.912
Szenario 7	33.227	32.950	32.947	32.948
Szenario 8	33.508	33.028	33.033	33.026
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	51.794	32.643	32.812	32.643
Szenario 2	74.724	32.628	33.121	32.627
Szenario 3	98.384	32.615	33.489	32.618
Szenario 4	122.987	32.617	33.801	32.616
Szenario 5	32.942	32.871	32.870	32.870
Szenario 6	33.032	32.877	32.878	32.874
Szenario 7	33.171	32.936	32.936	32.938
Szenario 8	33.431	32.994	32.989	32.991
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	50.951	32.428	32.588	32.428
Szenario 2	73.791	32.407	32.903	32.406
Szenario 3	97.073	32.402	33.223	32.395
Szenario 4	121.572	32.401	33.567	32.392
Szenario 5	32.707	32.634	32.633	32.633
Szenario 6	32.781	32.663	32.654	32.654
Szenario 7	32.920	32.668	32.662	32.663
Szenario 8	33.125	32.712	32.714	32.705
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	52.571	32.831	33.017	32.833
Szenario 2	75.704	32.818	33.331	32.817
Szenario 3	99.545	32.812	33.680	32.809
Szenario 4	124.578	32.799	34.036	32.797
Szenario 5	33.153	33.083	33.084	33.084
Szenario 6	33.265	33.109	33.106	33.108
Szenario 7	33.468	33.165	33.162	33.163
Szenario 8	33.753	33.212	33.213	33.215

Tabelle B.24: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit (polytom) – disproportionale Ziehung der endogenen Variablen

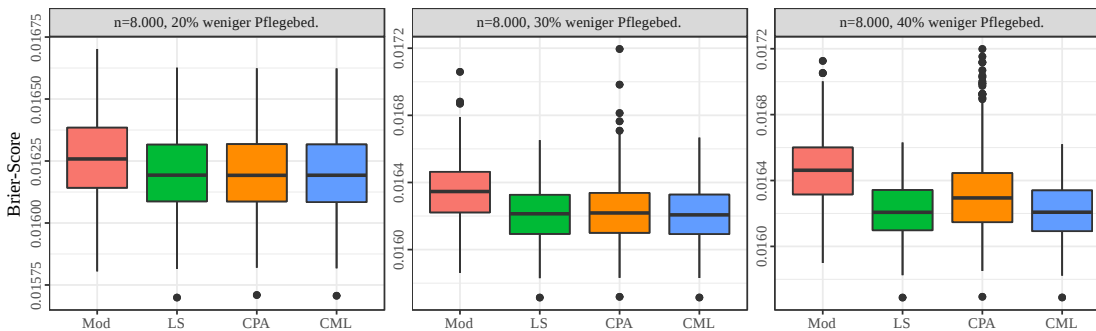
Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	26,363	16,765	16,828	16,765
Szenario 2	39,713	16,762	16,935	16,761
Szenario 3	54,076	16,760	17,045	16,760
Szenario 4	69,572	16,760	17,138	16,759
Szenario 5	16,816	16,801	16,801	16,801
Szenario 6	16,828	16,804	16,804	16,804
Szenario 7	16,855	16,811	16,810	16,811
Szenario 8	16,888	16,817	16,818	16,816
Median				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	26,363	16,775	16,837	16,775
Szenario 2	39,685	16,774	16,946	16,774
Szenario 3	54,055	16,773	17,056	16,772
Szenario 4	69,604	16,773	17,133	16,773
Szenario 5	16,815	16,801	16,802	16,802
Szenario 6	16,835	16,815	16,814	16,814
Szenario 7	16,856	16,821	16,820	16,821
Szenario 8	16,886	16,821	16,823	16,823
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	25,849	16,648	16,711	16,648
Szenario 2	39,115	16,651	16,825	16,651
Szenario 3	53,316	16,649	16,922	16,648
Szenario 4	68,581	16,647	17,024	16,645
Szenario 5	16,702	16,687	16,687	16,687
Szenario 6	16,708	16,685	16,685	16,685
Szenario 7	16,742	16,690	16,688	16,689
Szenario 8	16,770	16,698	16,701	16,698
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	26,824	16,873	16,942	16,873
Szenario 2	40,303	16,870	17,048	16,870
Szenario 3	54,891	16,870	17,166	16,867
Szenario 4	70,541	16,869	17,268	16,869
Szenario 5	16,928	16,916	16,917	16,917
Szenario 6	16,938	16,910	16,910	16,910
Szenario 7	16,968	16,926	16,926	16,927
Szenario 8	17,007	16,936	16,936	16,936

B. Ergänzende Simulationsergebnisse zur Anpassung von Wahrscheinlichkeiten

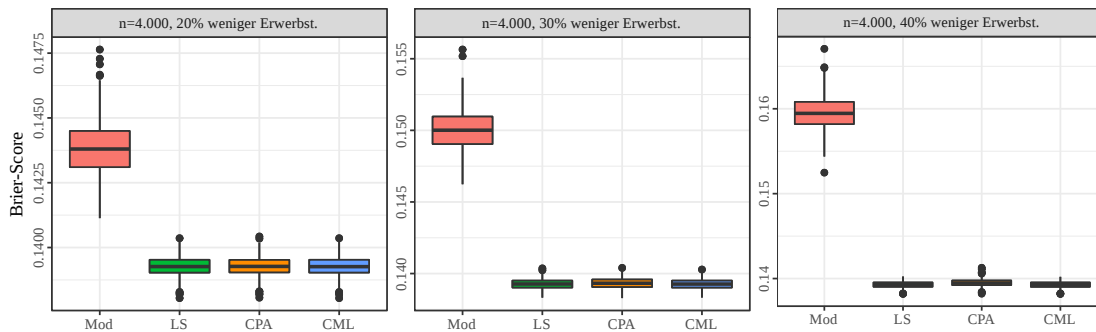
Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable



Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable

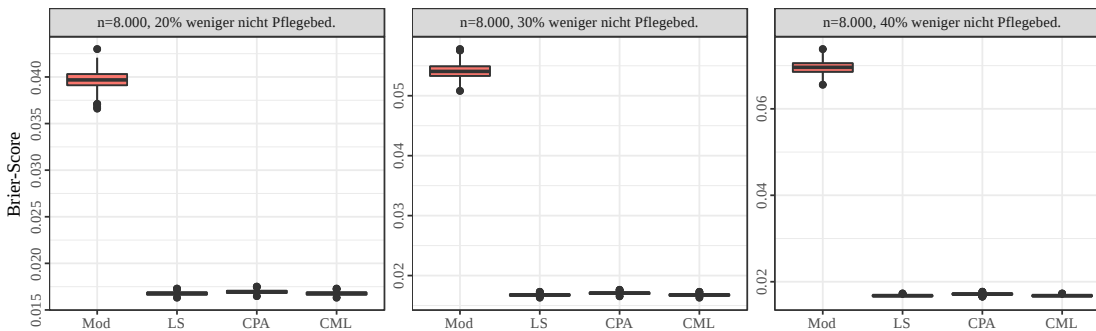


Abbildung B.3: Brier-Werte ($\times 1.000$) bei disproportionaler Ziehung der endogenen Variable

B.4 Geschätzte Benchmarkwerte

Tabelle B.25: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – geschätzte Benchmarkwerte

	Arithmetische Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.244	164.252	165.564	164.211	164.211	164.211
Szenario 2	164.244	164.237	165.516	164.202	164.202	164.202
Szenario 3	164.244	164.227	165.454	164.198	164.197	164.197
Szenario 4	164.244	164.225	165.365	164.195	164.195	164.195
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.206	164.213	164.820	164.183	164.183	164.183
Szenario 2	164.206	164.199	164.814	164.174	164.174	164.174
Szenario 3	164.206	164.193	164.754	164.170	164.170	164.170
Szenario 4	164.206	164.196	164.732	164.169	164.169	164.170
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.118	164.118	164.385	164.097	164.093	164.094
Szenario 2	164.118	164.108	164.363	164.086	164.086	164.085
Szenario 3	164.118	164.100	164.352	164.083	164.083	164.083
Szenario 4	164.118	164.094	164.383	164.081	164.080	164.080
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.333	164.348	166.043	164.289	164.289	164.291
Szenario 2	164.333	164.322	166.066	164.282	164.281	164.282
Szenario 3	164.333	164.312	165.942	164.277	164.276	164.275
Szenario 4	164.333	164.312	165.896	164.273	164.273	164.272

Tabelle B.26: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – geschätzte Benchmarkwerte

Arithmetische Mittel						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,632	131,619	131,633	131,604	131,603	131,603
Szenario 2	131,632	131,611	131,627	131,596	131,596	131,596
Szenario 3	131,632	131,606	131,624	131,592	131,591	131,591
Szenario 4	131,632	131,604	131,620	131,589	131,589	131,589
Median						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,599	131,593	131,605	131,576	131,577	131,577
Szenario 2	131,599	131,579	131,600	131,570	131,569	131,569
Szenario 3	131,599	131,579	131,597	131,565	131,565	131,565
Szenario 4	131,599	131,580	131,590	131,563	131,563	131,563
0,25-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,523	131,515	131,526	131,503	131,504	131,504
Szenario 2	131,523	131,506	131,519	131,497	131,497	131,497
Szenario 3	131,523	131,495	131,516	131,493	131,492	131,492
Szenario 4	131,523	131,496	131,517	131,491	131,491	131,491
0,75-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,709	131,695	131,698	131,671	131,673	131,673
Szenario 2	131,709	131,688	131,691	131,666	131,664	131,664
Szenario 3	131,709	131,683	131,691	131,659	131,660	131,660
Szenario 4	131,709	131,682	131,685	131,657	131,657	131,658

Tabelle B.27: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – geschätzte Benchmarkwerte

	Arithmetische Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.630	27.615	28.044	27.614	27.614	27.614
Szenario 2	27.630	27.612	27.968	27.611	27.611	27.611
Szenario 3	27.630	27.611	27.966	27.610	27.610	27.610
Szenario 4	27.630	27.610	27.952	27.609	27.609	27.609
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.622	27.607	27.740	27.605	27.605	27.605
Szenario 2	27.622	27.605	27.729	27.604	27.604	27.604
Szenario 3	27.622	27.602	27.715	27.602	27.602	27.602
Szenario 4	27.622	27.602	27.700	27.601	27.601	27.601
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.447	27.435	27.500	27.433	27.432	27.433
Szenario 2	27.447	27.434	27.527	27.433	27.432	27.432
Szenario 3	27.447	27.432	27.502	27.430	27.430	27.430
Szenario 4	27.447	27.430	27.497	27.430	27.430	27.430
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.815	27.802	28.011	27.803	27.801	27.801
Szenario 2	27.815	27.800	27.993	27.798	27.796	27.796
Szenario 3	27.815	27.799	27.973	27.798	27.797	27.797
Szenario 4	27.815	27.797	27.981	27.797	27.795	27.795

Tabelle B.28: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – geschätzte Benchmarkwerte

	Arithmetische Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,201	16,196	16,200	16,194	16,194	16,194
Szenario 2	16,201	16,194	16,200	16,193	16,193	16,193
Szenario 3	16,201	16,194	16,200	16,193	16,193	16,193
Szenario 4	16,201	16,193	16,200	16,192	16,192	16,192
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,195	16,188	16,194	16,189	16,187	16,188
Szenario 2	16,195	16,187	16,194	16,184	16,184	16,184
Szenario 3	16,195	16,186	16,194	16,183	16,183	16,183
Szenario 4	16,195	16,184	16,194	16,185	16,185	16,185
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,090	16,084	16,089	16,082	16,083	16,082
Szenario 2	16,090	16,084	16,088	16,084	16,083	16,083
Szenario 3	16,090	16,082	16,088	16,083	16,083	16,082
Szenario 4	16,090	16,081	16,088	16,081	16,082	16,082
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,314	16,306	16,312	16,304	16,304	16,305
Szenario 2	16,314	16,303	16,312	16,300	16,300	16,300
Szenario 3	16,314	16,303	16,312	16,302	16,303	16,303
Szenario 4	16,314	16,303	16,313	16,301	16,302	16,302

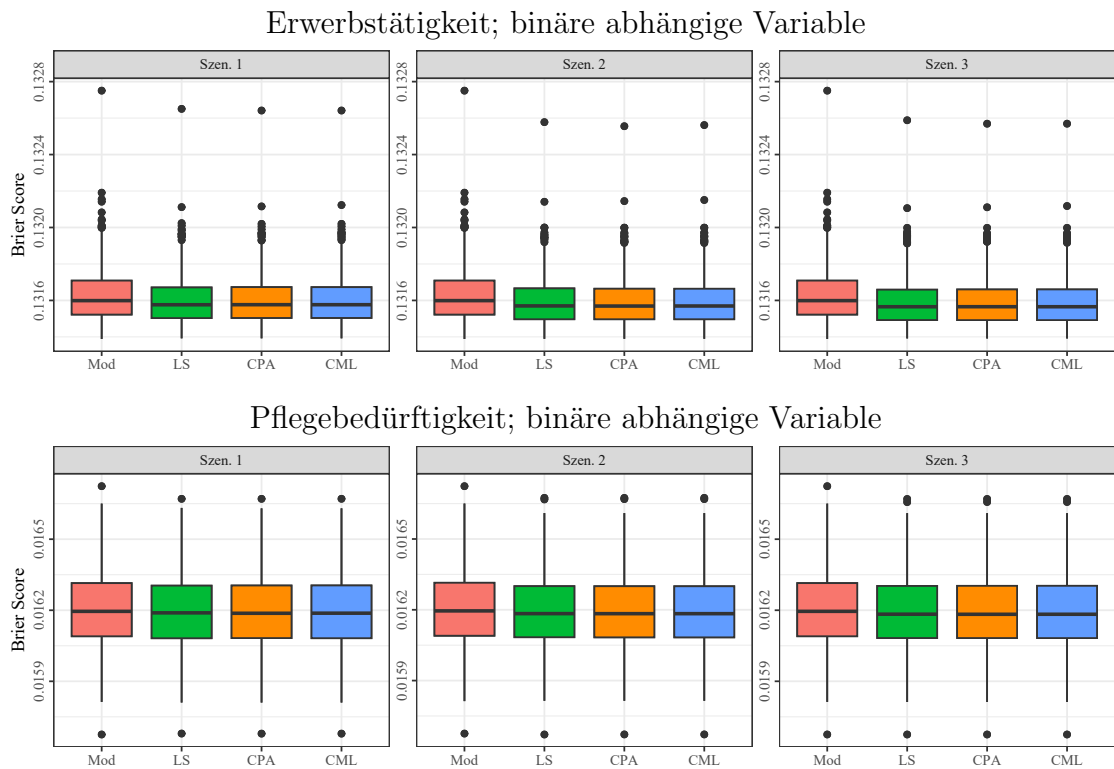


Abbildung B.4: Negative Log-Likelihood bei geschätzten Benchmarkwerten

B.5 Stichprobenbasierte Basispopulationen

Tabelle B.29: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	8.203	8.203	8.259	8.201	8.201	8.201
Szenario 2	16.404	16.403	16.514	16.399	16.399	16.399
Szenario 3	32.795	32.791	33.006	32.785	32.785	32.785
Szenario 4	65.640	65.632	66.061	65.619	65.619	65.619
Szenario 5	131.246	131.229	132.077	131.204	131.204	131.204
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	8.201	8.200	8.244	8.199	8.199	8.199
Szenario 2	16.398	16.396	16.479	16.393	16.393	16.393
Szenario 3	32.801	32.797	32.932	32.789	32.789	32.789
Szenario 4	65.637	65.626	65.891	65.619	65.618	65.617
Szenario 5	131.241	131.217	131.685	131.198	131.198	131.198
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	8.149	8.150	8.183	8.146	8.146	8.146
Szenario 2	16.327	16.328	16.387	16.323	16.323	16.323
Szenario 3	32.695	32.695	32.792	32.679	32.679	32.679
Szenario 4	65.497	65.489	65.656	65.482	65.481	65.482
Szenario 5	131.012	130.999	131.326	130.987	130.986	130.986
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	8.257	8.258	8.321	8.256	8.256	8.256
Szenario 2	16.481	16.482	16.592	16.480	16.481	16.480
Szenario 3	32.895	32.888	33.111	32.881	32.881	32.881
Szenario 4	65.783	65.767	66.199	65.754	65.754	65.754
Szenario 5	131.470	131.451	132.305	131.425	131.424	131.425

Tabelle B.30: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,341	131,316	131,330	131,298	131,298	131,298
Szenario 2	131,319	131,293	131,310	131,277	131,277	131,277
Szenario 3	131,251	131,223	131,240	131,207	131,207	131,207
Szenario 4	131,370	131,340	131,357	131,325	131,324	131,324
Szenario 5	131,331	131,302	131,318	131,286	131,286	131,286
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,383	131,341	131,340	131,329	131,328	131,331
Szenario 2	131,252	131,228	131,240	131,209	131,211	131,211
Szenario 3	131,284	131,254	131,286	131,243	131,242	131,241
Szenario 4	131,348	131,330	131,336	131,306	131,306	131,308
Szenario 5	131,338	131,302	131,317	131,290	131,290	131,291
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	130,396	130,372	130,379	130,341	130,339	130,338
Szenario 2	130,628	130,609	130,637	130,595	130,594	130,594
Szenario 3	130,783	130,767	130,768	130,753	130,752	130,752
Szenario 4	131,013	130,986	131,001	130,985	130,985	130,985
Szenario 5	131,076	131,050	131,060	131,030	131,031	131,030
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	132,372	132,362	132,362	132,348	132,348	132,348
Szenario 2	132,042	132,035	132,032	132,017	132,015	132,015
Szenario 3	131,732	131,701	131,698	131,670	131,667	131,667
Szenario 4	131,711	131,686	131,695	131,663	131,660	131,659
Szenario 5	131,602	131,563	131,576	131,543	131,541	131,542

Tabelle B.31: Negative Log-Likelihood-Werte – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit

	Arithmetisches Mittel			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.938	163.894	163.893	163.893
Szenario 2	163.938	163.889	163.889	163.889
Szenario 3	163.938	163.887	163.887	163.887
Szenario 4	163.938	163.886	163.886	163.886
Szenario 5	163.938	163.886	163.885	163.886
	Median			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.937	163.897	163.898	163.897
Szenario 2	163.937	163.891	163.892	163.892
Szenario 3	163.937	163.892	163.891	163.891
Szenario 4	163.937	163.890	163.890	163.889
Szenario 5	163.937	163.888	163.889	163.888
	0,25-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	163.685	163.656	163.656	163.656
Szenario 2	163.685	163.651	163.652	163.652
Szenario 3	163.685	163.650	163.651	163.651
Szenario 4	163.685	163.648	163.651	163.651
Szenario 5	163.685	163.648	163.650	163.650
	0,75-Quantil			
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	164.169	164.139	164.139	164.139
Szenario 2	164.169	164.124	164.127	164.125
Szenario 3	164.169	164.125	164.127	164.122
Szenario 4	164.169	164.124	164.126	164.122
Szenario 5	164.169	164.124	164.127	164.122

Tabelle B.32: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Erwerbstätigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,329	131,290	131,290	131,290
Szenario 2	131,329	131,287	131,286	131,287
Szenario 3	131,329	131,285	131,284	131,284
Szenario 4	131,329	131,284	131,284	131,284
Szenario 5	131,329	131,283	131,283	131,283
Median				
	Mod	LS	CML	Mod
Szenario 1	131,330	131,287	131,287	131,286
Szenario 2	131,330	131,285	131,284	131,284
Szenario 3	131,330	131,282	131,279	131,279
Szenario 4	131,330	131,281	131,279	131,279
Szenario 5	131,330	131,208	131,279	131,279
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,119	131,076	131,079	131,079
Szenario 2	131,119	131,075	131,075	131,075
Szenario 3	131,119	131,072	131,072	131,072
Szenario 4	131,119	131,069	131,073	131,073
Szenario 5	131,119	131,069	131,070	131,070
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	131,552	131,519	131,518	131,518
Szenario 2	131,552	131,516	131,515	131,516
Szenario 3	131,552	131,515	131,515	131,514
Szenario 4	131,552	131,512	131,514	131,514
Szenario 5	131,552	131,512	131,512	131,512

Tabelle B.33: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe

Arithmetisches Mittel						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	1.384	1.383	1.402	1.383	1.383	1.383
Szenario 2	2.763	2.761	2.796	2.761	2.761	2.761
Szenario 3	5.538	5.534	5.604	5.534	5.534	5.534
Szenario 4	11.064	11.056	11.195	11.056	11.056	11.056
Szenario 5	22.122	22.106	22.382	22.105	22.105	22.105
Median						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	1.386	1.384	1.397	1.384	1.384	1.384
Szenario 2	2.762	2.761	2.783	2.761	2.761	2.761
Szenario 3	5.536	5.534	5.567	5.534	5.534	5.534
Szenario 4	11.056	11.049	11.102	11.049	11.049	11.049
Szenario 5	22.123	22.110	22.201	22.107	22.106	22.106
0,25-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	1.348	1.346	1.351	1.346	1.346	1.346
Szenario 2	2.708	2.705	2.720	2.706	2.706	2.706
Szenario 3	5.452	5.450	5.474	5.449	5.449	5.449
Szenario 4	10.945	10.933	10.978	10.933	10.933	10.933
Szenario 5	21.950	21.941	22.002	21.940	21.938	21.938
0,75-Quantil						
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	1.424	1.424	1.446	1.424	1.424	1.424
Szenario 2	2.813	2.812	2.837	2.812	2.812	2.812
Szenario 3	5.627	5.621	5.680	5.621	5.621	5.621
Szenario 4	11.180	11.172	11.271	11.171	11.171	11.171
Szenario 5	22.286	22.264	22.429	22.264	22.263	22.263

Tabelle B.34: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Stichprobe

	Arithmetisches Mittel					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,219	16,212	16,217	16,211	16,211	16,211
Szenario 2	16,195	16,187	16,194	16,187	16,187	16,187
Szenario 3	16,225	16,217	16,224	16,216	16,216	16,216
Szenario 4	16,206	16,199	16,205	16,198	16,198	16,198
Szenario 5	16,202	16,194	16,201	16,194	16,193	16,194
	Median					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,241	16,233	16,238	16,233	16,233	16,233
Szenario 2	16,213	16,204	16,213	16,206	16,206	16,206
Szenario 3	16,241	16,234	16,240	16,231	16,230	16,230
Szenario 4	16,201	16,197	16,200	16,196	16,196	16,196
Szenario 5	16,206	16,201	16,206	16,203	16,202	16,202
	0,25-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	15,712	15,703	15,708	15,692	15,693	15,693
Szenario 2	15,862	15,857	15,861	15,860	15,860	15,860
Szenario 3	15,964	15,961	15,962	15,961	15,961	15,961
Szenario 4	16,024	16,015	16,021	16,013	16,012	16,012
Szenario 5	16,072	16,061	16,072	16,062	16,062	16,062
	0,75-Quantil					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,724	16,716	16,721	16,714	16,714	16,714
Szenario 2	16,524	16,510	16,518	16,511	16,512	16,512
Szenario 3	16,493	16,487	16,493	16,488	16,486	16,486
Szenario 4	16,393	16,385	16,393	16,385	16,385	16,385
Szenario 5	16,332	16,316	16,328	16,316	16,316	16,316

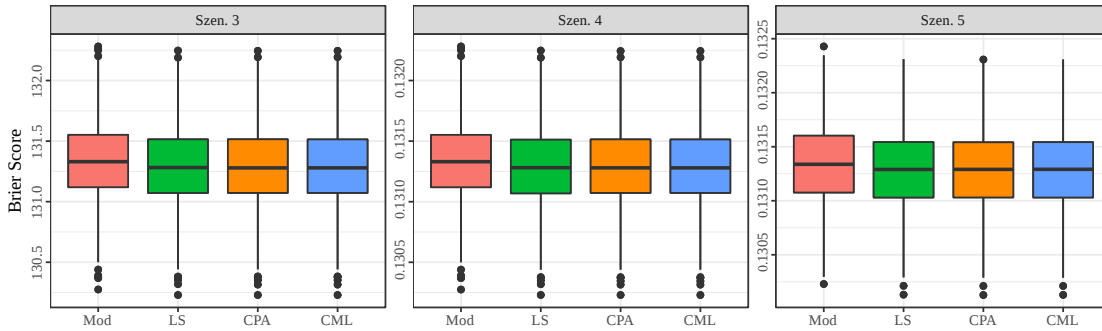
Tabelle B.35: Negative Log-Likelihood-Werte – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.630	27.610	27.610	27.610
Szenario 2	27.630	27.609	27.609	27.609
Szenario 3	27.630	27.609	27.609	27.609
Szenario 4	27.630	27.609	27.609	27.609
Szenario 5	27.630	27.609	27.609	27.609
Median				
	Mod	LS	CML	Mod
Szenario 1	27.622	27.604	27.604	27.604
Szenario 2	27.622	27.602	27.600	27.600
Szenario 3	27.622	27.601	27.600	27.601
Szenario 4	27.622	27.601	27.601	27.601
Szenario 5	27.622	27.601	27.600	27.601
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.447	27.431	27.431	27.431
Szenario 2	27.447	27.430	27.430	27.430
Szenario 3	27.447	27.430	27.430	27.430
Szenario 4	27.447	27.430	27.430	27.430
Szenario 5	27.447	27.430	27.430	27.430
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	27.815	27.798	27.797	27.797
Szenario 2	27.815	27.797	27.796	27.796
Szenario 3	27.815	27.797	27.795	27.795
Szenario 4	27.815	27.797	27.795	27.795
Szenario 5	27.815	27.797	27.795	27.795

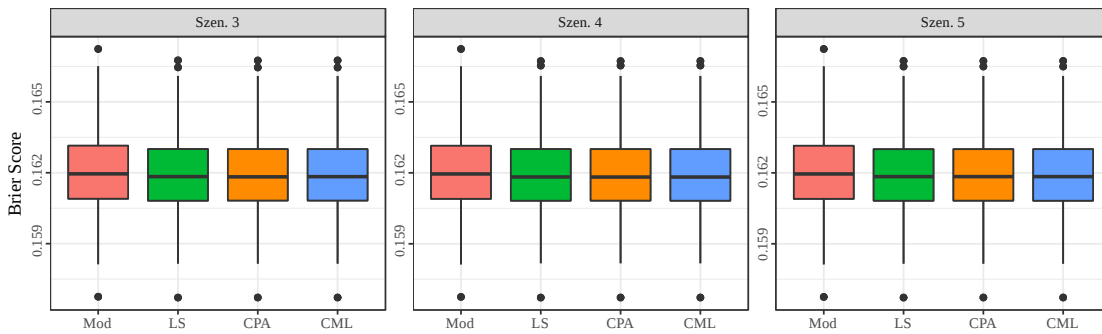
Tabelle B.36: Brier-Werte ($\times 1.000$) – Pflegebedürftigkeit – stichprobenbasierte Basispopulation – Evaluation auf der Grundgesamtheit

Arithmetisches Mittel				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,201	16,193	16,193	16,193
Szenario 2	16,201	16,192	16,192	16,192
Szenario 3	16,201	16,192	16,192	16,192
Szenario 4	16,201	16,192	16,192	16,192
Szenario 5	16,201	16,192	16,192	16,192
Median				
	Mod	LS	CML	Mod
Szenario 1	16,195	16,185	16,185	16,185
Szenario 2	16,195	16,184	16,182	16,182
Szenario 3	16,195	16,184	16,183	16,183
Szenario 4	16,195	16,183	16,182	16,182
Szenario 5	16,195	16,184	16,184	16,184
0,25-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,09	16,082	16,083	16,083
Szenario 2	16,09	16,084	16,083	16,083
Szenario 3	16,09	16,082	16,082	16,082
Szenario 4	16,09	16,082	16,083	16,082
Szenario 5	16,09	16,082	16,083	16,082
0,75-Quantil				
	Mod	LS	CPA	CML
Szenario 1	16,314	16,302	16,303	16,303
Szenario 2	16,314	16,301	16,302	16,302
Szenario 3	16,314	16,300	16,300	16,300
Szenario 4	16,314	16,300	16,300	16,300
Szenario 5	16,314	16,300	16,300	16,300

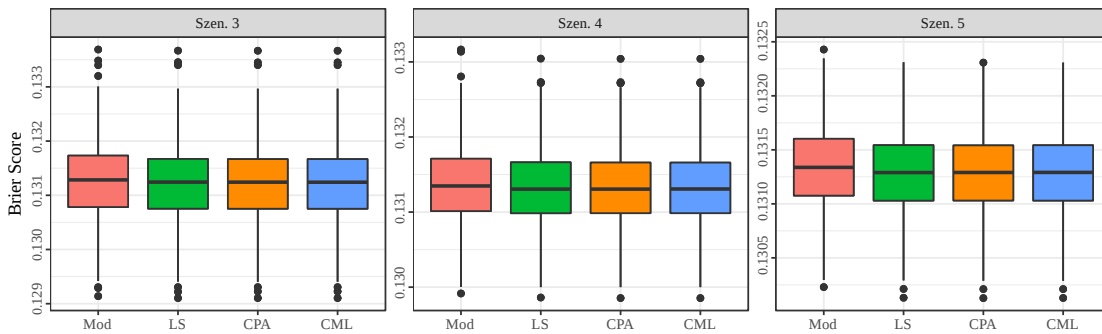
Erwerbstätigkeit – Evaluation auf der Stichprobe



Pflegebedürftigkeit – Evaluation auf der Stichprobe



Erwerbstätigkeit – Evaluation auf der Grundgesamtheit



Pflegebedürftigkeit – Evaluation auf der Grundgesamtheit

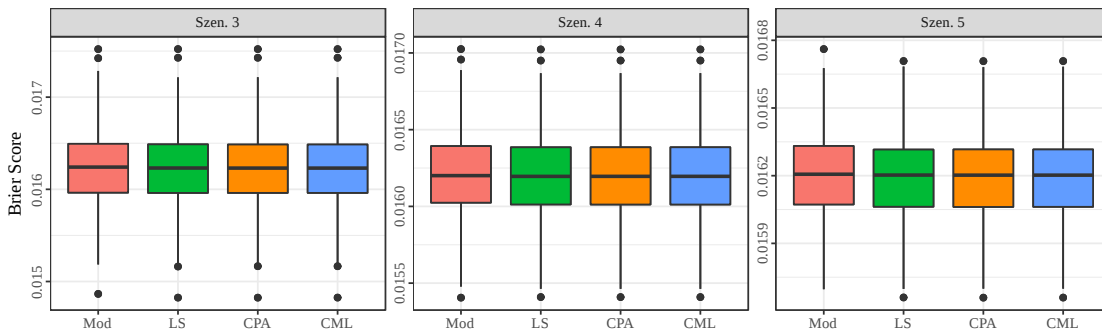


Abbildung B.5: Brier-Werte bei stichprobenbasierten Basispopulationen

B.6 Regionalisierung

Tabelle B.37: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.913,107	5.914,816	5.909,480	5.909,860	5.909,615	5.909,623
Hamburg	3.275,862	3.275,794	3.429,677	3.273,687	3.274,019	3.274,017
Niedersachsen	15.820,679	15.816,209	15.821,051	15.815,928	15.815,918	15.815,917
Bremen	1.345,758	1.337,302	1.589,528	1.336,656	1.335,037	1.335,137
Nordrhein-Westfalen	34.018,602	33.994,183	35.986,191	33.941,817	33.927,548	33.926,698
Hessen	12.465,551	12.464,919	12.723,956	12.463,940	12.463,852	12.463,855
Rheinland-Pfalz	8.049,927	8.049,721	8.033,140	8.044,337	8.044,049	8.044,057
Baden-Württemberg	21.063,340	21.235,903	21.136,529	20.914,380	20.915,302	20.917,217
Bayern	26.403,183	26.730,497	26.487,894	26.187,291	26.185,080	26.188,635
Saarland	2.117,306	2.114,176	2.237,587	2.115,327	2.114,706	2.114,719
Berlin	7.378,018	7.258,979	8.314,228	7.220,327	7.249,244	7.242,892
Brandenburg	5.170,533	5.178,321	5.209,114	5.160,950	5.165,878	5.165,695
Mecklenburg-Vorp.	3.292,225	3.268,097	3.445,251	3.255,170	3.255,451	3.254,813
Sachsen	8.067,339	8.077,564	8.187,766	8.021,388	8.028,407	8.027,061
Sachsen-Anhalt	4.805,441	4.804,257	4.857,802	4.763,567	4.767,864	4.766,398
Thüringen	4.524,698	4.532,144	4.602,587	4.519,917	4.519,194	4.519,138
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.912,520	5.913,842	5.907,786	5.909,404	5.909,192	5.909,214
Hamburg	3.275,706	3.275,630	3.433,483	3.273,637	3.273,931	3.273,931
Niedersachsen	15.819,009	15.814,420	15.813,243	15.814,632	15.814,634	15.814,634
Bremen	1.345,547	1.337,132	1.591,121	1.336,589	1.334,956	1.335,060
Nordrhein-Westfalen	34.015,504	33.993,178	36.004,512	33.939,047	33.925,633	33.924,432
Hessen	12.464,698	12.464,076	12.711,432	12.462,892	12.462,808	12.462,808
Rheinland-Pfalz	8.049,022	8.048,761	8.031,287	8.043,644	8.043,394	8.043,400
Baden-Württemberg	21.059,439	21.110,456	21.135,650	20.911,789	20.912,919	20.914,794
Bayern	26.400,253	26.663,476	26.487,874	26.182,378	26.182,239	26.184,584
Saarland	2.117,219	2.114,027	2.237,945	2.115,222	2.114,633	2.114,633
Berlin	7.377,952	7.259,203	8.315,169	7.219,720	7.248,486	7.242,306
Brandenburg	5.169,799	5.177,941	5.211,095	5.160,101	5.165,189	5.165,039
Mecklenburg-Vorp.	3.292,180	3.268,059	3.462,214	3.255,156	3.255,358	3.254,697
Sachsen	8.066,839	8.077,007	8.176,492	8.020,377	8.027,640	8.025,978
Sachsen-Anhalt	4.805,514	4.804,095	4.856,336	4.763,000	4.767,272	4.765,671
Thüringen	4.524,273	4.531,773	4.615,873	4.519,781	4.518,793	4.518,758

Tabelle B.38: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.910,471	5.911,125	5.904,301	5.907,841	5.907,605	5.907,626
Hamburg	3.273,091	3.273,003	3.419,281	3.271,087	3.271,392	3.271,394
Niedersachsen	15.814,733	15.810,442	15.801,188	15.810,942	15.810,863	15.810,863
Bremen	1.343,661	1.335,979	1.587,984	1.335,078	1.333,494	1.333,633
Nordrhein-Westfalen	33.989,207	33.967,882	35.813,135	33.921,975	33.910,709	33.910,279
Hessen	12.461,013	12.460,955	12.511,261	12.459,804	12.459,780	12.459,780
Rheinland-Pfalz	8.045,515	8.043,730	8.024,826	8.040,821	8.040,510	8.040,510
Baden-Württemberg	21.035,407	21.055,132	21.099,429	20.898,405	20.899,861	20.900,982
Bayern	26.366,912	26.402,002	26.438,726	26.164,112	26.162,106	26.164,478
Saarland	2.115,531	2.112,835	2.235,516	2.113,843	2.113,229	2.113,247
Berlin	7.363,881	7.251,114	8.292,277	7.213,002	7.239,558	7.233,461
Brandenburg	5.163,621	5.170,198	5.195,314	5.154,070	5.159,077	5.158,862
Mecklenburg-Vorp.	3.287,132	3.263,921	3.415,333	3.251,673	3.252,127	3.251,157
Sachsen	8.056,845	8.065,104	8.169,088	8.012,668	8.019,187	8.018,145
Sachsen-Anhalt	4.797,507	4.795,382	4.848,874	4.757,509	4.761,603	4.760,507
Thüringen	4.518,793	4.525,020	4.569,039	4.514,478	4.513,615	4.513,615
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.915,313	5.917,645	5.913,601	5.911,501	5.911,176	5.911,176
Hamburg	3.278,395	3.278,255	3.445,714	3.275,914	3.276,240	3.276,225
Niedersachsen	15.825,173	15.820,550	15.827,440	15.819,697	15.819,887	15.819,887
Bremen	1.347,602	1.338,462	1.593,891	1.338,105	1.336,372	1.336,469
Nordrhein-Westfalen	34.046,900	34.018,094	36.141,064	33.957,397	33.940,060	33.938,760
Hessen	12.468,872	12.468,008	12.886,118	12.466,780	12.466,627	12.466,627
Rheinland-Pfalz	8.053,364	8.054,152	8.039,365	8.047,071	8.046,771	8.046,771
Baden-Württemberg	21.089,389	21.430,132	21.170,779	20.926,425	20.927,444	20.929,505
Bayern	26.438,440	27.019,874	26.528,985	26.207,398	26.203,877	26.209,262
Saarland	2.118,907	2.115,434	2.240,521	2.116,859	2.116,097	2.116,097
Berlin	7.392,622	7.266,228	8.331,177	7.227,088	7.258,079	7.251,325
Brandenburg	5.176,871	5.186,063	5.219,327	5.167,234	5.172,225	5.171,762
Mecklenburg-Vorp.	3.297,472	3.272,245	3.468,971	3.258,525	3.258,890	3.258,016
Sachsen	8.077,410	8.089,468	8.189,542	8.028,941	8.036,078	8.034,572
Sachsen-Anhalt	4.813,125	4.812,889	4.861,344	4.769,650	4.773,889	4.772,385
Thüringen	4.529,784	4.538,675	4.633,695	4.525,111	4.524,337	4.524,302

Tabelle B.39: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.916,217	5.918,053	5.916,552	5.912,438	5.912,196	5.912,206
Hamburg	3.277,981	3.277,541	3.430,553	3.275,526	3.275,808	3.275,801
Niedersachsen	15.828,165	15.823,468	15.859,781	15.821,997	15.822,008	15.822,007
Bremen	1.346,734	1.338,020	1.592,429	1.337,539	1.335,824	1.335,945
Nordrhein-Westfalen	34.038,250	34.008,575	36.025,643	33.958,246	33.942,995	33.942,270
Hessen	12.471,794	12.470,408	12.747,723	12.469,135	12.469,025	12.469,035
Rheinland-Pfalz	8.053,926	8.053,843	8.042,060	8.047,614	8.047,313	8.047,325
Baden-Württemberg	21.074,503	21.292,191	21.143,470	20.923,055	20.924,091	20.924,983
Bayern	26.415,298	26.787,044	26.494,258	26.196,397	26.194,277	26.196,920
Saarland	2.118,623	2.115,261	2.237,985	2.116,457	2.115,811	2.115,843
Berlin	7.382,564	7.261,795	8.320,326	7.225,152	7.254,797	7.248,634
Brandenburg	5.172,873	5.179,752	5.214,282	5.162,972	5.168,026	5.167,687
Mecklenburg-Vorp.	3.293,603	3.268,532	3.442,759	3.256,388	3.256,937	3.256,347
Sachsen	8.070,728	8.079,097	8.198,419	8.024,509	8.032,674	8.030,306
Sachsen-Anhalt	4.807,087	4.804,666	4.870,913	4.764,982	4.769,479	4.768,027
Thüringen	4.526,302	4.533,029	4.600,434	4.521,225	4.520,677	4.520,527
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.915,791	5.917,100	5.911,592	5.911,556	5.911,386	5.911,395
Hamburg	3.277,363	3.276,975	3.434,153	3.275,026	3.275,205	3.275,205
Niedersachsen	15.826,339	15.821,654	15.828,979	15.820,162	15.820,198	15.820,198
Bremen	1.346,427	1.337,885	1.591,898	1.337,476	1.335,719	1.335,749
Nordrhein-Westfalen	34.031,416	34.004,716	36.020,482	33.952,996	33.939,086	33.937,921
Hessen	12.470,053	12.469,084	12.708,807	12.467,557	12.467,402	12.467,427
Rheinland-Pfalz	8.053,066	8.052,128	8.035,809	8.046,422	8.045,935	8.045,964
Baden-Württemberg	21.072,520	21.135,140	21.142,858	20.919,951	20.920,849	20.921,445
Bayern	26.412,725	26.680,640	26.492,441	26.191,888	26.190,026	26.192,460
Saarland	2.118,201	2.114,824	2.238,807	2.116,002	2.115,287	2.115,340
Berlin	7.381,533	7.262,086	8.319,125	7.223,630	7.252,450	7.246,562
Brandenburg	5.173,111	5.179,514	5.211,681	5.163,036	5.167,386	5.166,993
Mecklenburg-Vorp.	3.292,592	3.268,388	3.459,965	3.255,885	3.256,669	3.256,103
Sachsen	8.070,601	8.077,895	8.181,634	8.023,324	8.031,918	8.028,998
Sachsen-Anhalt	4.806,659	4.804,041	4.858,485	4.764,656	4.769,135	4.767,612
Thüringen	4.525,655	4.532,012	4.601,935	4.520,370	4.520,358	4.520,033

Tabelle B.40: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.912,111	5.912,381	5.906,137	5.909,118	5.908,852	5.908,875
Hamburg	3.273,742	3.273,533	3.402,368	3.271,779	3.271,802	3.271,802
Niedersachsen	15.819,581	15.813,858	15.810,234	15.814,182	15.814,227	15.814,227
Bremen	1.343,223	1.336,110	1.575,955	1.335,092	1.333,730	1.333,847
Nordrhein-Westfalen	33.993,668	33.970,210	35.626,109	33.928,633	33.916,875	33.916,104
Hessen	12.464,763	12.464,298	12.464,159	12.462,717	12.462,660	12.462,660
Rheinland-Pfalz	8.047,170	8.045,150	8.026,972	8.042,358	8.042,316	8.042,280
Baden-Württemberg	21.035,309	21.048,486	21.095,614	20.899,222	20.900,289	20.900,582
Bayern	26.362,091	26.382,327	26.424,744	26.163,193	26.161,442	26.162,580
Saarland	2.115,544	2.112,895	2.234,586	2.113,869	2.113,295	2.113,308
Berlin	7.360,372	7.249,636	8.276,642	7.213,787	7.239,238	7.233,491
Brandenburg	5.161,996	5.168,199	5.192,385	5.152,595	5.157,473	5.156,764
Mecklenburg-Vorp.	3.284,897	3.262,112	3.408,245	3.251,407	3.251,805	3.251,214
Sachsen	8.053,587	8.060,494	8.165,070	8.011,881	8.020,157	8.017,499
Sachsen-Anhalt	4.794,849	4.792,094	4.848,154	4.755,758	4.760,197	4.758,669
Thüringen	4.517,817	4.522,877	4.564,484	4.513,410	4.513,122	4.512,851
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.919,642	5.922,397	5.919,607	5.915,024	5.914,902	5.914,928
Hamburg	3.281,827	3.281,173	3.456,305	3.278,843	3.279,377	3.279,377
Niedersachsen	15.834,715	15.829,887	15.855,942	15.827,998	15.827,883	15.827,883
Bremen	1.349,784	1.339,663	1.596,879	1.339,583	1.337,623	1.337,841
Nordrhein-Westfalen	34.077,333	34.039,192	36.378,955	33.980,728	33.961,948	33.960,954
Hessen	12.476,623	12.474,916	12.974,397	12.473,946	12.473,558	12.473,560
Rheinland-Pfalz	8.059,197	8.060,580	8.046,889	8.051,761	8.051,466	8.051,466
Baden-Württemberg	21.107,412	21.531,037	21.188,495	20.941,187	20.942,417	20.944,525
Bayern	26.464,045	27.128,559	26.560,057	26.224,466	26.221,817	26.222,705
Saarland	2.121,504	2.117,508	2.245,345	2.118,932	2.118,065	2.118,077
Berlin	7.404,008	7.272,704	8.351,053	7.234,796	7.268,730	7.261,554
Brandenburg	5.183,135	5.191,388	5.227,881	5.171,573	5.178,132	5.177,619
Mecklenburg-Vorp.	3.301,046	3.274,749	3.471,959	3.261,023	3.261,435	3.260,958
Sachsen	8.086,666	8.097,015	8.234,455	8.037,211	8.045,756	8.042,696
Sachsen-Anhalt	4.818,413	4.816,479	4.871,440	4.772,321	4.777,493	4.776,153
Thüringen	4.534,873	4.542,335	4.638,217	4.528,934	4.528,368	4.528,278

Tabelle B.41: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.921,386	5.923,513	5.936,725	5.916,699	5.916,396	5.916,433
Hamburg	3.280,748	3.279,874	3.426,451	3.277,692	3.277,931	3.277,922
Niedersachsen	15.843,963	15.839,174	15.921,967	15.835,203	15.835,076	15.835,074
Bremen	1.348,000	1.338,951	1.595,767	1.338,527	1.336,725	1.336,925
Nordrhein-Westfalen	34.069,747	34.035,083	36.033,289	33.983,752	33.969,239	33.968,441
Hessen	12.484,172	12.481,772	12.801,490	12.479,411	12.479,266	12.479,278
Rheinland-Pfalz	8.061,409	8.061,817	8.069,428	8.053,823	8.053,319	8.053,358
Baden-Württemberg	21.095,053	21.395,119	21.162,958	20.941,449	20.942,764	20.942,668
Bayern	26.438,362	26.889,162	26.516,799	26.216,390	26.214,137	26.216,830
Saarland	2.119,915	2.116,381	2.234,297	2.117,417	2.116,776	2.116,812
Berlin	7.389,830	7.266,294	8.325,779	7.229,781	7.258,570	7.252,223
Brandenburg	5.178,336	5.184,698	5.221,818	5.167,385	5.172,787	5.172,105
Mecklenburg-Vorp.	3.296,286	3.270,831	3.438,575	3.258,400	3.258,961	3.258,599
Sachsen	8.079,322	8.086,593	8.204,917	8.031,074	8.040,013	8.036,661
Sachsen-Anhalt	4.812,218	4.809,196	4.885,712	4.769,126	4.774,049	4.772,200
Thüringen	4.531,306	4.537,652	4.604,940	4.525,267	4.524,857	4.524,497
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.919,525	5.920,593	5.920,045	5.915,283	5.914,961	5.914,961
Hamburg	3.279,361	3.278,543	3.435,350	3.276,605	3.276,940	3.276,912
Niedersachsen	15.839,853	15.835,688	15.853,924	15.831,662	15.831,149	15.831,149
Bremen	1.347,399	1.338,623	1.591,985	1.338,284	1.336,399	1.336,624
Nordrhein-Westfalen	34.051,318	34.021,360	36.010,554	33.971,763	33.960,446	33.959,429
Hessen	12.480,972	12.479,089	12.727,332	12.476,898	12.476,747	12.476,779
Rheinland-Pfalz	8.059,496	8.058,226	8.047,034	8.052,428	8.051,807	8.051,807
Baden-Württemberg	21.087,611	21.172,841	21.158,617	20.935,613	20.936,729	20.936,742
Bayern	26.431,637	26.622,204	26.519,941	26.207,222	26.202,773	26.208,065
Saarland	2.119,032	2.115,782	2.239,149	2.116,690	2.116,066	2.116,088
Berlin	7.386,897	7.264,077	8.318,820	7.226,467	7.255,354	7.249,142
Brandenburg	5.175,461	5.181,392	5.215,132	5.165,758	5.170,269	5.169,421
Mecklenburg-Vorp.	3.295,779	3.269,927	3.454,945	3.257,509	3.258,255	3.258,057
Sachsen	8.076,852	8.083,808	8.186,045	8.028,508	8.036,286	8.032,586
Sachsen-Anhalt	4.810,499	4.806,732	4.862,192	4.767,904	4.772,432	4.770,849
Thüringen	4.529,066	4.535,155	4.613,539	4.523,888	4.523,601	4.523,294

Tabelle B.42: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.914,773	5.914,223	5.910,732	5.911,371	5.911,064	5.911,131
Hamburg	3.274,056	3.273,391	3.391,154	3.271,948	3.271,998	3.271,998
Niedersachsen	15.827,741	15.821,767	15.823,218	15.821,395	15.821,270	15.821,270
Bremen	1.343,032	1.336,279	1.574,226	1.335,177	1.333,710	1.333,824
Nordrhein-Westfalen	34.001,055	33.976,235	35.521,314	33.936,999	33.927,148	33.926,955
Hessen	12.471,649	12.470,089	12.480,252	12.468,254	12.468,442	12.468,442
Rheinland-Pfalz	8.050,751	8.047,815	8.032,838	8.044,800	8.044,671	8.044,671
Baden-Württemberg	21.039,238	21.045,072	21.090,137	20.907,690	20.907,656	20.909,343
Bayern	26.355,031	26.376,393	26.410,589	26.164,506	26.168,335	26.167,860
Saarland	2.115,643	2.113,042	2.226,068	2.113,589	2.112,832	2.112,887
Berlin	7.359,361	7.248,398	8.230,658	7.212,507	7.237,566	7.230,887
Brandenburg	5.163,418	5.168,007	5.192,919	5.151,563	5.157,800	5.156,758
Mecklenburg-Vorp.	3.284,502	3.262,602	3.396,386	3.251,404	3.251,367	3.251,196
Sachsen	8.057,085	8.059,387	8.163,223	8.011,900	8.020,594	8.017,379
Sachsen-Anhalt	4.795,790	4.791,369	4.849,385	4.756,080	4.760,882	4.759,338
Thüringen	4.519,540	4.523,868	4.562,861	4.513,310	4.513,234	4.512,925
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.926,993	5.929,159	5.935,194	5.921,300	5.921,000	5.921,033
Hamburg	3.285,936	3.285,066	3.467,905	3.282,248	3.282,351	3.282,351
Niedersachsen	15.858,685	15.852,421	15.919,775	15.846,945	15.846,760	15.846,760
Bremen	1.351,977	1.341,774	1.602,662	1.341,454	1.339,349	1.339,716
Nordrhein-Westfalen	34.135,135	34.085,909	36.545,851	34.021,858	34.003,074	34.002,653
Hessen	12.493,981	12.491,539	13.047,343	12.488,391	12.488,193	12.488,193
Rheinland-Pfalz	8.070,507	8.071,433	8.069,859	8.060,140	8.059,645	8.059,668
Baden-Württemberg	21.143,741	21.695,413	21.228,977	20.966,593	20.969,531	20.969,304
Bayern	26.506,975	27.299,451	26.612,945	26.256,331	26.255,750	26.258,953
Saarland	2.123,404	2.118,901	2.252,023	2.120,294	2.119,712	2.119,793
Berlin	7.416,612	7.281,269	8.417,095	7.244,448	7.275,567	7.268,878
Brandenburg	5.190,993	5.198,908	5.240,781	5.179,650	5.185,120	5.184,399
Mecklenburg-Vorp.	3.307,065	3.279,589	3.474,289	3.265,188	3.265,491	3.265,208
Sachsen	8.100,844	8.112,545	8.250,227	8.045,615	8.056,325	8.052,650
Sachsen-Anhalt	4.827,427	4.825,974	4.890,250	4.779,581	4.784,590	4.783,030
Thüringen	4.543,674	4.552,295	4.644,748	4.535,203	4.534,498	4.533,840

Tabelle B.43: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.932,880	5.936,363	5.969,861	5.926,010	5.925,593	5.925,680
Hamburg	3.286,739	3.284,940	3.426,922	3.282,792	3.283,039	3.283,015
Niedersachsen	15.872,495	15.867,614	16.015,990	15.857,966	15.857,842	15.857,811
Bremen	1.349,790	1.340,326	1.596,483	1.340,080	1.338,132	1.338,349
Nordrhein-Westfalen	34.130,357	34.083,587	36.045,345	34.035,217	34.019,536	34.018,876
Hessen	12.506,046	12.501,789	12.863,486	12.497,360	12.497,143	12.497,169
Rheinland-Pfalz	80.77,012	8.079,712	8.112,526	8.066,363	8.065,570	8.065,648
Baden-Württemberg	21.135,448	21.554,149	21.196,123	20.970,133	20.968,311	20.969,364
Bayern	26.495,990	27.084,733	26.563,336	26.259,740	26.252,899	26.257,927
Saarland	2.124,626	2.120,575	2.236,836	2.121,472	2.120,707	2.120,766
Berlin	7.399,787	7.273,108	8.323,060	7.239,982	7.268,821	7.262,432
Brandenburg	5.186,571	5.190,980	5.234,439	5.173,885	5.179,297	5.178,346
Mecklenburg-Vorp.	3.302,545	3.275,249	3.438,954	3.263,910	3.264,179	3.263,848
Sachsen	8.091,541	8.095,203	8.219,865	8.041,324	8.050,163	8.046,655
Sachsen-Anhalt	4.819,866	4.814,373	4.905,486	4.775,327	4.780,156	4.777,729
Thüringen	4.538,794	4.543,596	4.614,325	4.531,204	4.530,907	4.530,366
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.929,858	5.929,789	5.937,864	5.922,440	5.922,209	5.922,330
Hamburg	3.285,312	3.283,690	3.437,913	3.281,392	3.281,417	3.281,481
Niedersachsen	15.867,872	15.860,913	15.915,766	15.851,781	15.851,377	15.851,377
Bremen	1.349,112	1.339,862	1.592,830	1.338,996	1.337,011	1.337,212
Nordrhein-Westfalen	34.107,021	34.070,734	36.059,563	34.022,005	34.010,664	34.010,170
Hessen	12.500,210	12.494,916	12.725,024	12.491,276	12.491,446	12.491,490
Rheinland-Pfalz	8.073,342	8.071,686	8.074,880	8.062,042	8.061,239	8.061,239
Baden-Württemberg	21.123,549	21.274,199	21.183,816	20.957,407	20.959,217	20.958,497
Bayern	26.481,032	26.793,511	26.550,423	26.243,133	26.234,455	26.239,396
Saarland	2.122,908	2.119,765	2.242,903	2.119,970	2.119,211	2.119,236
Berlin	7.397,474	7.270,226	8.328,987	7.235,539	7.263,968	7.257,435
Brandenburg	5.184,842	5.188,411	5.226,698	5.172,398	5.176,862	5.176,833
Mecklenburg-Vorp.	3.301,858	3.275,026	3.455,580	3.262,264	3.262,762	3.261,788
Sachsen	8.085,725	8.092,080	8.200,462	8.037,542	8.048,132	8.044,330
Sachsen-Anhalt	4.817,933	4.810,716	4.873,743	4.773,255	4.777,979	4.775,776
Thüringen	4.536,997	4.541,487	4.618,253	4.528,726	4.529,059	4.527,936

Tabelle B.44: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte– regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.920,469	5.920,077	5.919,675	5.916,673	5.915,880	5.916,009
Hamburg	3.276,751	3.275,936	3.361,352	3.273,645	3.273,801	3.273,801
Niedersachsen	15.843,992	15.838,575	15.856,629	15.832,545	15.832,592	15.832,467
Bremen	1.342,868	1.336,314	1.569,691	1.335,570	1.333,962	1.334,158
Nordrhein-Westfalen	34.028,677	33.996,066	35.254,419	33.962,073	33.951,936	33.951,210
Hessen	12.484,751	12.481,688	12.500,365	12.477,895	12.477,844	12.477,838
Rheinland-Pfalz	8.059,047	8.055,261	8.047,009	8.051,372	8.051,171	8.051,209
Baden-Württemberg	21.044,960	21.047,275	21.085,758	20.916,832	20.917,158	20.918,373
Bayern	26.372,273	26.371,328	26.413,187	26.190,347	26.183,887	26.188,045
Saarland	2.117,707	2.115,085	2.190,908	2.115,530	2.114,957	2.114,974
Berlin	7.353,023	7.248,681	8.183,022	7.216,001	7.238,477	7.232,367
Brandenburg	5.165,497	5.168,912	5.197,959	5.155,098	5.159,402	5.159,285
Mecklenburg-Vorp.	3.284,868	3.261,942	3.391,328	3.252,472	3.253,573	3.252,595
Sachsen	8.056,814	8.055,627	8.159,631	8.014,572	8.022,944	8.019,703
Sachsen-Anhalt	4.793,995	4.788,727	4.851,158	4.757,942	4.762,380	4.760,105
Thüringen	4.519,985	4.522,436	4.562,675	4.514,599	4.514,522	4.514,028
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.941,976	5.945,905	5.965,373	5.932,091	5.931,792	5.932,019
Hamburg	3.293,993	3.292,556	3.496,986	3.289,950	3.290,019	3.290,045
Niedersachsen	15.895,000	15.888,331	16.049,344	15.877,757	15.877,414	15.877,414
Bremen	1.355,533	1.343,889	1.618,962	1.343,987	1.341,988	1.342,330
Nordrhein-Westfalen	34.209,542	34.153,388	36.806,974	34.088,541	34.064,571	34.064,879
Hessen	12.521,599	12.519,269	13.145,060	12.511,636	12.511,861	1.2511,861
Rheinland-Pfalz	8.089,256	8.093,955	8.111,326	8.075,778	8.074,412	8.074,767
Baden-Württemberg	21.210,571	21.947,393	21.298,830	21.010,939	21.006,400	21.006,400
Bayern	26.591,869	27.645,171	26.705,286	26.308,235	26.300,746	26.309,182
Saarland	2.129,537	2.124,272	2.278,050	2.125,793	2.124,813	2.124,813
Berlin	7.439,334	7.294,815	8.463,625	7.260,480	7.296,110	7.288,382
Brandenburg	5.203,992	5.211,127	5.266,409	5.191,427	5.198,396	5.197,167
Mecklenburg-Vorp.	3.319,161	3.286,763	3.485,920	3.273,780	3.274,042	3.273,859
Sachsen	8.121,792	8.127,895	8.288,212	8.062,863	8.071,806	8.067,526
Sachsen-Anhalt	4.841,784	4.835,842	4.950,701	4.788,706	4.794,682	4.791,622
Thüringen	4.553,223	4.561,895	4.657,507	4.544,175	4.543,984	4.543,857

Tabelle B.45: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.955,432	5.967,129	6.021,675	5.945,542	5.945,055	5.945,224
Hamburg	3.298,704	3.294,934	3.447,355	3.292,970	3.293,115	3.293,100
Niedersachsen	15.929,889	15.937,144	16.153,792	15.906,835	15.906,526	15.906,630
Bremen	1.354,611	1.343,582	1.599,243	1.344,282	1.342,256	1.342,607
Nordrhein-Westfalen	34.247,525	34.173,515	36.217,905	34.134,558	34.118,347	34.118,609
Hessen	12.552,389	12.546,368	12.989,062	12.537,224	12.536,917	12.537,063
Rheinland-Pfalz	81.08,844	8.127,958	8.182,146	8.093,737	8.092,312	8.092,501
Baden-Württemberg	21.222,264	21.887,348	21.265,849	21.043,947	21.036,460	21.040,103
Bayern	26.608,311	27.498,224	26.650,571	26.357,377	26.346,180	26.353,397
Saarland	2.132,635	2.127,480	2.249,930	2.128,401	2.127,483	2.127,646
Berlin	7.427,610	7.287,283	8.354,432	7.262,897	7.289,968	7.284,095
Brandenburg	5.203,869	5.204,349	5.263,159	5.187,821	5.193,226	5.192,119
Mecklenburg-Vorp.	3.315,717	3.283,481	3.448,834	3.274,575	3.274,022	3.273,776
Sachsen	8.119,889	8.114,757	8.255,873	8.063,315	8.071,353	8.067,744
Sachsen-Anhalt	4.837,186	4.825,673	4.939,005	4.788,850	4.793,445	4.790,373
Thüringen	4.554,934	4.556,936	4.639,768	4.544,380	4.544,074	4.543,344
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.950,630	5.951,048	5.968,877	5.939,524	5.939,233	5.939,264
Hamburg	3.293,982	3.291,357	3.448,475	3.288,132	3.288,709	3.288,574
Niedersachsen	15.917,764	15.909,768	16.009,213	15.894,496	15.894,210	15.894,030
Bremen	1.353,068	1.342,780	1.595,220	1.342,964	1.340,938	1.341,496
Nordrhein-Westfalen	34.204,219	34.128,034	36.153,382	34.094,231	34.087,432	34.085,316
Hessen	12.539,083	12.533,277	12.803,649	12.526,059	12.526,136	12.526,401
Rheinland-Pfalz	8.099,379	8.099,253	8.117,828	8.085,347	8.084,513	8.084,513
Baden-Württemberg	21.193,438	21.444,528	21.239,700	21.016,423	21.008,226	21.011,470
Bayern	26.568,487	27.071,040	26.624,496	26.328,683	26.320,126	26.323,804
Saarland	2.129,777	2.125,207	2.248,521	2.126,040	2.124,831	2.125,224
Berlin	7.417,882	7.283,332	8.354,280	7.254,743	7.276,442	7.271,212
Brandenburg	5.199,466	5.199,482	5.250,049	5.186,004	5.190,636	5.189,389
Mecklenburg-Vorp.	3.311,152	3.279,964	3.461,379	3.269,858	3.270,240	3.270,347
Sachsen	8.107,297	8.103,392	8.240,174	8.056,883	8.066,500	8.062,522
Sachsen-Anhalt	4.831,285	4.820,620	4.906,929	4.784,807	4.791,319	4.787,483
Thüringen	4.548,845	4.549,988	4.634,744	4.540,999	4.540,350	4.539,914

Tabelle B.46: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.934,076	5.932,040	5.938,169	5.926,949	5.926,491	5.926,740
Hamburg	3.283,185	3.280,379	3.326,168	3.278,941	3.278,82	3.278,870
Niedersachsen	15.877,621	15.870,466	15.914,044	15.859,749	15.860,557	15.860,471
Bremen	1.344,750	1.337,676	1.558,466	1.336,865	1.335,420	1.335,663
Nordrhein-Westfalen	34.086,053	34.040,464	35.092,388	34.015,744	34.009,091	34.008,625
Hessen	12.514,539	12.505,116	12.549,688	12.500,587	12.500,470	12.500,810
Rheinland-Pfalz	8.077,746	8.072,450	8.073,492	8.067,146	8.065,961	8.066,394
Baden-Württemberg	21.081,494	21.096,397	21.103,644	20.958,099	20.951,824	20.955,448
Bayern	26.417,916	26.440,744	26.434,414	26.229,262	26.218,905	26.224,022
Saarland	2.122,579	2.118,115	2.169,406	2.118,933	2.118,227	2.118,281
Berlin	7.364,436	7.252,505	8.135,459	7.225,320	7.244,063	7.238,582
Brandenburg	5.170,590	5.167,807	5.210,623	5.155,518	5.160,270	5.158,646
Mecklenburg-Vorp.	3.289,526	3.263,478	3.386,120	3.255,165	3.254,488	3.254,494
Sachsen	8.067,205	8.060,403	8.176,962	8.019,850	8.026,936	8.024,204
Sachsen-Anhalt	4.801,272	4.788,594	4.865,247	4.759,008	4.764,978	4.761,413
Thüringen	4.525,777	4.525,073	4.578,562	4.517,820	4.517,381	4.516,337
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	5.967,565	5.975,513	6.026,712	5.957,713	5.956,488	5.956,895
Hamburg	3.310,874	3.304,753	3.530,744	3.304,854	3.304,764	3.304,764
Niedersachsen	15.971,804	15.965,609	16.240,675	15.940,065	15.939,369	15.939,369
Bremen	1.361,935	1.348,222	1.650,178	1.349,898	1.347,848	1.347,973
Nordrhein-Westfalen	34.358,172	34.269,308	37.214,570	34.222,051	34.206,281	34.203,522
Hessen	12.581,613	12.570,562	13.310,847	12.563,129	12.563,964	12.563,856
Rheinland-Pfalz	8.130,857	8.136,628	8.203,886	8.112,248	8.110,661	8.110,661
Baden-Württemberg	21.332,343	22.330,780	21.396,930	21.105,055	21.100,334	21.103,563
Bayern	26.748,990	28.131,628	26.839,236	26.444,220	26.423,522	26.430,358
Saarland	2.139,787	2.134,154	2.294,109	2.135,271	2.134,065	2.134,254
Berlin	7.484,919	7.319,171	8.581,989	7.292,271	7.324,665	7.315,810
Brandenburg	5.232,412	5.233,236	5.309,938	5.215,422	5.219,425	5.219,069
Mecklenburg-Vorp.	3.337,987	3.300,236	3.503,743	3.290,474	3.289,496	3.289,582
Sachsen	8.158,922	8.158,524	8.330,320	8.096,766	8.104,800	8.100,749
Sachsen-Anhalt	4.866,866	4.853,839	5.006,891	4.813,751	4.818,769	4.815,361
Thüringen	4.578,303	4.580,456	4.691,117	4.566,108	4.565,565	4.565,219

Tabelle B.47: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 32.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	777,044	756,698	1012,876	756,102	756,820	756,773
Hamburg	426,961	415,263	636,371	416,264	416,239	416,239
Niedersachsen	2.420,663	2.406,128	2.728,053	2.407,306	2.406,289	2.406,286
Bremen	214,925	214,057	228,491	214,362	214,212	214,217
Nordrhein-Westfalen	5.238,594	5.220,670	5.516,544	5.222,135	5.222,854	5.222,857
Hessen	2.406,520	2.390,168	2.433,040	2.388,083	2.387,730	2.387,768
Rheinland-Pfalz	1.173,838	1.165,843	1.330,279	1.165,137	1.165,279	1.165,225
Baden-Württemberg	2.948,504	2.932,218	3.332,712	2.932,039	2.931,356	2.931,355
Bayern	4.067,180	4.065,190	4.096,522	4.064,073	4.065,310	4.065,310
Saarland	394,701	394,655	395,124	394,558	394,441	394,442
Berlin	1.224,661	1.211,853	1.245,047	1.212,270	1.217,173	1.216,185
Brandenburg	1.350,898	1.309,911	1.354,426	1.305,412	1.337,938	1.319,440
Mecklenburg-Vorp.	612,949	610,596	615,896	609,643	608,131	608,191
Sachsen	1.480,798	1.479,425	1.486,973	1.479,872	1.480,598	1.480,595
Sachsen-Anhalt	1.337,287	1.305,015	1.340,109	1.301,045	1.304,879	1.303,238
Thüringen	1.445,132	1.391,694	1.478,221	1.336,352	1.467,648	1.368,289
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	776,849	756,549	1013,709	755,877	756,641	756,620
Hamburg	426,784	415,169	638,484	416,163	416,107	416,107
Niedersachsen	2419,783	2405,628	2697,897	2406,975	2405,880	2405,880
Bremen	214,917	214,029	229,602	214,343	214,191	214,191
Nordrhein-Westfalen	5237,630	5219,405	5463,291	5221,045	5221,926	5221,926
Hessen	2406,034	2389,604	2433,295	2387,531	2387,230	2387,268
Rheinland-Pfalz	1173,412	1165,536	1303,890	1164,760	1164,973	1164,949
Baden-Württemberg	2947,322	2931,554	3319,922	2931,370	2930,773	2930,773
Bayern	4065,944	4064,035	4069,695	4062,891	4063,997	4063,997
Saarland	394,672	394,624	395,038	394,550	394,380	394,380
Berlin	1224,504	1211,425	1244,853	1211,873	1216,883	1215,969
Brandenburg	1350,672	1309,556	1354,556	1305,153	1337,216	1319,164
Mecklenburg-Vorp.	612,752	610,441	615,897	609,541	608,106	608,157
Sachsen	1480,412	1479,027	1486,853	1479,537	1480,108	1480,108
Sachsen-Anhalt	1336,838	1304,704	1340,083	1300,875	1304,492	1302,979
Thüringen	1444,627	1410,682	1478,162	1336,025	1457,198	1367,910

Tabelle B.48: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 32.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	773,731	755,535	999,061	754,970	755,596	755,575
Hamburg	425,329	414,543	625,330	415,469	415,508	415,508
Niedersachsen	2.416,107	2.404,142	2.632,637	2.405,046	2.404,178	2.404,174
Bremen	214,380	213,552	228,218	213,841	213,676	213,678
Nordrhein-Westfalen	5.229,968	5.215,959	5.349,118	5.217,194	5.217,762	5.217,762
Hessen	2.401,759	2.387,362	2.425,789	2.385,623	2.385,394	2.385,468
Rheinland-Pfalz	1.170,790	1.163,805	1.268,289	1.163,150	1.163,312	1.163,245
Baden-Württemberg	2.943,562	2.930,294	3.196,168	2.930,097	2.929,764	2.929,764
Bayern	4.060,816	4.058,983	4.060,430	4.057,932	4.058,938	4.058,938
Saarland	393,766	393,697	394,055	393,618	393,505	393,505
Berlin	1.221,737	1.210,481	1.240,415	1.210,700	1.214,943	1.214,214
Brandenburg	1.346,398	1.307,326	1.351,022	1.303,434	1.331,423	1.315,791
Mecklenburg-Vorp.	611,492	609,412	614,529	608,602	607,248	607,294
Sachsen	1.478,341	1.477,040	1.482,139	1.477,484	1.478,167	1.478,097
Sachsen-Anhalt	1.333,097	1.302,746	1.336,072	1.299,457	1.302,578	1.301,234
Thüringen	1.437,467	1.346,565	1.470,279	1.333,430	1.441,764	1.363,121
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	779,798	757,615	1027,049	756,976	757,818	757,732
Hamburg	428,327	415,852	644,350	416,896	416,858	416,858
Niedersachsen	2.424,390	2.407,699	2.813,432	2.408,884	2.407,712	2.407,735
Bremen	215,457	214,513	231,138	214,831	214,692	214,699
Nordrhein-Westfalen	5.244,946	5.224,445	5.592,573	5.225,935	5.227,014	5.227,014
Hessen	2.410,652	2.392,333	2.439,916	2.389,863	2.389,465	2.389,493
Rheinland-Pfalz	1.176,271	1.167,734	1.384,876	1.166,805	1.166,945	1.166,914
Baden-Württemberg	2.952,662	2.933,414	3.443,428	2.933,284	2.932,486	2.932,486
Bayern	4.072,181	4.070,156	4.092,932	4.069,141	4.070,180	4.070,180
Saarland	395,581	395,515	395,887	395,411	395,245	395,245
Berlin	1.227,368	1.212,593	1.249,249	1.213,195	1.218,930	1.217,530
Brandenburg	1.355,412	1.312,050	1.357,800	1.307,160	1.344,213	1.322,541
Mecklenburg-Vorp.	614,353	611,651	617,265	610,541	609,008	609,050
Sachsen	1.482,908	1.481,282	1.490,967	1.481,826	1.482,516	1.482,516
Sachsen-Anhalt	1.341,855	1.306,790	1.343,866	1.302,052	1.306,612	1.304,794
Thüringen	1.452,557	1.415,259	1.485,022	1.338,739	1.477,855	1.372,694

Tabelle B.49: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 16.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	778,040	757,446	1.014,004	756,935	757,673	757,571
Hamburg	427,539	415,720	637,202	416,765	416,731	416,731
Niedersachsen	2.423,760	2.408,576	2.749,560	2.409,900	2.408,769	2.408,773
Bremen	215,226	214,306	230,417	214,622	214,462	214,463
Nordrhein-Westfalen	5.245,319	5.226,163	5.591,377	5.227,846	5.228,337	5.228,526
Hessen	2.409,784	2.393,200	2.435,111	2.390,865	2.390,439	2.390,517
Rheinland-Pfalz	1.175,379	1.167,031	1.345,348	1.166,395	1.166,483	1.166,446
Baden-Württemberg	2.952,250	2.935,184	3.366,173	2.935,169	2.934,407	2.934,408
Bayern	4.071,710	4.068,805	4.129,852	4.067,762	4.068,838	4.068,837
Saarland	395,122	395,005	395,960	394,901	394,773	394,775
Berlin	1.226,339	1.213,411	1.246,103	1.213,676	1.218,723	1.217,599
Brandenburg	1.352,763	1.312,243	1.355,120	1.306,873	1.340,233	1.320,878
Mecklenburg-Vorp.	613,781	611,357	616,441	610,354	608,785	608,876
Sachsen	1.482,500	1.480,826	1.488,774	1.481,255	1.481,983	1.481,969
Sachsen-Anhalt	1.339,079	1.306,879	1.340,817	1.302,506	1.306,333	1.304,668
Thüringen	1.446,922	1.393,666	1.478,709	1.337,590	1.482,346	1.369,515
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	777,683	757,007	1015,207	756,546	757,343	757,180
Hamburg	427,574	415,555	640,966	416,558	416,575	416,575
Niedersachsen	2422,569	2407,877	2729,997	2409,098	2408,097	2408,097
Bremen	215,170	214,200	230,019	214,516	214,364	214,367
Nordrhein-Westfalen	5243,172	5224,169	5500,846	5225,555	5226,129	5226,447
Hessen	2409,274	2392,398	2433,987	2389,893	2389,479	2389,569
Rheinland-Pfalz	1174,718	1166,352	1332,333	1165,698	1165,892	1165,859
Baden-Württemberg	2951,020	2934,267	3355,816	2934,257	2933,506	2933,506
Bayern	4069,735	4067,000	4080,394	4066,074	4066,990	4066,990
Saarland	395,048	394,923	395,598	394,884	394,756	394,756
Berlin	1225,794	1212,844	1245,505	1213,116	1218,079	1217,018
Brandenburg	1352,166	1311,166	1354,617	1306,350	1338,153	1320,420
Mecklenburg-Vorp.	613,664	611,186	616,528	610,171	608,634	608,712
Sachsen	1482,002	1480,255	1487,462	1480,648	1481,282	1481,294
Sachsen-Anhalt	1338,805	1306,207	1339,944	1302,027	1305,653	1304,122
Thüringen	1445,926	1411,614	1477,896	1336,785	1466,209	1369,240

Tabelle B.50: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 16.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	773,575	755,694	994,793	755,198	755,729	755,650
Hamburg	424,975	414,626	623,494	415,502	415,493	415,493
Niedersachsen	2.417,507	2.405,334	2.616,988	2.406,332	2.405,657	2.405,657
Bremen	214,362	213,562	221,657	213,840	213,699	213,699
Nordrhein-Westfalen	5.233,741	5.218,628	5.322,970	5.219,762	5.220,157	5.220,334
Hessen	2.402,455	2.388,758	2.425,016	2.386,776	2.386,655	2.386,634
Rheinland-Pfalz	1.170,881	1.163,880	1.261,882	1.163,312	1.163,548	1.163,526
Baden-Württemberg	2.944,946	2.932,000	3.177,368	2.931,918	2.931,490	2.931,490
Bayern	4.062,075	4.059,704	4.065,106	4.058,419	4.059,317	4.059,317
Saarland	393,664	393,557	394,199	393,535	393,444	393,444
Berlin	1.222,005	1.211,292	1.239,282	1.211,358	1.215,355	1.214,536
Brandenburg	1.346,128	1.307,819	1.350,057	1.303,732	1.331,425	1.316,087
Mecklenburg-Vorp.	611,696	609,619	614,624	608,772	607,379	607,534
Sachsen	1.478,820	1.477,507	1.482,408	1.477,932	1.478,452	1.478,424
Sachsen-Anhalt	1.333,198	1.303,270	1.334,888	1.300,111	1.302,815	1.301,746
Thüringen	1.436,907	1.345,723	1.466,981	1.333,209	1.441,236	1.362,217
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	781,779	758,940	1035,127	758,323	759,223	759,064
Hamburg	429,646	416,620	657,370	417,701	417,649	417,649
Niedersachsen	2.428,849	2.411,051	2.880,248	2.412,814	2.411,232	2.411,232
Bremen	216,031	215,008	233,236	215,373	215,181	215,181
Nordrhein-Westfalen	5.255,637	5.232,258	5.770,003	5.234,215	5.234,889	5.235,212
Hessen	2.415,932	2.396,816	2.445,417	2.394,175	2.393,675	2.393,758
Rheinland-Pfalz	1.179,306	1.169,604	1.413,865	1.168,978	1.168,977	1.168,894
Baden-Württemberg	2.958,467	2.937,545	3.529,257	2.937,691	2.936,654	2.936,654
Bayern	4.079,327	4.075,981	4.155,300	4.074,406	4.076,401	4.076,401
Saarland	396,331	396,178	396,924	396,048	395,911	395,911
Berlin	1.230,016	1.214,886	1.252,076	1.215,403	1.221,274	1.219,941
Brandenburg	1.359,369	1.315,135	1.360,436	1.309,547	1.348,295	1.325,204
Mecklenburg-Vorp.	615,559	612,824	618,340	611,676	609,991	610,107
Sachsen	1.485,498	1.483,437	1.494,047	1.484,069	1.484,811	1.484,777
Sachsen-Anhalt	1.344,341	1.309,760	1.346,352	1.304,340	1.308,734	1.306,933
Thüringen	1.456,928	1.424,137	1.489,458	1.340,905	1.510,544	1.375,515

Tabelle B.51: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 8.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	780,038	759,076	1012,795	758,653	759,364	759,272
Hamburg	428,801	416,820	635,497	417,904	417,812	417,836
Niedersachsen	2.429,380	2.413,095	2.773,511	2.414,543	2.413,401	2.413,463
Bremen	215,762	214,759	233,856	215,079	214,907	214,908
Nordrhein-Westfalen	5.257,991	5.236,500	5.699,806	5.238,343	5.238,643	5.238,951
Hessen	2.416,050	2.398,395	2.439,436	2.395,749	2.395,563	2.395,369
Rheinland-Pfalz	1.178,530	1.169,641	1.361,244	1.169,090	1.169,113	1.169,072
Baden-Württemberg	2.959,488	2.941,180	3.392,544	2.941,317	2.940,583	2.940,608
Bayern	4.084,162	4.079,244	4.187,664	4.078,320	4.079,307	4.079,259
Saarland	396,082	395,788	397,895	395,667	395,515	395,521
Berlin	1.230,080	1.216,596	1.248,553	1.216,615	1.221,938	1.220,482
Brandenburg	1.356,927	1.318,586	1.356,889	1.310,113	1.347,636	1.324,185
Mecklenburg-Vorp.	615,499	612,813	617,586	611,736	610,006	610,170
Sachsen	1.487,298	1.484,794	1.495,710	1.485,197	1.485,980	1.485,904
Sachsen-Anhalt	1.343,088	1.310,743	1.342,712	1.305,638	1.311,563	1.307,852
Thüringen	1.451,766	1.398,855	1.480,997	1.341,109	1.495,575	1.373,035
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	779,549	758,419	1.016,153	758,027	758,657	758,511
Hamburg	428,561	416,371	641,245	417,382	417,328	417,379
Niedersachsen	2.426,359	2.411,855	2.737,052	2.413,269	2.412,066	2.412,067
Bremen	215,658	214,660	230,013	214,910	214,790	214,796
Nordrhein-Westfalen	5.254,262	5.231,691	5.511,717	5.233,398	5.234,159	5.234,185
Hessen	2.414,134	2.396,358	2.438,121	2.394,367	2.393,642	2.393,866
Rheinland-Pfalz	1.177,436	1.168,447	1.348,458	1.167,968	1.167,835	1.167,705
Baden-Württemberg	2.956,209	2.939,420	3.356,278	2.939,362	2.938,746	2.938,657
Bayern	4.080,197	4.075,414	4.103,649	4.074,360	4.075,236	4.075,251
Saarland	395,707	395,405	396,690	395,263	395,049	395,049
Berlin	1.229,018	1.215,379	1.247,723	1.215,409	1.220,884	1.219,547
Brandenburg	1.355,396	1.314,367	1.356,115	1.308,614	1.343,843	1.322,414
Mecklenburg-Vorp.	615,134	612,195	617,332	611,198	609,662	609,872
Sachsen	1.486,061	1.483,414	1.492,577	1.483,827	1.484,724	1.484,699
Sachsen-Anhalt	1.341,358	1.308,590	1.341,783	1.304,366	1.308,481	1.306,646
Thüringen	1.449,987	1.413,557	1.480,463	1.339,536	1.478,368	1.371,836

Tabelle B.52: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 8.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	773,509	756,345	984,734	756,041	756,448	756,394
Hamburg	425,155	415,040	614,197	415,967	415,916	415,921
Niedersachsen	2.419,944	2.407,892	2.586,735	2.408,619	2.407,908	2.407,908
Bremen	214,341	213,494	217,150	213,757	213,627	213,627
Nordrhein-Westfalen	5.239,481	5.222,311	5.294,413	5.224,111	5.224,277	5.224,457
Hessen	2.404,191	2.390,998	2.423,425	2.389,093	2.388,865	2.388,839
Rheinland-Pfalz	1.171,878	1.164,714	1.258,699	1.164,561	1.164,555	1.164,555
Baden-Württemberg	2.948,028	2.935,015	3.146,888	2.935,080	2.934,432	2.934,501
Bayern	4.068,213	4.064,417	4.074,430	4.063,802	4.064,473	4.064,377
Saarland	393,835	393,584	394,695	393,482	393,386	393,392
Berlin	1.223,632	1.212,879	1.238,428	1.212,444	1.215,986	1.215,247
Brandenburg	1.346,138	1.309,059	1.348,508	1.304,723	1.330,380	1.315,797
Mecklenburg-Vorp.	611,973	609,830	614,609	609,064	607,748	607,943
Sachsen	1.481,457	1.479,332	1.485,527	1.479,635	1.480,146	1.480,127
Sachsen-Anhalt	1.333,562	1.304,525	1.333,280	1.301,562	1.304,283	1.302,716
Thüringen	1.436,452	1.345,813	1.464,844	1.334,638	1.438,274	1.361,765
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	785,138	761,233	1053,627	760,650	761,462	761,232
Hamburg	432,061	418,332	671,052	419,505	419,254	419,291
Niedersachsen	2.437,771	2.417,258	2.951,257	2.418,758	2.417,513	2.417,797
Bremen	216,983	215,793	237,020	216,137	215,896	215,896
Nordrhein-Westfalen	5.270,515	5.245,531	5.926,007	5.247,291	5.248,417	5.248,533
Hessen	2.426,526	2.403,704	2.452,081	2.401,294	2.400,373	2.400,532
Rheinland-Pfalz	1.183,791	1.173,270	1.445,471	1.172,638	1.172,675	1.172,613
Baden-Württemberg	2.968,199	2.945,823	3.614,251	2.945,621	2.944,901	2.945,017
Bayern	4.096,308	4.089,982	4.242,231	4.089,030	4.090,286	4.090,222
Saarland	397,770	397,500	399,167	397,377	397,268	397,277
Berlin	1.235,128	1.219,540	1.256,283	1.220,088	1.226,188	1.224,588
Brandenburg	1.367,159	1.321,130	1.364,037	1.313,998	1.359,853	1.331,254
Mecklenburg-Vorp.	618,602	615,237	620,365	613,938	611,777	612,119
Sachsen	1.491,850	1.488,774	1.501,644	1.489,291	1.490,347	1.490,260
Sachsen-Anhalt	1.351,879	1.314,511	1.350,096	1.308,136	1.314,721	1.311,339
Thüringen	1.465,638	1.433,883	1.494,696	1.346,824	1.550,777	1.382,003

Tabelle B.53: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 4.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	784,044	762,423	1014,608	762,254	762,907	762,830
Hamburg	431,320	419,070	633,830	420,261	420,095	420,184
Niedersachsen	2.442,309	2.423,926	2.811,764	2.425,722	2.424,442	2.424,635
Bremen	216,998	215,827	240,124	216,156	215,982	215,979
Nordrhein-Westfalen	5.286,347	5.260,489	5.849,459	5.262,770	5.262,805	5.263,208
Hessen	2.430,870	2.411,494	2.449,540	2.407,741	2.412,127	2.407,266
Rheinland-Pfalz	1.184,997	1.174,981	1.381,006	1.174,625	1.174,614	1.174,582
Baden-Württemberg	2.976,096	2.955,123	3.440,513	2.955,660	2.954,805	2.954,889
Bayern	4.108,289	4.099,500	4.291,594	4.098,730	4.099,631	4.099,563
Saarland	398,291	397,674	402,215	397,491	397,272	397,293
Berlin	1.238,519	1.224,483	1.253,797	1.223,352	1.229,933	1.226,987
Brandenburg	1.366,561	1.334,024	1.360,694	1.317,557	1.361,999	1.331,223
Mecklenburg-Vorp.	619,592	616,410	620,234	615,093	613,088	613,286
Sachsen	1.496,851	1.492,784	1.513,528	1.493,029	1.493,721	1.493,609
Sachsen-Anhalt	1.352,383	1.323,413	1.346,740	1.312,911	1.325,563	1.314,807
Thüringen	1.462,526	1.417,944	1.485,339	1.348,722	1.512,923	1.379,677
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	783,365	761,129	1022,705	761,157	761,823	761,667
Hamburg	430,563	417,816	647,658	419,062	418,978	419,018
Niedersachsen	2.438,540	2.421,298	2.783,645	2.423,093	2.421,938	2.422,048
Bremen	216,754	215,540	231,267	215,923	215,656	215,656
Nordrhein-Westfalen	5.280,361	5.251,421	5.590,588	5.253,445	5.253,587	5.253,869
Hessen	2.426,365	2.407,324	2.446,626	2.404,194	2.404,209	2.403,958
Rheinland-Pfalz	1.182,723	1.173,272	1.370,052	1.172,934	1.173,086	1.173,086
Baden-Württemberg	2.972,455	2.951,550	3.409,235	2.952,139	2.950,638	2.950,789
Bayern	4.101,484	4.091,835	4.143,207	4.091,735	4.091,961	4.091,990
Saarland	397,457	396,880	399,055	396,776	396,521	396,550
Berlin	1.235,767	1.221,883	1.251,498	1.221,560	1.225,867	1.224,579
Brandenburg	1.364,261	1.321,451	1.359,980	1.314,501	1.350,431	1.327,331
Mecklenburg-Vorp.	617,946	614,943	619,630	613,993	611,933	612,256
Sachsen	1.493,771	1.490,087	1.501,595	1.490,081	1.490,445	1.490,514
Sachsen-Anhalt	1.348,395	1.315,764	1.344,762	1.310,508	1.314,448	1.311,584
Thüringen	1.457,648	1.418,248	1.483,944	1.345,666	1.501,177	1.376,702

Tabelle B.54: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 4.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	774,558	757,700	974,261	757,661	757,937	757,864
Hamburg	426,126	415,821	599,728	416,901	416,839	416,856
Niedersachsen	2.426,158	2.413,272	2.572,411	2.414,498	2.413,620	2.413,845
Bremen	214,942	213,915	217,151	214,213	214,000	213,999
Nordrhein-Westfalen	5.255,086	5.235,336	5.302,511	5.236,269	5.236,719	5.237,249
Hessen	2.411,365	2.397,046	2.427,367	2.395,312	2.395,318	2.395,193
Rheinland-Pfalz	1.175,752	1.166,871	1.254,630	1.166,549	1.166,654	1.166,650
Baden-Württemberg	2.957,988	2.942,596	3.109,464	2.942,391	2.942,111	2.942,084
Bayern	4.080,295	4.073,467	4.099,790	4.073,086	4.073,209	4.073,014
Saarland	3.94,781	394,254	396,281	394,206	394,062	394,062
Berlin	1.227,302	1.216,752	1.239,538	1.216,232	1.219,710	1.218,831
Brandenburg	1.349,920	1.313,809	1.350,285	1.309,064	1.334,142	1.317,673
Mecklenburg-Vorp.	612,956	610,788	615,343	610,087	608,936	609,270
Sachsen	1.486,332	1.482,971	1.490,336	1.483,161	1.484,123	1.484,016
Sachsen-Anhalt	1.336,983	1.308,911	1.335,142	1.304,982	1.306,523	1.305,589
Thüringen	1.438,412	1.352,501	1.462,907	1.337,964	1.439,469	1.362,755
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	791,474	765,758	1065,116	765,019	766,216	766,094
Hamburg	435,725	420,911	684,639	422,438	421,977	422,013
Niedersachsen	2.453,082	2.430,840	3.022,970	2.433,329	2.431,626	2.431,640
Bremen	218,731	217,337	252,777	217,701	217,533	217,533
Nordrhein-Westfalen	5.307,941	5.279,116	6.196,081	5.283,456	5.282,587	5.282,823
Hessen	2.444,984	2.421,099	2.464,725	2.415,995	2.416,413	2.415,762
Rheinland-Pfalz	1.192,431	1.180,294	1.485,897	1.179,781	1.180,131	1.179,957
Baden-Württemberg	2.988,630	2.963,873	3.695,598	2.963,939	2.963,109	2.963,304
Bayern	4.128,094	4.117,851	4.347,595	4.118,256	4.117,244	4.117,507
Saarland	400,832	400,015	404,330	399,996	399,764	399,792
Berlin	1.246,239	1.228,887	1.263,629	1.227,954	1.235,837	1.232,820
Brandenburg	1.380,295	1.336,208	1.368,625	1.323,906	1.379,576	1.340,735
Mecklenburg-Vorp.	624,343	620,616	624,483	618,750	615,811	616,122
Sachsen	1.504,985	1.500,228	1.516,963	1.500,817	1.501,554	1.501,517
Sachsen-Anhalt	1.363,792	1.326,667	1.356,676	1.317,896	1.328,091	1.320,546
Thüringen	1.481,451	1.452,487	1.504,021	1.357,557	1.582,431	1.391,878

Tabelle B.55: Arithmetisches Mittel und Median der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 2.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	805,896	781,771	1039,389	782,008	781,522	782,391
Hamburg	443,467	429,903	639,982	431,275	430,318	431,038
Niedersachsen	2.495,263	2.471,192	2.901,970	2.473,508	2.467,176	2.475,421
Bremen	222,922	221,282	252,770	221,646	219,953	221,947
Nordrhein-Westfalen	5.395,724	5.358,475	6.115,799	5.361,333	5.344,973	5.361,340
Hessen	2.492,181	2.472,266	2.473,325	2.464,736	2.447,842	2.464,796
Rheinland-Pfalz	1.217,301	1.204,360	1.423,114	1.204,284	1.200,882	1.204,614
Baden-Württemberg	3.047,676	3.019,746	3.559,845	3.020,826	3.008,591	3.019,927
Bayern	4.205,730	4.188,501	4.494,729	4.187,616	4.164,082	4.242,426
Saarland	403,526	402,286	411,251	401,986	401,008	402,104
Berlin	1.279,305	1.267,346	1.265,788	1.262,084	1.248,880	1.269,007
Brandenburg	1.406,727	1.387,174	1.367,907	1.355,569	1.383,113	1.365,905
Mecklenburg-Vorp.	640,204	636,621	625,935	634,719	619,465	633,248
Sachsen	1.545,704	1.538,790	1.562,736	1.538,550	1.513,942	1.543,129
Sachsen-Anhalt	1.388,706	1.370,418	1.354,335	1.347,015	1.350,239	1.349,880
Thüringen	1.505,896	1.478,297	1.492,343	1.389,345	1.531,553	1.400,425
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	791,734	766,442	1.041,616	766,870	766,861	767,084
Hamburg	435,689	421,131	653,186	422,445	421,951	422,112
Niedersachsen	2.462,240	2.437,684	2.871,062	2.440,124	2.438,711	2.438,772
Bremen	218,775	217,067	235,819	217,361	217,124	217,129
Nordrhein-Westfalen	5.335,304	5.295,986	5.818,072	5.298,701	5.296,548	5.297,581
Hessen	2.449,699	2.428,472	2.459,971	2.424,475	2.425,675	2.424,403
Rheinland-Pfalz	1.196,314	1.181,421	1.415,598	1.181,752	1.181,878	1.181,981
Baden-Württemberg	3.002,157	2.973,888	3.526,589	2.974,823	2.974,267	2.974,532
Bayern	4.145,914	4.128,723	4.245,345	4.128,322	4.127,346	4.128,257
Saarland	401,245	399,823	403,755	399,538	399,161	399,373
Berlin	1.247,353	1.234,873	1.258,250	1.233,150	1.237,700	1.236,449
Brandenburg	1.376,289	1.337,340	1.363,984	1.327,784	1.367,379	1.339,374
Mecklenburg-Vorp.	623,084	619,079	624,057	618,053	616,991	617,277
Sachsen	1.509,736	1.503,791	1.521,595	1.503,885	1.502,998	1.503,379
Sachsen-Anhalt	1.361,919	1.328,800	1.350,190	1.321,522	1.328,067	1.323,930
Thüringen	1.472,480	1.422,421	1.487,732	1.360,198	1.521,272	1.387,534

Tabelle B.56: 0,25- und 0,75-Quantil der negativen Log-Likelihood-Werte – regionalisierte Vorhersagen (Pflegebedürftigkeit) – $n = 2.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	780,573	760,958	970,920	760,883	761,335	761,269
Hamburg	428,391	417,459	584,526	418,241	418,164	418,278
Niedersachsen	2.440,572	2.422,702	2.554,724	2.424,029	2.423,130	2.423,790
Bremen	216,033	214,536	219,604	214,878	214,765	214,726
Nordrhein-Westfalen	5.288,483	5.258,504	5.365,403	5.260,321	5.259,895	5.259,245
Hessen	2.423,124	2.408,014	2.433,157	2.406,017	2.406,293	2.405,803
Rheinland-Pfalz	1.183,352	1.172,417	1.250,606	1.171,897	1.172,298	1.172,244
Baden-Württemberg	2.977,227	2.955,347	3.114,234	2.955,422	2.954,583	2.954,620
Bayern	4.105,963	4.093,641	4.141,924	4.092,180	4.091,567	4.093,304
Saarland	396,553	395,490	398,391	395,523	395,452	395,562
Berlin	1.234,325	1.223,534	1.242,784	1.223,215	1.226,731	1.225,228
Brandenburg	1.355,179	1.321,211	1.350,463	1.317,128	1.340,825	1.326,267
Mecklenburg-Vorp.	615,535	613,171	617,569	612,357	611,172	611,339
Sachsen	1.495,926	1.491,681	1.501,965	1.491,188	1.490,951	1.490,856
Sachsen-Anhalt	1.343,038	1.315,121	1.335,777	1.311,932	1.315,535	1.312,963
Thüringen	1.443,410	1.361,172	1.460,807	1.345,844	1.439,611	1.369,643
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	808,277	776,158	1.112,346	776,694	777,623	777,770
Hamburg	444,604	426,827	703,056	429,076	427,556	428,077
Niedersachsen	2.497,740	2.459,635	3.211,702	2.463,886	2.460,286	2.461,405
Bremen	222,552	220,679	280,963	221,248	220,757	221,080
Nordrhein-Westfalen	5.400,468	5.349,127	6.712,551	5.354,973	5.351,900	5.353,693
Hessen	2.485,182	2.460,398	2.496,319	2.451,709	2.456,604	2.450,438
Rheinland-Pfalz	1.211,993	1.197,247	1.557,091	1.196,718	1.197,026	1.196,944
Baden-Württemberg	3.043,956	3.000,428	3.912,502	3.003,118	3.001,423	3.002,789
Bayern	4.195,003	4.174,146	4.631,645	4.173,464	4.171,508	4.173,451
Saarland	407,049	405,952	411,961	405,599	404,798	405,073
Berlin	1.268,350	1.250,547	1.279,977	1.247,345	1.255,884	1.251,642
Brandenburg	1.407,886	1.390,675	1.381,173	1.343,789	1.411,353	1.361,800
Mecklenburg-Vorp.	634,799	629,805	631,292	627,678	624,106	625,013
Sachsen	1.530,586	1.521,842	1.562,317	1.521,916	1.521,740	1.524,200
Sachsen-Anhalt	1.387,123	1.351,821	1.367,300	1.335,522	1.361,434	1.336,554
Thüringen	1.510,607	1.501,552	1.518,551	1.376,126	1.603,990	1.410,164

Tabelle B.57: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	129,997	129,969	129,962	129,859	129,853	129,853
Hamburg	128,055	128,026	127,943	128,018	128,029	128,029
Niedersachsen	129,752	129,713	129,761	129,685	129,680	129,680
Bremen	145,153	144,132	144,520	144,041	143,863	143,853
Nordrhein-Westfalen	134,876	134,701	134,608	134,656	134,588	134,586
Hessen	131,154	131,142	131,142	131,145	131,144	131,144
Rheinland-Pfalz	132,160	132,135	132,101	132,018	132,005	132,005
Baden-Württemberg	128,556	128,098	128,224	127,435	127,436	127,433
Bayern	127,454	126,926	127,087	126,233	126,242	126,244
Saarland	138,285	138,115	138,268	138,198	138,138	138,138
Berlin	146,775	144,367	144,535	143,867	144,438	144,305
Brandenburg	120,338	120,470	119,837	120,224	120,337	120,335
Mecklenburg-Vorp.	137,243	136,334	135,992	136,149	136,072	136,080
Sachsen	122,458	122,385	121,543	121,897	121,985	121,977
Sachsen-Anhalt	123,310	123,167	121,884	122,441	122,563	122,547
Thüringen	119,137	119,263	118,795	119,037	118,997	118,996
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	129,982	129,951	129,957	129,847	129,844	129,844
Hamburg	128,044	128,018	127,931	128,007	128,021	128,021
Niedersachsen	129,742	129,704	129,752	129,676	129,672	129,672
Bremen	145,135	144,127	144,486	144,022	143,851	143,835
Nordrhein-Westfalen	134,866	134,689	134,589	134,632	134,571	134,568
Hessen	131,143	131,133	131,132	131,135	131,134	131,134
Rheinland-Pfalz	132,145	132,121	132,095	132,007	131,991	131,992
Baden-Württemberg	128,542	128,077	128,216	127,421	127,426	127,420
Bayern	127,446	126,905	127,093	126,225	126,239	126,239
Saarland	138,275	138,094	138,257	138,181	138,123	138,126
Berlin	146,760	144,375	144,530	143,841	144,426	144,291
Brandenburg	120,314	120,449	119,830	120,209	120,328	120,328
Mecklenburg-Vorp.	137,231	136,332	135,984	136,129	136,054	136,072
Sachsen	122,445	122,376	121,525	121,879	121,967	121,959
Sachsen-Anhalt	123,312	123,158	121,865	122,425	122,542	122,525
Thüringen	119,114	119,241	118,792	119,022	118,986	118,986

Tabelle B.58: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	129,913	129,890	129,883	129,793	129,787	129,787
Hamburg	127,931	127,903	127,824	127,899	127,911	127,911
Niedersachsen	129,694	129,665	129,698	129,637	129,632	129,632
Bremen	144,911	143,961	144,314	143,869	143,702	143,691
Nordrhein-Westfalen	134,750	134,594	134,512	134,568	134,509	134,507
Hessen	131,108	131,094	131,098	131,100	131,099	131,099
Rheinland-Pfalz	132,073	132,054	132,038	131,960	131,949	131,949
Baden-Württemberg	128,359	127,930	128,069	127,340	127,346	127,345
Bayern	127,230	126,733	126,919	126,085	126,098	126,098
Saarland	138,161	138,007	138,146	138,093	138,034	138,035
Berlin	146,488	144,170	144,335	143,677	144,206	144,075
Brandenburg	120,196	120,310	119,701	120,083	120,193	120,188
Mecklenburg-Vorp.	137,020	136,178	135,832	135,993	135,929	135,929
Sachsen	122,312	122,236	121,456	121,788	121,872	121,860
Sachsen-Anhalt	123,115	122,967	121,773	122,309	122,425	122,409
Thüringen	118,986	119,104	118,662	118,896	118,858	118,857
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,071	130,038	130,027	129,911	129,902	129,902
Hamburg	128,166	128,133	128,040	128,116	128,134	128,132
Niedersachsen	129,795	129,753	129,809	129,719	129,716	129,716
Bremen	145,359	144,281	144,697	144,196	144,028	144,010
Nordrhein-Westfalen	134,984	134,789	134,690	134,736	134,654	134,652
Hessen	131,185	131,177	131,174	131,177	131,176	131,176
Rheinland-Pfalz	132,229	132,200	132,153	132,068	132,049	132,049
Baden-Württemberg	128,722	128,241	128,359	127,513	127,509	127,504
Bayern	127,647	127,103	127,258	126,376	126,382	126,384
Saarland	138,400	138,215	138,375	138,300	138,236	138,236
Berlin	147,068	144,543	144,734	144,051	144,652	144,516
Brandenburg	120,479	120,621	119,970	120,354	120,469	120,468
Mecklenburg-Vorp.	137,446	136,493	136,151	136,286	136,208	136,204
Sachsen	122,596	122,521	121,626	121,990	122,083	122,077
Sachsen-Anhalt	123,494	123,353	121,985	122,574	122,698	122,680
Thüringen	119,283	119,423	118,923	119,166	119,121	119,121

Tabelle B.59: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,059	130,026	130,020	129,907	129,901	129,901
Hamburg	128,131	128,090	128,018	128,085	128,093	128,093
Niedersachsen	129,812	129,766	129,818	129,731	129,728	129,728
Bremen	145,250	144,209	144,625	144,134	143,948	143,938
Nordrhein-Westfalen	134,954	134,762	134,684	134,724	134,652	134,650
Hessen	131,217	131,196	131,200	131,196	131,195	131,195
Rheinland-Pfalz	132,221	132,189	132,157	132,065	132,052	132,052
Baden-Württemberg	128,619	128,161	128,271	127,479	127,481	127,474
Bayern	127,505	126,976	127,123	126,265	126,273	126,274
Saarland	138,365	138,181	138,346	138,266	138,206	138,208
Berlin	146,859	144,437	144,653	143,972	144,564	144,433
Brandenburg	120,399	120,516	119,906	120,280	120,396	120,391
Mecklenburg-Vorp.	137,290	136,362	136,056	136,203	136,139	136,149
Sachsen	122,510	122,422	121,609	121,952	122,051	122,035
Sachsen-Anhalt	123,351	123,190	121,941	122,486	122,612	122,598
Thüringen	119,179	119,290	118,842	119,072	119,037	119,033
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,044	130,008	130,000	129,888	129,883	129,883
Hamburg	128,111	128,070	127,999	128,067	128,076	128,076
Niedersachsen	129,798	129,752	129,801	129,713	129,710	129,710
Bremen	145,215	144,190	144,576	144,122	143,945	143,932
Nordrhein-Westfalen	134,924	134,743	134,664	134,699	134,628	134,628
Hessen	131,195	131,172	131,178	131,172	131,171	131,171
Rheinland-Pfalz	132,201	132,171	132,146	132,048	132,036	132,037
Baden-Württemberg	128,593	128,144	128,272	127,458	127,465	127,455
Bayern	127,487	126,933	127,107	126,245	126,257	126,257
Saarland	138,343	138,158	138,310	138,233	138,175	138,176
Berlin	146,834	144,447	144,638	143,954	144,522	144,389
Brandenburg	120,383	120,514	119,881	120,262	120,383	120,381
Mecklenburg-Vorp.	137,252	136,335	136,025	136,183	136,112	136,117
Sachsen	122,506	122,407	121,585	121,935	122,042	122,021
Sachsen-Anhalt	123,331	123,180	121,923	122,475	122,599	122,574
Thüringen	119,181	119,288	118,814	119,050	119,021	119,015

Tabelle B.60: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	129,924	129,906	129,909	129,807	129,802	129,802
Hamburg	127,946	127,914	127,841	127,904	127,906	127,905
Niedersachsen	129,721	129,693	129,718	129,658	129,658	129,658
Bremen	144,865	143,973	144,311	143,872	143,713	143,706
Nordrhein-Westfalen	134,766	134,620	134,540	134,590	134,534	134,533
Hessen	131,143	131,124	131,127	131,126	131,125	131,125
Rheinland-Pfalz	132,102	132,074	132,058	131,983	131,974	131,974
Baden-Württemberg	128,357	127,911	128,060	127,321	127,321	127,321
Bayern	127,181	126,685	126,872	126,050	126,047	126,047
Saarland	138,156	138,001	138,141	138,081	138,033	138,033
Berlin	146,401	144,160	144,326	143,682	144,183	144,077
Brandenburg	120,170	120,275	119,677	120,068	120,174	120,171
Mecklenburg-Vorp.	136,955	136,103	135,817	135,993	135,940	135,948
Sachsen	122,274	122,201	121,463	121,793	121,879	121,864
Sachsen-Anhalt	123,046	122,897	121,759	122,268	122,398	122,394
Thüringen	118,955	119,048	118,650	118,871	118,838	118,838
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,169	130,126	130,124	129,985	129,981	129,981
Hamburg	128,292	128,244	128,174	128,237	128,250	128,249
Niedersachsen	129,886	129,826	129,897	129,787	129,784	129,784
Bremen	145,578	144,427	144,896	144,357	144,149	144,142
Nordrhein-Westfalen	135,110	134,880	134,793	134,834	134,746	134,743
Hessen	131,277	131,251	131,254	131,248	131,247	131,247
Rheinland-Pfalz	132,314	132,286	132,237	132,128	132,113	132,113
Baden-Württemberg	128,871	128,377	128,451	127,611	127,610	127,607
Bayern	127,800	127,227	127,372	126,440	126,459	126,466
Saarland	138,531	138,336	138,511	138,426	138,355	138,358
Berlin	147,301	144,691	144,956	144,223	144,889	144,740
Brandenburg	120,606	120,744	120,114	120,468	120,606	120,605
Mecklenburg-Vorp.	137,595	136,574	136,250	136,393	136,329	136,341
Sachsen	122,714	122,624	121,737	122,104	122,212	122,190
Sachsen-Anhalt	123,614	123,455	122,090	122,662	122,800	122,786
Thüringen	119,386	119,509	119,037	119,267	119,238	119,237

Tabelle B.61: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,188	130,143	130,144	130,013	130,007	130,007
Hamburg	128,262	128,204	128,133	128,192	128,199	128,199
Niedersachsen	129,961	129,901	129,960	129,855	129,851	129,851
Bremen	145,401	144,337	144,756	144,260	144,073	144,066
Nordrhein-Westfalen	135,094	134,886	134,805	134,840	134,772	134,770
Hessen	131,363	131,328	131,333	131,319	131,317	131,317
Rheinland-Pfalz	132,360	132,315	132,291	132,179	132,163	132,164
Baden-Württemberg	128,766	128,295	128,413	127,604	127,607	127,598
Bayern	127,636	127,092	127,249	126,371	126,381	126,381
Saarland	138,457	138,261	138,420	138,336	138,278	138,279
Berlin	147,004	144,546	144,761	144,076	144,652	144,518
Brandenburg	120,544	120,647	120,030	120,398	120,518	120,509
Mecklenburg-Vorp.	137,406	136,465	136,144	136,293	136,229	136,247
Sachsen	122,655	122,551	121,727	122,067	122,171	122,145
Sachsen-Anhalt	123,501	123,325	122,065	122,608	122,744	122,721
Thüringen	119,336	119,433	118,977	119,201	119,166	119,159
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,142	130,100	130,106	129,985	129,975	129,974
Hamburg	128,215	128,154	128,082	128,151	128,154	128,154
Niedersachsen	129,915	129,863	129,914	129,817	129,813	129,813
Bremen	145,364	144,301	144,699	144,220	144,032	144,026
Nordrhein-Westfalen	135,026	134,828	134,744	134,797	134,732	134,726
Hessen	131,321	131,277	131,295	131,274	131,274	131,274
Rheinland-Pfalz	132,322	132,279	132,258	132,149	132,136	132,136
Baden-Württemberg	128,705	128,238	128,383	127,538	127,551	127,539
Bayern	127,615	127,072	127,249	126,309	126,314	126,321
Saarland	138,398	138,193	138,350	138,260	138,221	138,221
Berlin	146,935	144,499	144,697	144,026	144,597	144,462
Brandenburg	120,487	120,592	119,968	120,349	120,466	120,458
Mecklenburg-Vorp.	137,371	136,427	136,080	136,249	136,186	136,206
Sachsen	122,625	122,500	121,677	122,022	122,116	122,089
Sachsen-Anhalt	123,432	123,252	122,007	122,567	122,695	122,670
Thüringen	119,271	119,367	118,947	119,160	119,131	119,118

Tabelle B.62: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	129,981	129,936	129,957	129,851	129,846	129,846
Hamburg	127,969	127,923	127,866	127,925	127,937	127,934
Niedersachsen	129,799	129,760	129,796	129,719	129,714	129,714
Bremen	144,885	143,972	144,340	143,917	143,750	143,741
Nordrhein-Westfalen	134,798	134,654	134,591	134,619	134,576	134,573
Hessen	131,223	131,189	131,198	131,185	131,186	131,186
Rheinland-Pfalz	132,144	132,117	132,116	132,036	132,029	132,029
Baden-Württemberg	128,339	127,954	128,078	127,375	127,390	127,379
Bayern	127,152	126,658	126,845	126,039	126,055	126,052
Saarland	138,163	138,008	138,133	138,069	138,020	138,021
Berlin	146,352	144,104	144,298	143,647	144,107	143,982
Brandenburg	120,215	120,306	119,722	120,080	120,189	120,179
Mecklenburg-Vorp.	136,938	136,135	135,781	135,979	135,925	135,947
Sachsen	122,315	122,227	121,512	121,819	121,908	121,881
Sachsen-Anhalt	123,098	122,909	121,835	122,334	122,434	122,420
Thüringen	119,011	119,072	118,696	118,910	118,882	118,875
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,327	130,276	130,268	130,134	130,128	130,129
Hamburg	128,513	128,424	128,348	128,405	128,412	128,416
Niedersachsen	130,092	130,007	130,102	129,973	129,965	129,965
Bremen	145,847	144,666	145,120	144,583	144,360	144,356
Nordrhein-Westfalen	135,347	135,091	134,987	135,005	134,911	134,908
Hessen	131,496	131,452	131,449	131,430	131,423	131,423
Rheinland-Pfalz	132,510	132,452	132,429	132,281	132,262	132,263
Baden-Württemberg	129,141	128,596	128,697	127,787	127,775	127,772
Bayern	128,080	127,482	127,609	126,663	126,656	126,658
Saarland	138,730	138,489	138,680	138,549	138,473	138,474
Berlin	147,595	144,918	145,166	144,455	145,083	144,958
Brandenburg	120,791	120,915	120,290	120,636	120,784	120,775
Mecklenburg-Vorp.	137,843	136,774	136,467	136,577	136,488	136,513
Sachsen	122,941	122,819	121,883	122,235	122,359	122,338
Sachsen-Anhalt	123,900	123,690	122,271	122,842	122,986	122,967
Thüringen	119,632	119,763	119,220	119,457	119,415	119,411

Tabelle B.63: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,449	130,381	130,382	130,216	130,210	130,211
Hamburg	128,489	128,402	128,348	128,384	128,393	128,392
Niedersachsen	130,207	130,119	130,185	130,044	130,041	130,041
Bremen	145,572	144,482	144,921	144,415	144,216	144,210
Nordrhein-Westfalen	135,339	135,096	135,035	135,052	134,979	134,977
Hessen	131,595	131,532	131,543	131,505	131,504	131,504
Rheinland-Pfalz	132,625	132,555	132,532	132,384	132,366	132,367
Baden-Württemberg	129,022	128,524	128,620	127,772	127,763	127,756
Bayern	127,924	127,353	127,488	126,575	126,575	126,578
Saarland	138,777	138,547	138,717	138,612	138,545	138,548
Berlin	147,171	144,698	144,972	144,275	144,860	144,722
Brandenburg	120,759	120,822	120,235	120,571	120,687	120,673
Mecklenburg-Vorp.	137,676	136,688	136,429	136,540	136,469	136,488
Sachsen	122,842	122,702	121,912	122,225	122,326	122,298
Sachsen-Anhalt	123,716	123,494	122,278	122,791	122,918	122,884
Thüringen	119,554	119,611	119,183	119,371	119,338	119,327
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,381	130,308	130,329	130,141	130,138	130,139
Hamburg	128,445	128,359	128,275	128,330	128,336	128,335
Niedersachsen	130,133	130,056	130,122	129,986	129,981	129,980
Bremen	145,513	144,411	144,870	144,300	144,112	144,110
Nordrhein-Westfalen	135,259	135,033	134,940	134,975	134,912	134,918
Hessen	131,543	131,473	131,481	131,452	131,453	131,453
Rheinland-Pfalz	132,553	132,474	132,476	132,309	132,290	132,291
Baden-Württemberg	128,965	128,444	128,563	127,704	127,694	127,679
Bayern	127,803	127,266	127,397	126,489	126,484	126,470
Saarland	138,672	138,470	138,580	138,502	138,436	138,438
Berlin	147,129	144,672	144,930	144,170	144,736	144,576
Brandenburg	120,731	120,764	120,189	120,527	120,658	120,640
Mecklenburg-Vorp.	137,601	136,656	136,333	136,441	136,371	136,398
Sachsen	122,727	122,624	121,824	122,147	122,253	122,229
Sachsen-Anhalt	123,670	123,404	122,196	122,738	122,866	122,846
Thüringen	119,494	119,517	119,108	119,294	119,268	119,255

Tabelle B.64: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,109	130,073	130,070	129,947	129,943	129,944
Hamburg	128,076	128,001	127,945	127,979	127,986	127,986
Niedersachsen	129,949	129,879	129,919	129,828	129,821	129,821
Bremen	144,834	143,973	144,365	143,890	143,725	143,717
Nordrhein-Westfalen	134,906	134,751	134,717	134,726	134,686	134,683
Hessen	131,362	131,311	131,325	131,296	131,291	131,291
Rheinland-Pfalz	132,294	132,259	132,257	132,146	132,132	132,135
Baden-Württemberg	128,366	127,996	128,133	127,439	127,447	127,441
Bayern	127,277	126,778	126,960	126,169	126,154	126,152
Saarland	138,321	138,141	138,250	138,170	138,144	138,144
Berlin	146,258	144,111	144,299	143,690	144,122	144,038
Brandenburg	120,285	120,323	119,792	120,152	120,247	120,241
Mecklenburg-Vorp.	137,034	136,186	135,857	136,044	135,987	135,983
Sachsen	122,342	122,225	121,598	121,880	121,981	121,947
Sachsen-Anhalt	123,100	122,912	121,897	122,366	122,479	122,451
Thüringen	119,071	119,095	118,763	118,945	118,908	118,902
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,710	130,600	130,605	130,410	130,403	130,407
Hamburg	128,829	128,706	128,670	128,697	128,695	128,691
Niedersachsen	130,416	130,282	130,400	130,204	130,198	130,198
Bremen	146,215	144,925	145,420	144,848	144,590	144,589
Nordrhein-Westfalen	135,683	135,366	135,287	135,308	135,215	135,213
Hessen	131,756	131,688	131,691	131,644	131,640	131,641
Rheinland-Pfalz	132,880	132,774	132,740	132,545	132,524	132,524
Baden-Württemberg	129,530	128,986	129,046	127,985	128,005	127,999
Bayern	128,520	127,839	127,963	126,943	126,918	126,939
Saarland	139,149	138,821	139,044	138,901	138,840	138,840
Berlin	147,958	145,246	145,530	144,804	145,531	145,355
Brandenburg	121,136	121,221	120,587	120,938	121,059	121,053
Mecklenburg-Vorp.	138,304	137,151	136,917	136,959	136,879	136,917
Sachsen	123,220	123,067	122,137	122,487	122,590	122,570
Sachsen-Anhalt	124,300	123,993	122,568	123,127	123,243	123,224
Thüringen	119,938	120,028	119,528	119,718	119,685	119,677

Tabelle B.65: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$

	Arithmetisches Mittel, Erwerbsstatus, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,988	130,891	130,882	130,675	130,673	130,674
Hamburg	128,986	128,834	128,831	128,819	128,825	128,824
Niedersachsen	130,739	130,612	130,681	130,493	130,490	130,491
Bremen	146,043	144,859	145,407	144,860	144,663	144,665
Nordrhein-Westfalen	135,832	135,511	135,518	135,489	135,415	135,417
Hessen	132,122	132,006	132,043	131,961	131,960	131,960
Rheinland-Pfalz	133,193	133,093	133,056	132,863	132,837	132,839
Baden-Württemberg	129,621	129,121	129,121	128,254	128,222	128,223
Bayern	128,543	127,975	128,008	127,088	127,079	127,086
Saarland	139,315	139,018	139,232	139,084	139,008	139,015
Berlin	147,650	145,040	145,517	144,751	145,322	145,186
Brandenburg	121,226	121,216	120,678	120,972	121,085	121,069
Mecklenburg-Vorp.	138,223	137,109	136,992	137,036	136,934	136,958
Sachsen	123,312	123,076	122,362	122,624	122,708	122,681
Sachsen-Anhalt	124,207	123,878	122,755	123,217	123,331	123,282
Thüringen	120,055	120,045	119,653	119,797	119,760	119,745
	Median, Erwerbstätigkeit, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,829	130,727	130,776	130,522	130,516	130,514
Hamburg	128,827	128,676	128,664	128,626	128,629	128,624
Niedersachsen	130,627	130,481	130,563	130,373	130,362	130,365
Bremen	145,858	144,718	145,244	144,715	144,452	144,472
Nordrhein-Westfalen	135,596	135,337	135,355	135,326	135,283	135,287
Hessen	131,994	131,894	131,915	131,840	131,835	131,838
Rheinland-Pfalz	133,030	132,940	132,918	132,735	132,703	132,703
Baden-Württemberg	129,379	128,897	128,964	128,090	128,061	128,051
Bayern	128,300	127,750	127,824	126,906	126,918	126,936
Saarland	139,130	138,833	139,050	138,897	138,822	138,840
Berlin	147,434	144,941	145,333	144,574	145,022	144,931
Brandenburg	121,104	121,147	120,544	120,866	120,971	120,950
Mecklenburg-Vorp.	138,030	136,964	136,820	136,806	136,754	136,777
Sachsen	123,116	122,956	122,214	122,491	122,609	122,575
Sachsen-Anhalt	123,998	123,768	122,571	123,113	123,237	123,188
Thüringen	119,864	119,854	119,544	119,636	119,593	119,583

Tabelle B.66: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 1.000$

	0,25-Quantil, Erwerbsstatus, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	130,416	130,354	130,344	130,208	130,194	130,196
Hamburg	128,317	128,197	128,162	128,167	128,163	128,166
Niedersachsen	130,250	130,181	130,203	130,032	130,039	130,038
Bremen	145,050	144,114	144,446	144,082	143,928	143,923
Nordrhein-Westfalen	135,209	134,975	134,968	134,967	134,906	134,914
Hessen	131,689	131,561	131,604	131,517	131,517	131,517
Rheinland-Pfalz	132,606	132,521	132,546	132,415	132,392	132,395
Baden-Württemberg	128,604	128,250	128,354	127,624	127,626	127,623
Bayern	127,468	126,985	127,145	126,330	126,330	126,335
Saarland	138,584	138,327	138,528	138,373	138,315	138,322
Berlin	146,395	144,197	144,516	143,842	144,229	144,129
Brandenburg	120,438	120,376	119,939	120,236	120,321	120,316
Mecklenburg-Vorp.	137,222	136,273	136,114	136,222	136,143	136,163
Sachsen	122,541	122,348	121,810	122,028	122,089	122,078
Sachsen-Anhalt	123,298	122,976	122,084	122,482	122,584	122,553
Thüringen	119,270	119,255	118,961	119,116	119,084	119,065
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 1.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	131,368	131,224	131,249	130,991	130,980	130,979
Hamburg	129,522	129,339	129,355	129,331	129,363	129,358
Niedersachsen	131,068	130,941	131,008	130,784	130,788	130,784
Bremen	146,913	145,414	146,080	145,449	145,235	145,257
Nordrhein-Westfalen	136,349	135,888	135,881	135,859	135,741	135,741
Hessen	132,447	132,301	132,343	132,258	132,256	132,256
Rheinland-Pfalz	133,609	133,469	133,414	133,160	133,133	133,142
Baden-Württemberg	130,407	129,768	129,733	128,637	128,612	128,622
Bayern	129,449	128,764	128,833	127,581	127,609	127,628
Saarland	139,786	139,476	139,727	139,543	139,457	139,457
Berlin	148,911	145,747	146,342	145,445	146,162	145,976
Brandenburg	121,880	121,848	121,243	121,534	121,650	121,638
Mecklenburg-Vorp.	139,045	137,788	137,560	137,681	137,567	137,592
Sachsen	123,864	123,657	122,760	123,063	123,166	123,125
Sachsen-Anhalt	124,946	124,596	123,265	123,774	123,920	123,876
Thüringen	120,647	120,667	120,146	120,368	120,306	120,293

Tabelle B.67: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 32.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,013	11,801	11,960	11,790	11,807	11,807
Hamburg	11,128	10,739	11,086	10,776	10,788	10,788
Niedersachsen	14,443	14,340	14,434	14,350	14,343	14,343
Bremen	16,551	16,390	16,548	16,427	16,413	16,414
Nordrhein-Westfalen	14,733	14,672	14,728	14,677	14,676	14,676
Hessen	19,384	19,329	19,366	19,299	19,294	19,295
Rheinland-Pfalz	14,076	14,035	14,061	14,023	14,023	14,022
Baden-Württemberg	13,038	12,985	13,029	12,985	12,979	12,979
Bayern	14,748	14,760	14,746	14,755	14,756	14,756
Saarland	18,945	18,959	18,944	18,950	18,949	18,949
Berlin	18,122	17,936	18,104	17,942	17,938	17,932
Brandenburg	23,854	23,515	23,752	23,417	23,681	23,502
Mecklenburg-Vorp.	18,116	18,220	18,102	18,182	18,129	18,131
Sachsen	17,055	17,022	17,054	17,030	17,029	17,029
Sachsen-Anhalt	26,520	26,219	26,420	26,113	26,087	26,071
Thüringen	31,618	29,470	31,316	29,331	31,319	29,556
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,003	11,800	11,954	11,789	11,805	11,805
Hamburg	11,122	10,738	11,081	10,775	10,788	10,788
Niedersachsen	14,438	14,338	14,428	14,350	14,342	14,342
Bremen	16,541	16,388	16,537	16,424	16,409	16,409
Nordrhein-Westfalen	14,729	14,671	14,724	14,676	14,675	14,675
Hessen	19,379	19,326	19,361	19,295	19,290	19,292
Rheinland-Pfalz	14,070	14,033	14,058	14,021	14,021	14,020
Baden-Württemberg	13,035	12,983	13,026	12,983	12,976	12,976
Bayern	14,745	14,758	14,744	14,752	14,754	14,754
Saarland	18,941	18,956	18,941	18,948	18,946	18,946
Berlin	18,117	17,931	18,098	17,937	17,931	17,927
Brandenburg	23,853	23,509	23,751	23,413	23,669	23,497
Mecklenburg-Vorp.	18,115	18,219	18,101	18,182	18,127	18,131
Sachsen	17,052	17,019	17,051	17,029	17,026	17,026
Sachsen-Anhalt	26,514	26,216	26,414	26,109	26,083	26,068
Thüringen	31,620	29,464	31,319	29,324	31,219	29,550

Tabelle B.68: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 32.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	11,964	11,787	11,918	11,778	11,792	11,792
Hamburg	11,073	10,726	11,034	10,759	10,770	10,770
Niedersachsen	14,407	14,330	14,400	14,339	14,332	14,332
Bremen	16,494	16,360	16,491	16,394	16,381	16,381
Nordrhein-Westfalen	14,705	14,662	14,702	14,666	14,665	14,665
Hessen	19,354	19,303	19,338	19,280	19,276	19,277
Rheinland-Pfalz	14,048	14,018	14,036	14,007	14,006	14,005
Baden-Württemberg	13,011	12,972	13,005	12,973	12,968	12,968
Bayern	14,735	14,745	14,734	14,740	14,741	14,741
Saarland	18,922	18,933	18,921	18,927	18,925	18,925
Berlin	18,071	17,910	18,053	17,913	17,907	17,904
Brandenburg	23,803	23,475	23,707	23,402	23,616	23,474
Mecklenburg-Vorp.	18,095	18,182	18,083	18,150	18,101	18,104
Sachsen	17,020	16,998	17,020	17,006	17,006	17,006
Sachsen-Anhalt	26,453	26,165	26,360	26,084	26,065	26,051
Thüringen	31,450	29,410	31,158	29,284	30,900	29,479
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 32.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,053	11,813	11,996	11,801	11,820	11,821
Hamburg	11,176	10,750	11,129	10,791	10,803	10,803
Niedersachsen	14,471	14,348	14,459	14,360	14,351	14,351
Bremen	16,606	16,419	16,603	16,458	16,445	16,445
Nordrhein-Westfalen	14,753	14,681	14,748	14,687	14,686	14,686
Hessen	19,410	19,347	19,391	19,315	19,309	19,311
Rheinland-Pfalz	14,097	14,051	14,080	14,037	14,036	14,036
Baden-Württemberg	13,054	12,996	13,045	12,995	12,989	12,989
Bayern	14,757	14,774	14,755	14,766	14,769	14,769
Saarland	18,962	18,982	18,962	18,971	18,969	18,969
Berlin	18,170	17,959	18,150	17,967	17,962	17,957
Brandenburg	23,899	23,547	23,791	23,428	23,741	23,527
Mecklenburg-Vorp.	18,132	18,254	18,118	18,209	18,153	18,155
Sachsen	17,082	17,042	17,082	17,051	17,051	17,051
Sachsen-Anhalt	26,576	26,264	26,467	26,138	26,104	26,088
Thüringen	31,769	29,522	31,460	29,369	31,620	29,614

Tabelle B.69: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,030	11,806	11,977	11,797	11,813	11,813
Hamburg	11,143	10,744	11,101	10,782	10,794	10,794
Niedersachsen	14,459	14,347	14,448	14,359	14,351	14,351
Bremen	16,569	16,401	16,565	16,439	16,426	16,426
Nordrhein-Westfalen	14,747	14,680	14,741	14,686	14,685	14,685
Hessen	19,395	19,346	19,377	19,313	19,308	19,310
Rheinland-Pfalz	14,091	14,041	14,075	14,030	14,030	14,029
Baden-Württemberg	13,051	12,991	13,041	12,992	12,986	12,986
Bayern	14,759	14,767	14,757	14,762	14,764	14,764
Saarland	18,958	18,971	18,956	18,962	18,960	18,960
Berlin	18,132	17,952	18,113	17,955	17,951	17,945
Brandenburg	23,861	23,542	23,759	23,435	23,707	23,519
Mecklenburg-Vorp.	18,127	18,236	18,112	18,196	18,141	18,145
Sachsen	17,067	17,032	17,066	17,040	17,039	17,039
Sachsen-Anhalt	26,531	26,248	26,430	26,134	26,107	26,091
Thüringen	31,625	29,509	31,321	29,355	31,490	29,578
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,022	11,802	11,969	11,794	11,809	11,809
Hamburg	11,139	10,742	11,099	10,780	10,793	10,793
Niedersachsen	14,451	14,345	14,441	14,356	14,350	14,350
Bremen	16,563	16,397	16,562	16,433	16,421	16,421
Nordrhein-Westfalen	14,740	14,678	14,735	14,684	14,682	14,683
Hessen	19,387	19,342	19,369	19,308	19,302	19,304
Rheinland-Pfalz	14,084	14,037	14,069	14,025	14,026	14,025
Baden-Württemberg	13,042	12,987	13,035	12,989	12,983	12,983
Bayern	14,753	14,762	14,751	14,757	14,758	14,758
Saarland	18,952	18,965	18,951	18,955	18,953	18,953
Berlin	18,120	17,945	18,100	17,944	17,941	17,934
Brandenburg	23,852	23,533	23,749	23,429	23,685	23,509
Mecklenburg-Vorp.	18,123	18,231	18,108	18,193	18,137	18,142
Sachsen	17,056	17,028	17,055	17,035	17,034	17,034
Sachsen-Anhalt	26,526	26,238	26,421	26,126	26,097	26,083
Thüringen	31,618	29,496	31,310	29,337	31,411	29,560

Tabelle B.70: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 16.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	11,963	11,786	11,917	11,779	11,792	11,791
Hamburg	11,059	10,727	11,022	10,758	10,767	10,767
Niedersachsen	14,407	14,332	14,400	14,340	14,335	14,335
Bremen	16,480	16,356	16,478	16,390	16,377	16,377
Nordrhein-Westfalen	14,707	14,664	14,703	14,667	14,666	14,667
Hessen	19,349	19,310	19,334	19,284	19,280	19,281
Rheinland-Pfalz	14,051	14,016	14,038	14,008	14,006	14,005
Baden-Württemberg	13,011	12,972	13,005	12,974	12,969	12,969
Bayern	14,741	14,743	14,739	14,739	14,741	14,741
Saarland	18,923	18,931	18,921	18,926	18,923	18,923
Berlin	18,063	17,914	18,046	17,913	17,907	17,904
Brandenburg	23,782	23,478	23,689	23,411	23,613	23,478
Mecklenburg-Vorp.	18,100	18,184	18,084	18,149	18,099	18,104
Sachsen	17,017	16,997	17,016	17,004	17,002	17,002
Sachsen-Anhalt	26,438	26,164	26,343	26,086	26,068	26,058
Thüringen	31,380	29,424	31,093	29,278	30,894	29,466
	0,75-Quantil, Erwerbstätigkeit, $n = 16.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,092	11,822	12,031	11,812	11,832	11,832
Hamburg	11,219	10,760	11,168	10,803	10,816	10,816
Niedersachsen	14,501	14,359	14,490	14,373	14,363	14,363
Bremen	16,643	16,444	16,637	16,487	16,475	16,475
Nordrhein-Westfalen	14,781	14,694	14,774	14,702	14,699	14,700
Hessen	19,430	19,376	19,413	19,336	19,331	19,332
Rheinland-Pfalz	14,124	14,063	14,105	14,052	14,051	14,050
Baden-Württemberg	13,082	13,006	13,068	13,007	13,000	13,000
Bayern	14,773	14,786	14,769	14,779	14,781	14,781
Saarland	18,988	19,003	18,986	18,993	18,991	18,991
Berlin	18,198	17,984	18,178	17,989	17,986	17,977
Brandenburg	23,927	23,590	23,817	23,455	23,779	23,553
Mecklenburg-Vorp.	18,153	18,286	18,139	18,235	18,173	18,178
Sachsen	17,104	17,061	17,103	17,071	17,069	17,069
Sachsen-Anhalt	26,617	26,317	26,501	26,177	26,134	26,117
Thüringen	31,836	29,585	31,523	29,414	31,999	29,662

Tabelle B.71: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,053	11,815	11,998	11,807	11,822	11,822
Hamburg	11,162	10,752	11,118	10,790	10,800	10,801
Niedersachsen	14,480	14,359	14,468	14,372	14,365	14,365
Bremen	16,586	16,413	16,581	16,451	16,437	16,437
Nordrhein-Westfalen	14,767	14,692	14,760	14,699	14,697	14,698
Hessen	19,420	19,372	19,401	19,337	19,332	19,333
Rheinland-Pfalz	14,116	14,056	14,099	14,046	14,045	14,044
Baden-Württemberg	13,071	13,002	13,060	13,004	12,999	12,999
Bayern	14,788	14,787	14,785	14,783	14,784	14,784
Saarland	18,979	18,988	18,976	18,978	18,975	18,975
Berlin	18,157	17,982	18,137	17,980	17,979	17,971
Brandenburg	23,886	23,584	23,782	23,468	23,782	23,553
Mecklenburg-Vorp.	18,143	18,257	18,127	18,213	18,153	18,160
Sachsen	17,099	17,058	17,097	17,066	17,064	17,064
Sachsen-Anhalt	26,561	26,289	26,457	26,167	26,166	26,124
Thüringen	31,668	29,579	31,361	29,414	31,684	29,639
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,031	11,809	11,974	11,801	11,818	11,818
Hamburg	11,143	10,749	11,101	10,787	10,796	10,797
Niedersachsen	14,453	14,355	14,443	14,364	14,358	14,358
Bremen	16,551	16,402	16,548	16,438	16,428	16,428
Nordrhein-Westfalen	14,746	14,686	14,740	14,693	14,690	14,691
Hessen	19,409	19,360	19,387	19,327	19,323	19,324
Rheinland-Pfalz	14,100	14,051	14,082	14,040	14,039	14,039
Baden-Württemberg	13,054	12,995	13,044	12,998	12,993	12,993
Bayern	14,777	14,775	14,773	14,772	14,773	14,773
Saarland	18,966	18,975	18,964	18,966	18,964	18,964
Berlin	18,138	17,971	18,119	17,967	17,959	17,953
Brandenburg	23,868	23,550	23,769	23,458	23,740	23,534
Mecklenburg-Vorp.	18,136	18,239	18,118	18,199	18,137	18,144
Sachsen	17,076	17,042	17,074	17,052	17,051	17,050
Sachsen-Anhalt	26,548	26,259	26,446	26,148	26,133	26,108
Thüringen	31,664	29,557	31,357	29,383	31,601	29,607

Tabelle B.72: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 8.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	11,950	11,785	11,907	11,779	11,789	11,789
Hamburg	11,037	10,727	11,004	10,757	10,763	10,763
Niedersachsen	14,403	14,338	14,394	14,347	14,341	14,341
Bremen	16,459	16,343	16,453	16,370	16,360	16,361
Nordrhein-Westfalen	14,706	14,668	14,702	14,672	14,671	14,671
Hessen	19,354	19,321	19,337	19,294	19,288	19,291
Rheinland-Pfalz	14,058	14,018	14,046	14,009	14,008	14,008
Baden-Württemberg	13,017	12,975	13,010	12,977	12,973	12,974
Bayern	14,752	14,705	14,750	14,747	14,749	14,749
Saarland	18,926	18,929	18,924	18,925	18,922	18,922
Berlin	18,046	17,924	18,031	17,919	17,910	17,908
Brandenburg	23,770	23,490	23,679	23,424	23,610	23,480
Mecklenburg-Vorp.	18,099	18,175	18,085	18,148	18,096	18,101
Sachsen	17,026	17,004	17,024	17,009	17,009	17,008
Sachsen-Anhalt	26,416	26,174	26,323	26,099	26,082	26,071
Thüringen	31,314	29,440	31,049	29,300	30,878	29,474
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 8.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,126	11,838	12,066	11,827	11,847	11,848
Hamburg	11,260	10,773	11,210	10,819	10,830	10,831
Niedersachsen	14,533	14,375	14,519	14,393	14,382	14,383
Bremen	16,688	16,472	16,682	16,518	16,503	16,503
Nordrhein-Westfalen	14,805	14,713	14,798	14,720	14,718	14,719
Hessen	19,468	19,416	19,449	19,372	19,367	19,370
Rheinland-Pfalz	14,161	14,084	14,140	14,075	14,073	14,072
Baden-Württemberg	13,109	13,023	13,093	13,025	13,018	13,018
Bayern	14,811	14,813	14,807	14,808	14,811	14,810
Saarland	19,015	19,033	19,012	19,023	19,020	19,021
Berlin	18,246	18,029	18,227	18,029	18,028	18,015
Brandenburg	23,978	23,667	23,868	23,496	23,895	23,606
Mecklenburg-Vorp.	18,179	18,333	18,164	18,272	18,203	18,210
Sachsen	17,157	17,098	17,156	17,109	17,105	17,105
Sachsen-Anhalt	26,683	26,386	26,565	26,219	26,193	26,162
Thüringen	31,988	29,687	31,645	29,498	32,400	29,783

Tabelle B.73: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,104	11,832	12,047	11,829	11,842	11,842
Hamburg	11,205	10,769	11,159	10,811	10,818	10,821
Niedersachsen	14,529	14,387	14,515	14,402	14,394	14,395
Bremen	16,636	16,450	16,629	16,488	16,474	16,474
Nordrhein-Westfalen	14,811	14,721	14,802	14,728	14,726	14,727
Hessen	19,468	19,434	19,446	19,388	19,390	19,384
Rheinland-Pfalz	14,166	14,081	14,146	14,074	14,073	14,072
Baden-Württemberg	13,114	13,027	13,101	13,030	13,025	13,025
Bayern	14,837	14,821	14,832	14,817	14,819	14,819
Saarland	19,030	19,037	19,025	19,022	19,017	19,017
Berlin	18,200	18,045	18,177	18,030	18,033	18,020
Brandenburg	23,928	23,681	23,820	23,539	23,924	23,622
Mecklenburg-Vorp.	18,178	18,311	18,160	18,258	18,189	18,199
Sachsen	17,153	17,104	17,148	17,110	17,108	17,108
Sachsen-Anhalt	26,619	26,400	26,511	26,248	26,339	26,202
Thüringen	31,735	29,746	31,421	29,532	31,957	29,745
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,061	11,820	12,009	11,818	11,831	11,830
Hamburg	11,165	10,765	11,116	10,800	10,807	10,811
Niedersachsen	14,482	14,378	14,471	14,393	14,385	14,387
Bremen	16,594	16,427	16,591	16,469	16,454	16,454
Nordrhein-Westfalen	14,781	14,709	14,776	14,716	14,714	14,715
Hessen	19,444	19,411	19,424	19,370	19,370	19,370
Rheinland-Pfalz	14,136	14,072	14,120	14,062	14,061	14,061
Baden-Württemberg	13,085	13,016	13,074	13,018	13,016	13,016
Bayern	14,818	14,805	14,812	14,801	14,803	14,802
Saarland	19,011	19,004	19,006	18,999	18,994	18,994
Berlin	18,155	18,023	18,132	18,006	17,996	17,992
Brandenburg	23,906	23,629	23,802	23,515	23,815	23,582
Mecklenburg-Vorp.	18,163	18,279	18,146	18,233	18,167	18,176
Sachsen	17,126	17,087	17,123	17,092	17,089	17,088
Sachsen-Anhalt	26,586	26,354	26,483	26,219	26,197	26,166
Thüringen	31,693	29,716	31,390	29,482	31,820	29,670

Tabelle B.74: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 4.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	11,946	11,789	11,909	11,787	11,795	11,794
Hamburg	11,022	10,728	10,988	10,756	10,762	10,765
Niedersachsen	14,411	14,351	14,403	14,361	14,354	14,354
Bremen	16,450	16,341	16,442	16,366	16,354	16,354
Nordrhein-Westfalen	14,721	14,680	14,715	14,684	14,683	14,684
Hessen	19,373	19,345	19,355	19,318	19,316	19,315
Rheinland-Pfalz	14,074	14,023	14,063	14,021	14,020	14,020
Baden-Württemberg	13,030	12,985	13,021	12,990	12,987	12,986
Bayern	14,781	14,766	14,777	14,761	14,763	14,763
Saarland	18,945	18,943	18,941	18,941	18,937	18,937
Berlin	18,050	17,952	18,031	17,940	17,930	17,928
Brandenburg	23,775	23,522	23,679	23,463	23,646	23,513
Mecklenburg-Vorp.	18,112	18,180	18,096	18,154	18,103	18,111
Sachsen	17,048	17,024	17,042	17,026	17,025	17,022
Sachsen-Anhalt	26,429	26,210	26,341	26,137	26,120	26,104
Thüringen	31,265	29,507	30,995	29,342	30,809	29,477
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 4.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,207	11,866	12,142	11,862	11,879	11,880
Hamburg	11,349	10,799	11,283	10,853	10,857	10,861
Niedersachsen	14,607	14,412	14,595	14,428	14,418	14,419
Bremen	16,774	16,529	16,771	16,577	16,562	16,562
Nordrhein-Westfalen	14,866	14,750	14,854	14,759	14,756	14,757
Hessen	19,525	19,495	19,500	19,438	19,437	19,433
Rheinland-Pfalz	14,222	14,122	14,205	14,117	14,118	14,116
Baden-Württemberg	13,167	13,054	13,150	13,061	13,055	13,054
Bayern	14,869	14,858	14,864	14,854	14,854	14,854
Saarland	19,093	19,095	19,088	19,077	19,071	19,072
Berlin	18,323	18,117	18,298	18,100	18,100	18,087
Brandenburg	24,039	23,784	23,922	23,592	24,125	23,690
Mecklenburg-Vorp.	18,227	18,415	18,210	18,340	18,255	18,264
Sachsen	17,220	17,164	17,214	17,172	17,168	17,166
Sachsen-Anhalt	26,758	26,526	26,639	26,327	26,360	26,269
Thüringen	32,136	29,910	31,803	29,671	32,849	29,932

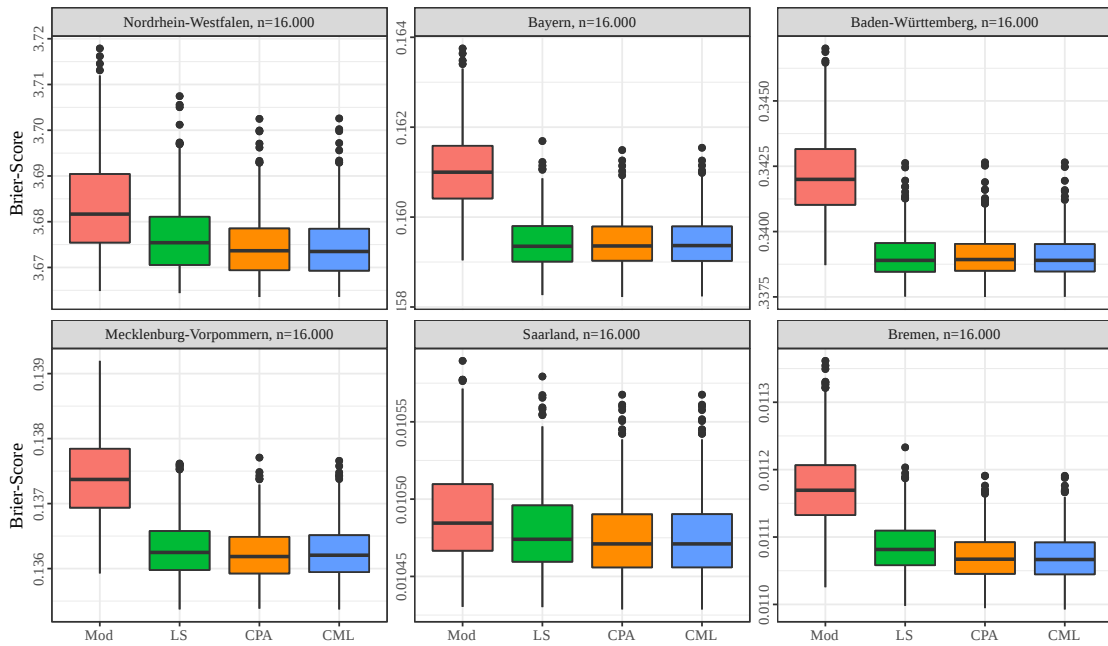
Tabelle B.75: Arithmetisches Mittel und Median der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	Arithmetisches Mittel, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,222	11,879	12,157	11,883	11,892	11,894
Hamburg	11,300	10,804	11,246	10,849	10,850	10,857
Niedersachsen	14,631	14,447	14,611	14,465	14,455	14,458
Bremen	16,746	16,519	16,732	16,560	16,542	16,544
Nordrhein-Westfalen	14,912	14,787	14,897	14,797	14,793	14,795
Hessen	19,568	19,564	19,543	19,502	19,519	19,496
Rheinland-Pfalz	14,279	14,145	14,252	14,142	14,141	14,141
Baden-Württemberg	13,210	13,085	13,191	13,091	13,085	13,086
Bayern	14,943	14,902	14,933	14,897	14,898	14,899
Saarland	19,125	19,122	19,115	19,101	19,099	19,094
Berlin	18,293	18,183	18,267	18,148	18,163	18,143
Brandenburg	24,013	23,874	23,902	23,698	24,140	23,787
Mecklenburg-Vorp.	18,251	18,415	18,231	18,346	18,265	18,285
Sachsen	17,273	17,218	17,263	17,217	17,211	17,215
Sachsen-Anhalt	26,728	26,599	26,615	26,411	26,647	26,368
Thüringen	31,846	30,043	31,527	29,778	32,251	29,986
	Median, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,139	11,865	12,087	11,866	11,876	11,877
Hamburg	11,241	10,781	11,188	10,824	10,822	10,828
Niedersachsen	14,570	14,419	14,546	14,435	14,427	14,428
Bremen	16,655	16,452	16,642	16,502	16,483	16,484
Nordrhein-Westfalen	14,859	14,762	14,848	14,773	14,768	14,768
Hessen	19,519	19,502	19,496	19,461	19,462	19,457
Rheinland-Pfalz	14,224	14,123	14,204	14,122	14,117	14,117
Baden-Württemberg	13,160	13,061	13,144	13,071	13,062	13,063
Bayern	14,903	14,867	14,893	14,864	14,864	14,865
Saarland	19,077	19,060	19,065	19,053	19,053	19,048
Berlin	18,236	18,125	18,219	18,105	18,106	18,098
Brandenburg	23,965	23,776	23,859	23,647	23,968	23,739
Mecklenburg-Vorp.	18,220	18,332	18,198	18,296	18,230	18,238
Sachsen	17,217	17,179	17,213	17,176	17,162	17,169
Sachsen-Anhalt	26,661	26,471	26,561	26,349	26,387	26,315
Thüringen	31,793	29,923	31,475	29,673	31,991	29,857

Tabelle B.76: 0,25- und 0,75-Quantil der Brier-Werte ($\times 1.000$) – regionalisierte Vorhersagen (Erwerbsstatus) – $n = 2.000$

	0,25-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	11,986	11,814	11,945	11,815	11,820	11,821
Hamburg	11,018	10,739	10,977	10,761	10,762	10,764
Niedersachsen	14,442	14,375	14,430	14,384	14,375	14,376
Bremen	16,457	16,348	16,453	16,372	16,361	16,360
Nordrhein-Westfalen	14,767	14,712	14,759	14,716	14,718	14,717
Hessen	19,421	19,389	19,406	19,371	19,370	19,371
Rheinland-Pfalz	14,133	14,061	14,116	14,054	14,055	14,054
Baden-Württemberg	13,073	13,013	13,067	13,018	13,017	13,017
Bayern	14,826	14,809	14,820	14,805	14,807	14,807
Saarland	18,972	18,958	18,966	18,949	18,954	18,952
Berlin	18,075	17,997	18,057	17,995	17,983	17,982
Brandenburg	23,785	23,591	23,696	23,533	23,725	23,579
Mecklenburg-Vorp.	18,140	18,191	18,122	18,165	18,124	18,135
Sachsen	17,112	17,084	17,108	17,088	17,083	17,083
Sachsen-Anhalt	26,452	26,282	26,358	26,229	26,238	26,199
Thüringen	31,202	29,635	30,949	29,464	30,821	29,609
	0,75-Quantil, Pflegebedürftigkeit, $n = 2.000$					
	Mod	MS1	MS2	LS	CPA	CML
Schleswig-Holstein	12,372	11,925	12,282	11,933	11,952	11,953
Hamburg	11,499	10,852	11,437	10,908	10,912	10,927
Niedersachsen	14,729	14,488	14,711	14,511	14,497	14,502
Bremen	16,922	16,618	16,911	16,665	16,649	16,650
Nordrhein-Westfalen	15,000	14,835	14,983	14,853	14,843	14,847
Hessen	19,657	19,666	19,627	19,597	19,598	19,587
Rheinland-Pfalz	14,375	14,214	14,348	14,208	14,206	14,207
Baden-Württemberg	13,293	13,131	13,266	13,137	13,131	13,133
Bayern	15,017	14,957	15,004	14,959	14,955	14,956
Saarland	19,220	19,222	19,209	19,193	19,190	19,187
Berlin	18,430	18,288	18,399	18,242	18,267	18,241
Brandenburg	24,154	24,015	24,030	23,797	24,396	23,915
Mecklenburg-Vorp.	18,334	18,549	18,310	18,473	18,368	18,390
Sachsen	17,382	17,314	17,367	17,317	17,304	17,310
Sachsen-Anhalt	26,906	26,773	26,774	26,518	26,784	26,468
Thüringen	32,358	30,261	31,989	29,986	33,415	30,203

Erwerbstätigkeit; binäre abhängige Variable



Pflegebedürftigkeit; binäre abhängige Variable

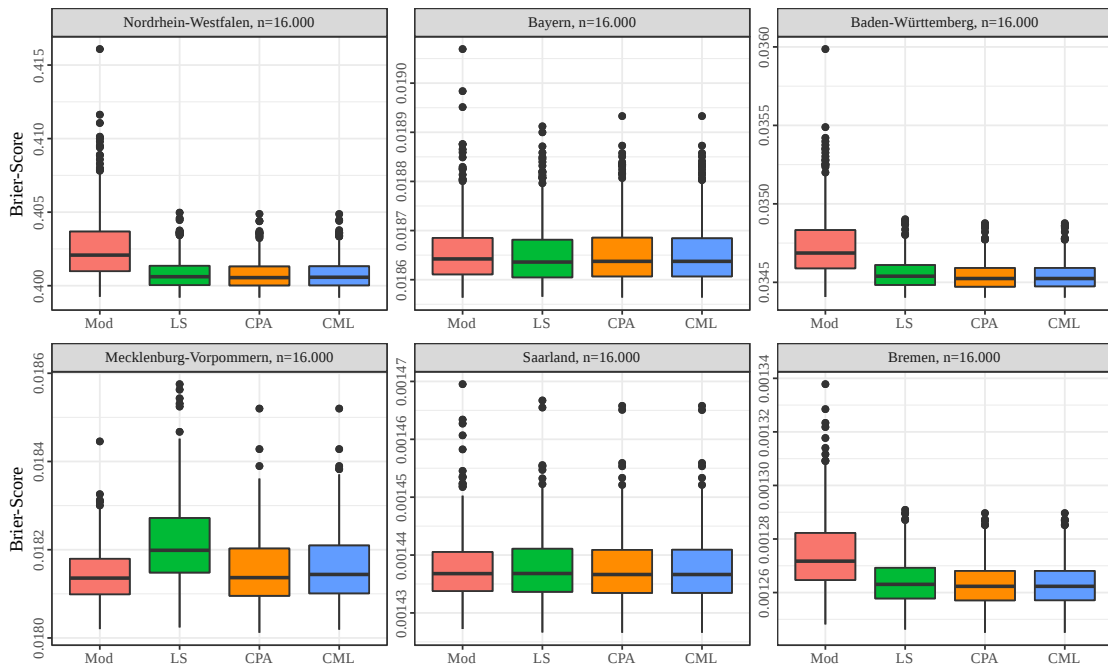


Abbildung B.6: Brier-Werte ($\times 1.000$) bei ausgewählten Bundesländern, $n=4.000$

Anhang C

Ergänzungen zur Simulation räumlicher Mobilität

C.1 BIRLS-Algorithmus für multinomiale Anpassungen

Algorithmus 6 Benchmarked Iterative Randomized Logit Scaling (BIRLS) für multinomiale Anpassungen am Beispiel der Wanderung zwischen Bundesländern

$$\delta_b = \sum_{j=1}^{J_b^{(t)}} \sum_{l=1}^{L_b^{(t)}} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_b^{(t)h}} \pi_{b,h}^{(t)l} z_{b,j,h}^{(t)} - \tau_{b,l,j}^{(t)} \right)^2}{\tau_{b,l,j}^{(t)}} \right]$$

$$\delta_b^{min} = \delta$$

while $\delta_b > \epsilon$ **do**

$$\pi_{b,h}^{(t)l*} = \pi_{b,h}^{(t)l}$$

$$k = \text{sample} \left(1, \dots, J_b^{(t)}, \text{replace} = \text{FALSE}, \text{size} = J_b^{(t)} \right)$$

for $j = k_{[1]}, \dots, k_{[J_b^{(t)}]}$ **do**

for $l = 1, \dots, L_b$ **do**

$$\rho_{l,j} = \frac{\tau_{b,l,j}^{(t)}}{\sum_{h=1}^{N_b^{(t)h}} \sum_{l=1}^{L_b^{(t)}} q_{b,j,h}^{(t)} \pi_{b,h}^{(t)l}}$$

$$\pi_{b,h}^{(t)l} = \rho_{l,j} \pi_{b,h}^{(t)l} \quad \forall \quad z_{b,j,h}^{(t)} > 0$$

end for

end for

$$\pi_{b,h}^{(t)l} = \pi_{b,h}^{(t)l} \frac{1}{\sum_{l=1}^{L_b} \pi_{b,h}^{(t)l}}$$

$$\delta = \sum_{j=1}^{J_l} \sum_{l=1}^{L_b} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_b^{(t)h}} \pi_{b,h}^{(t)l} q_{b,j,h}^{(t)} - \tau_{b,l,j}^{(t)} \right)^2}{\tau_{b,l,j}^{(t)}} \right]$$

if $\delta_b \leq \delta_b^{min}$ **then**

$$\delta_b^{min} = \delta_b$$

end if

if $\delta_b > \delta_b^{min}$ **then**

$$\pi_{b,h}^{(t)l} = \pi_{b,h}^{(t)l*}$$

end if

end while

C.2 Beispielhafte Anwendung des BIRLS-Algorithmus

Tabelle C.1: Beispiel zur Generierung von Haushaltswahrscheinlichkeiten

Pers. u	Haush. h	Reg. r	Kl. j	$\hat{\pi}_{r,u}^{em}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em[0]}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em,BIRLS}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em,IPU}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em,lin}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em,log}$	$\hat{\pi}_{r,h}^{em,rak}$
1	1	1	1	0,375	0,400	0,548	0,524	0,478	0,503	0,506
2	1	1	3	0,300						
3	2	1	3	0,300	0,600	0,668	0,684	0,677	0,691	0,692
4	3	1	4	0,125	0,400	0,121	0,128	-0,013	0,055	0,056
5	3	1	4	0,125						
6	4	1	1	0,375	0,600	0,670	0,690	0,640	0,656	0,657
7	5	1	2	0,250	0,600	0,427	0,408	0,441	0,428	0,427
8	6	1	4	0,125	0,600	0,237	0,192	0,290	0,227	0,225
9	7	1	5	0,333	0,600	0,495	0,491	0,471	0,477	0,477
10	8	1	4	0,125	0,400	0,157	0,147	0,220	0,167	0,165
11	8	1	1	0,375						
12	9	1	1	0,375	0,300	0,279	0,267	0,279	0,271	0,270
13	9	1	3	0,300						
14	9	1	2	0,250						
15	10	1	4	0,125	0,400	0,064	0,087	0,087	0,106	0,107
16	10	1	2	0,250						
17	11	1	3	0,300	0,400	0,369	0,373	0,366	0,367	0,367
18	11	1	5	0,333						
19	12	1	5	0,333	0,300	0,043	0,060	0,105	0,080	0,079
20	12	1	3	0,300						
21	12	1	4	0,125						
22	12	1	3	0,300						
23	13	1	2	0,250	0,600	0,427	0,408	0,441	0,428	0,427
24	14	1	1	0,375	0,300	0,670	0,690	0,640	0,656	0,657
25	15	1	5	0,333						
26	15	1	3	0,300						
27	15	1	3	0,300						
28	15	1	1	0,375	0,600	0,229	0,214	0,222	0,232	0,232
29	16	1	5	0,333	0,600	0,495	0,491	0,471	0,477	0,477
30	17	1	2	0,250	0,300	0,222	0,232	0,180	0,176	0,176
31	17	1	3	0,300						
32	17	1	2	0,250						
33	18	1	1	0,375	0,300	0,224	0,235	0,260	0,257	0,257
34	18	1	2	0,250						
35	18	1	1	0,375						
36	19	1	5	0,333	0,400	0,369	0,373	0,366	0,367	0,367
37	19	1	3	0,300						
38	20	1	4	0,125	0,600	0,134	0,131	0,131	0,159	0,161
39	21	1	2	0,250	0,400	0,121	0,128	0,193	0,151	0,150
40	21	1	4	0,125						

$\hat{\pi}_{r,u}^{em}$: Individuelle Wahrscheinlichkeit auf Basis der Totalwerte, $\hat{\pi}_{r,h}^{em[0]}$: Haushaltswahrscheinlichkeit, Startwahrscheinlichkeit für die Kalibrierung, $\hat{\pi}_{r,h}^{em,BIRLS}$: Haushaltswahrscheinlichkeit nach Kalibrierung mit BIRLS, $\hat{\pi}_{r,h}^{em,IPU}$: Haushaltswahrscheinlichkeit nach Kalibrierung mit IPU, $\hat{\pi}_{r,h}^{em,lin}$: Haushaltswahrscheinlichkeit nach Kalibrierung mit linearer Distanzfunktion, $\hat{\pi}_{r,h}^{em,log}$: Haushaltswahrscheinlichkeit nach Kalibrierung mit Logit-Distanzfunktion, $\hat{\pi}_{r,h}^{em,rak}$: Haushaltswahrscheinlichkeit nach Kalibrierung mit Raking-Distanzfunktion.

Die Funktionsweise von BIRLS wird nachfolgend anhand eines einfachen Beispiels verdeutlicht. Tabelle C.1 zeigt eine fiktive Basispopulation aus einer Region $r = 1$ mit 40 Personen, die in insgesamt 21 Haushalten leben. Das Vorgehen wird für eine Periode durchgeführt, auf eine Indizierung der Zeit t oder der Simulationsperiode s wird verzichtet. Die Wanderungsdaten liegen für $J_1 = 5$ soziodemographische Klassen mit $j = 1, 2, \dots, 5$ vor. Somit sind fünf Totalwerte bekannt: $\tau_{1,1}^{em} = 3$, $\tau_{1,2}^{em} = 2$, $\tau_{1,3}^{em} = 3$, $\tau_{1,4}^{em} = 1$, $\tau_{1,5}^{em} = 3$. Insgesamt sollen somit 12 Personen über die Grenzen der Region ziehen. Da die soziodemographische Differenzierung auch in der Population vorgenommen werden kann, lassen sich individuelle Wahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,u}^{em}$ für eine Person in soziodemographischer Klasse j berechnen über:

$$\hat{\pi}_{r,u}^{em} = \frac{\tau_{r,j}^{em}}{\hat{\tau}_{r,j}}.$$

Da $\hat{\tau}_{r,j}$ aus der (synthetischen) Basispopulation stammt, wird der Wert und folglich auch die individuelle Wahrscheinlichkeit als geschätzt markiert. Folglich ergeben sich die individuellen Wahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned}\hat{\pi}_{1,1}^{em} &= \frac{\tau_{1,1}^{em}}{\tau_{1,1}} = \frac{3}{8} = 0,374, \\ \hat{\pi}_{1,2}^{em} &= \frac{\tau_{1,3}^{em}}{\tau_{1,3}} = \frac{3}{10} = 0,300, \\ \hat{\pi}_{1,3}^{em} &= \frac{\tau_{1,3}^{em}}{\tau_{1,3}} = \frac{3}{10} = 0,300, \\ &\vdots \\ \hat{\pi}_{1,40}^{em} &= \frac{\tau_{1,4}^{em}}{\tau_{1,4}} = \frac{1}{8} = 0,125.\end{aligned}$$

Gleichzeitig wird angenommen, dass Haushaltswahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{em[0]}$ vorliegen, die auf Basis eines externen Modells geschätzt wurden. Während bei den individuellen Wahrscheinlichkeiten die bekannten Werte genau eingehalten werden, führen die Haushaltswahrscheinlichkeiten zu deutlichen Abweichungen zu den bekannten Totalwerten. Diese werden nachfolgend als Ausgangswahrscheinlichkeiten für die Anwendung von Kalibrierungsmethoden verwendet. Der BIRLS-Algorithmus startet, indem die Startwahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{em} = \hat{\pi}_{r,h}^{em[0]}$ und die Gegenwahrscheinlichkeiten $\hat{\pi}_{r,h}^{c,em} = 1 - \hat{\pi}_{r,h}^{em[0]}$ gesetzt werden. Zudem wird als tolerierte Abweichung ein Wert von $\epsilon = 0.000001$ gewählt. Anschließend wird der Zielwert δ berechnet:

$$\delta = \sum_{j=1}^{J_1} \left[\frac{\left(\sum_{h=1}^{N_r^h} \pi_{r,h}^{em} q_{r,j,h} - \tau_{r,j}^{em} \right)^2}{\tau_{r,j}^{em}} \right] = \left[\frac{(3,1-3)^2}{3} \right] + \left[\frac{(3,4-2)^2}{2} \right] + \left[\frac{(3,2-3)^2}{3} \right] + \left[\frac{(3,4-1)^2}{1} \right] + \left[\frac{(2,4-2)^2}{2} \right] = 6,836667$$

Wie zu erkennen ist, liegt δ deutlich über ϵ .

Durch zufällige Ziehung wird die Reihenfolge der Benchmarks für die Anpassung bestimmt. In der ersten Iteration ergibt sich die Zufallsreihenfolge: 4, 3, 1, 5, 2. Somit wird mit der Anpassung der Wahrscheinlichkeiten an den Benchmark $\tau_{1,4}^{em}$ begonnen. Dafür werden die Anpassungsfaktoren für die Wahrscheinlichkeit

$$\rho_4 = \frac{\tau_{r,j}^{em}}{\sum_{h=1}^{\tilde{N}_r^h} q_{r,j,h} \hat{\pi}_{r,h}^{em}} = \frac{1}{3,4} = 0,2941176$$

und die Gegenwahrscheinlichkeit

$$\rho_4^c = \frac{\tau_{r,j} - \tau_{r,j}^{em}}{\sum_{h=1}^{\tilde{N}_r^h} q_{r,j,h} \pi_{r,h}^{c,em}} = \frac{7}{4,6} = 1,521739.$$

berechnet. Nachfolgend werden die Wahrscheinlichkeiten und Gegenwahrscheinlichkeiten für alle Haushalte mit $q_{r,4,h} > 0$, also für alle Haushalte in denen mindestens eine Person in Klasse $j = 4$ lebt, mit dem Faktor angepasst. Somit ergeben sich die angepassten Werte

$$\begin{aligned} \pi_{1,3}^{em} &= \pi_{1,3}^{em} \cdot \rho_4 = 0,400 \cdot 0,2941176 = 0,117647 \\ \pi_{1,4}^{em} &= \pi_{1,4}^{em} \cdot \rho_4 = 0,400 \cdot 0,2941176 = 0,117647 \\ &\vdots \\ \pi_{1,21}^{em} &= \pi_{1,21}^{em} \cdot \rho_4 = 0,125 \cdot 0,2941176 = 0,036765 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\pi_{1,3}^{c,em} &= \pi_{1,3}^{c,em} \cdot \rho_4 = 0,600 \cdot 1,521739 = 0,9130434 \\ \pi_{1,4}^{c,em} &= \pi_{1,4}^{c,em} \cdot \rho_4 = 0,600 \cdot 1,521739 = 0,9130434 \\ &\dots \\ \pi_{1,21,1}^{c,em} &= \pi_{1,21}^{c,em} \cdot \rho_4 = 0,875 \cdot 1,521739 = 1,331522.\end{aligned}$$

Dieses Vorgehen wird analog für alle übrigen Klassen in der festgelegten Reihenfolge durchgeführt. Da Personen mit unterschiedlichen Merkmalen in Haushalten zusammenleben, können bereits angepasst Wahrscheinlichkeiten wieder verändert werden. Die im Beispiel gezeigten Haushalte $h = 3$ und $h = 21$ sind Ein-Personen Haushalte, daher bleiben die Wahrscheinlichkeit unverändert, während für $h = 4$ nach Anpassung aller Klassen die Wahrscheinlichkeit 0,63312282 resultiert. Im letzten Schritt werden die Werte wieder so angepasst, dass alle Wahrscheinlichkeiten zwischen 0 und 1 liegen:

$$\begin{aligned}\pi_{1,3}^{em} &= \frac{\pi_{1,3}^{em}}{\pi_{1,3}^{em} + \pi_{1,3}^{c,em}} = \frac{0,117647}{0,117647 + 0,913043} = 0,114144 \\ \pi_{1,4}^{em} &= \frac{\pi_{1,4}^{em}}{\pi_{1,4}^{em} + \pi_{1,4}^{c,em}} = \frac{0,633123}{0,633123 + 0,913043} = 0,614640 \\ &\vdots \\ \pi_{1,21}^{em} &= \frac{\pi_{1,21}^{em}}{\pi_{1,21}^{em} + \pi_{1,21}^{c,em}} = \frac{0,117647}{0,117647 + 0,913043} = 0,1141444\end{aligned}$$

Damit die Summe aus Wahrscheinlichkeit und Gegenwahrscheinlichkeit wieder 1 ergibt, werden die Gegenwahrscheinlichkeiten über $\pi_{1,h}^{c,em} = 1 - \pi_{1,h}^{em}$ ebenfalls neu berechnet. Im letzten Schritt jeder Iteration wird der Zielwert δ aktualisiert. Die, nach Klasse j aufsummierten, Wahrscheinlichkeiten ergeben nun 2,650101 für $j = 1$, 2,059118 für $j = 2$, 2,758911 für $j = 3$, 0,949141 für $j = 4$ und 2,093636 für $j = 5$. Die im Beispiel gezeigten Wahrscheinlichkeiten sind nun 0,11414392 für $h = 3$ und $h = 21$ und 0,614640 für $h = 4$. Anschließend lässt sich der Zielwert über

$$\begin{aligned}\delta &= \left[\frac{(2,650101 - 3)^2}{3} \right] + \left[\frac{(2,059118 - 2)^2}{2} \right] + \left[\frac{(2,758911 - 3)^2}{3} \right] + \\ &\quad \left[\frac{(0,949141 - 1)^2}{1} \right] + \left[\frac{(2,093636 - 2)^2}{2} \right] = 0,068902\end{aligned}$$

berechnen. Im Vergleich zum Startwert von 6,836667 konnte somit schon eine deutliche Verbesserung erzielt werden. Das Vorgehen wird nun so oft wiederholt, bis $\delta < \epsilon$

oder bis keine Verbesserung mehr erzielt werden kann. Für dieses Beispiel wurde $\epsilon = 0,000001$ gewählt, was nach 11 Iteration mit einem Wert von $\delta = 0,0000002$ erreicht wird.

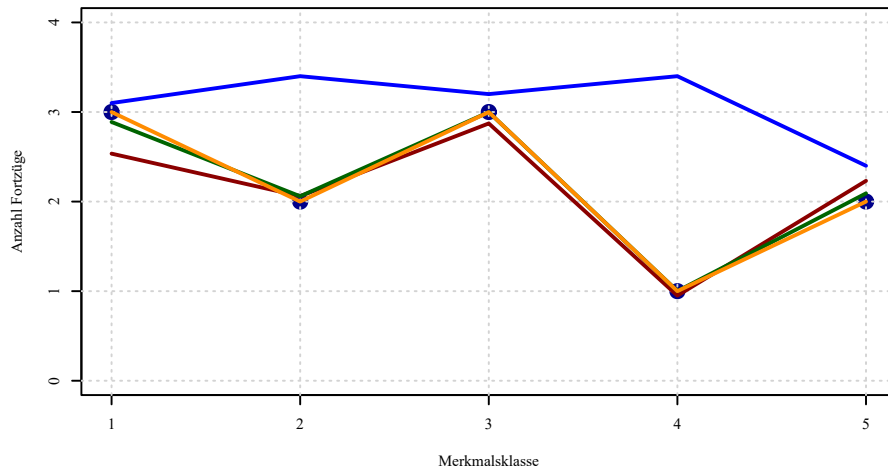


Abbildung C.1: Iterative Veränderung der klassenspezifischen Totalwerte; Blaue Punkte: Bekannte Benchmarkwerte; blaue Linie: Werte nach 1. Iteration; rote Linie: Werte nach 2. Iteration, grüne Linie: Werte nach 3. Iteration, orange Linie: Werte nach Erreichen der Konvergenz

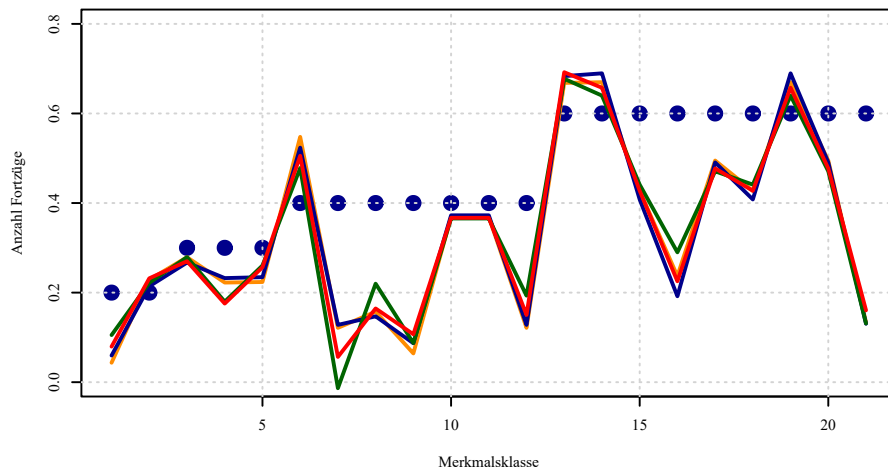


Abbildung C.2: Vergleich der angepassten Wahrscheinlichkeiten; Blaue Punkte: Startwahrscheinlichkeiten; blaue Linie: IPU; rote Linie: Kalibrierung mit Logit/Raking Distanzfunktion; grüne Linie: Kalibrierung mit linearer Distanzfunktion; orange Linie: BIRLS

Abbildung C.1 veranschaulicht die Entwicklung der Erwartungswerte für die Klassen über die ersten drei Iterationen. Die blauen Linien zeigen, dass die Differenzen bei $j = 1$, $j = 3$ und $j = 5$ zu Beginn schon relativ gering sind, während bei $j = 2$ und $j = 4$ deutliche Unterschiede erkennbar sind. Bereits nach der ersten Iteration sind nur noch kleine Abweichungen auszumachen, wobei diese für $j = 1$ und $j = 3$ sogar größer geworden sind. Anhand der grünen Linie lässt sich zeigen, dass diese nach der dritten Iteration nochmals reduziert werden können. Die finalen Wahrscheinlichkeiten $\pi_{r,h}^{em,BIRLS}$ sind in Tabelle C.1 zu finden. Zusätzlich sind zum Vergleich die angepassten Wahrscheinlichkeiten mittels IPU $\pi_{r,h}^{em,IPU}$, Kalibrierung mit linearer $\pi_{r,h}^{em,lin}$, logistischer $\pi_{r,h}^{em,log}$ und Raking-Distanzfunktion $\pi_{r,h}^{em,rak}$ aufgeführt.

In Abbildung C.2 werden die Anfangswahrscheinlichkeiten sowie die angepassten Wahrscheinlichkeiten abgebildet. Die Anfangswerte sind der Größe nach aufsteigend als blaue Punkte eingetragen, während die Linien den angepassten Werten entsprechen. Die Kalibrierung mit linearer Distanzfunktion führt im Fall von $h = 3$ zu einem negativen Wert. Das ist bei allen anderen Ansätzen nicht möglich. Jedoch können, abgesehen von BIRLS, Werte über 1 auftreten, was jedoch im Beispiel nicht vorkommt. Die rote Linie steht für eine Kalibrierung mit Logit- beziehungsweise Raking-Distanzfunktion, da individuelle Linien zu einer kompletten Überlagerung führen. Dennoch gibt es leichte Unterschiede, wie in Tabelle C.1 zu erkennen ist. Insgesamt kann festgestellt werden, dass die angepassten Wahrscheinlichkeiten durchaus ähnlich ausfallen und nur relativ geringe Unterschiede auszumachen sind.

C.3 Simulierte Fortzüge über Kreisgrenzen

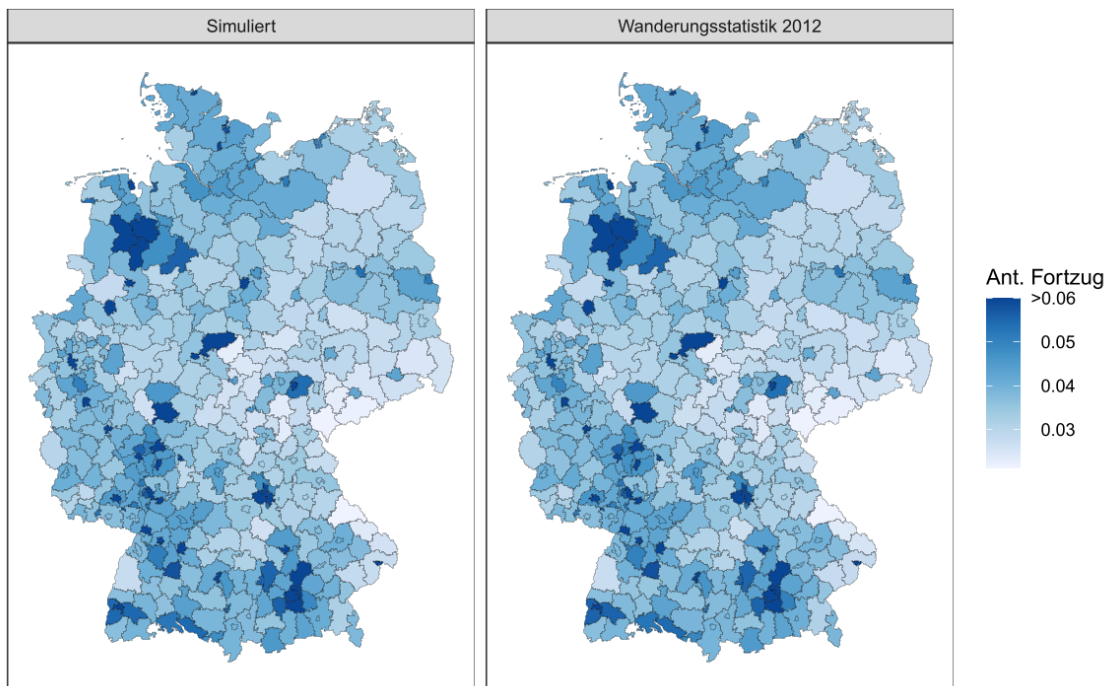


Abbildung C.3: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012

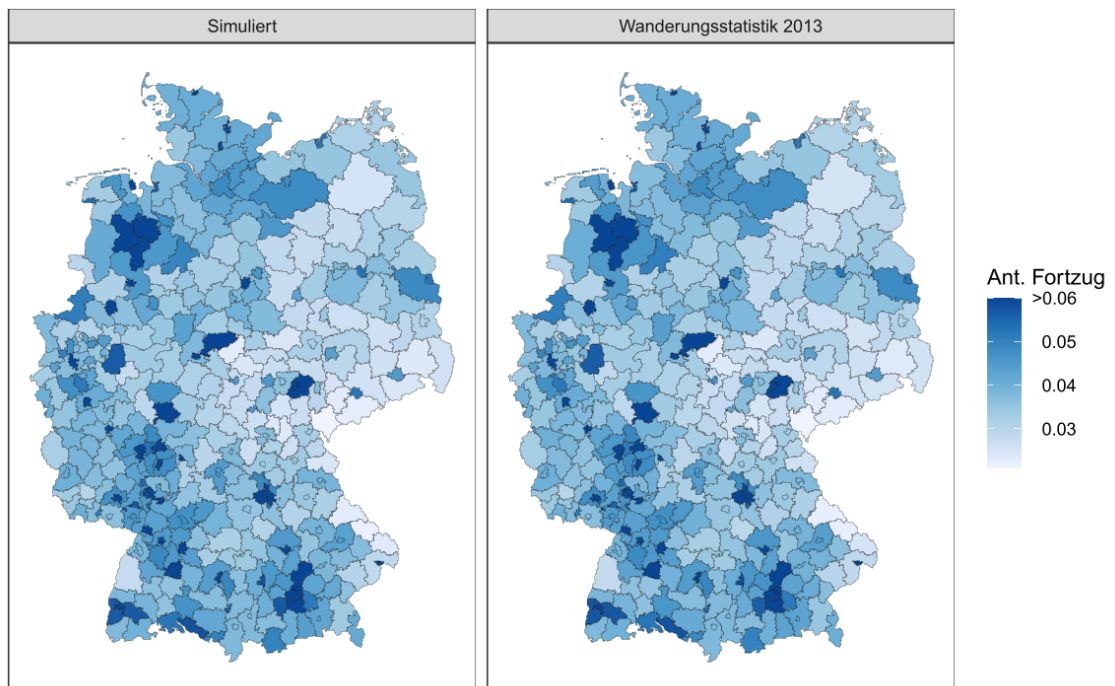


Abbildung C.4: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013

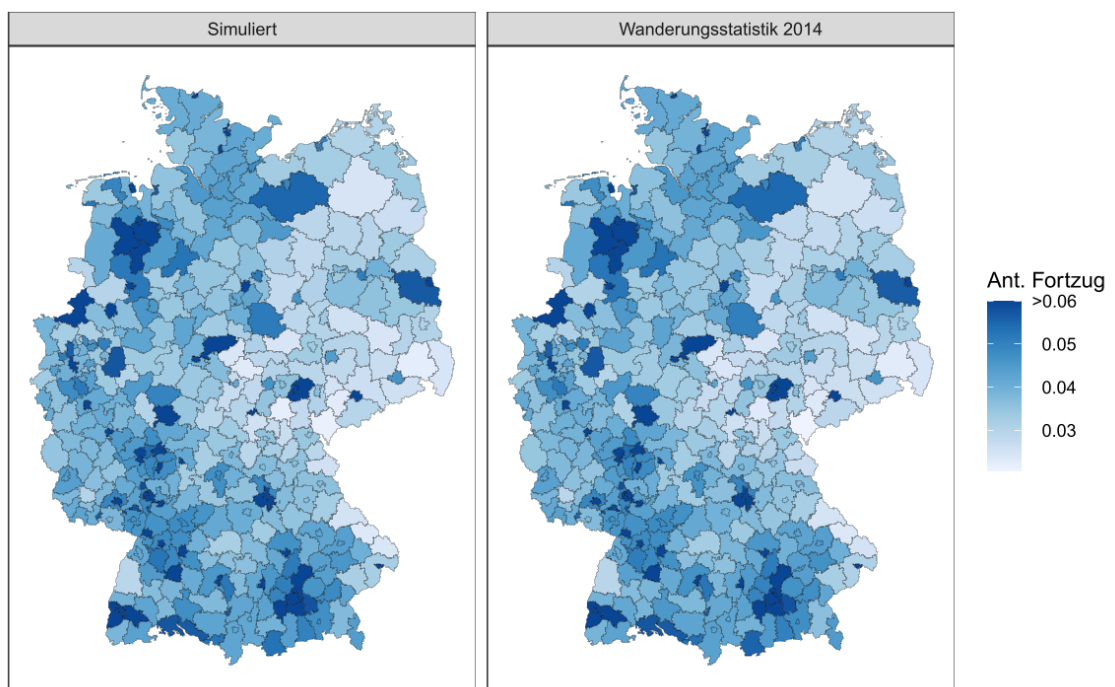


Abbildung C.5: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014

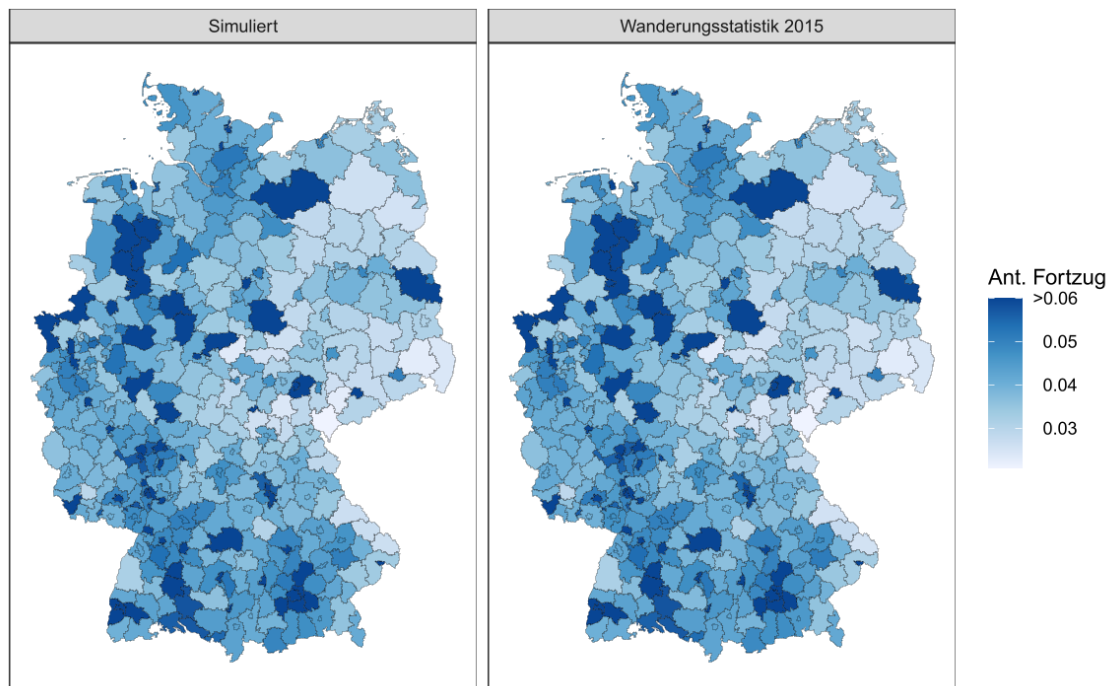


Abbildung C.6: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015

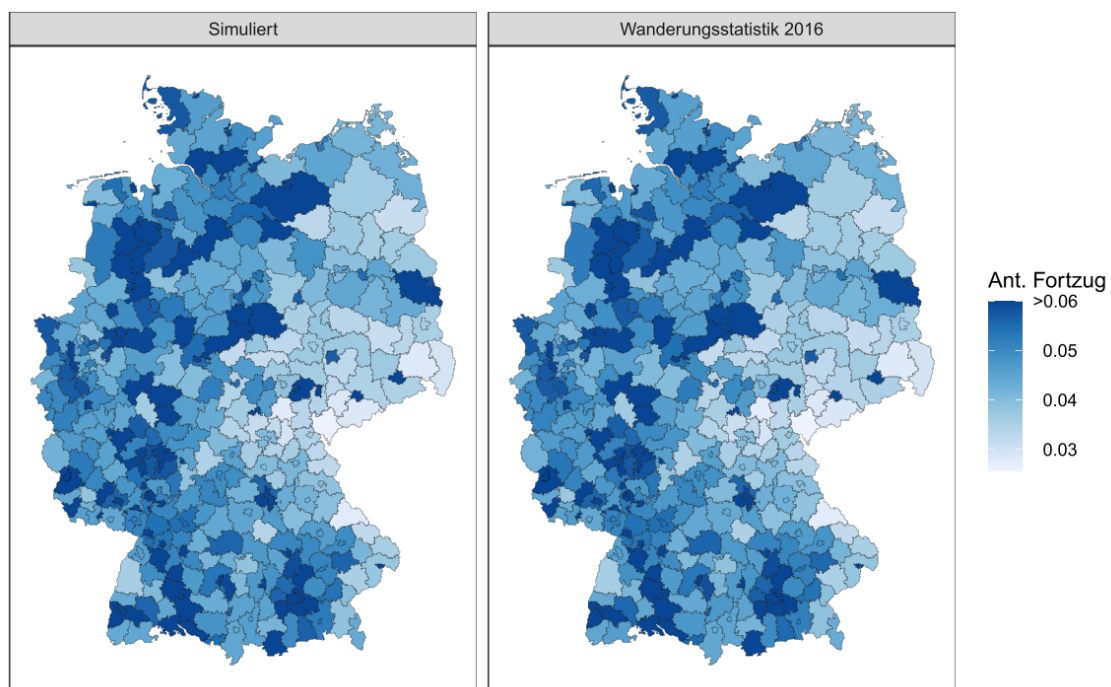


Abbildung C.7: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016

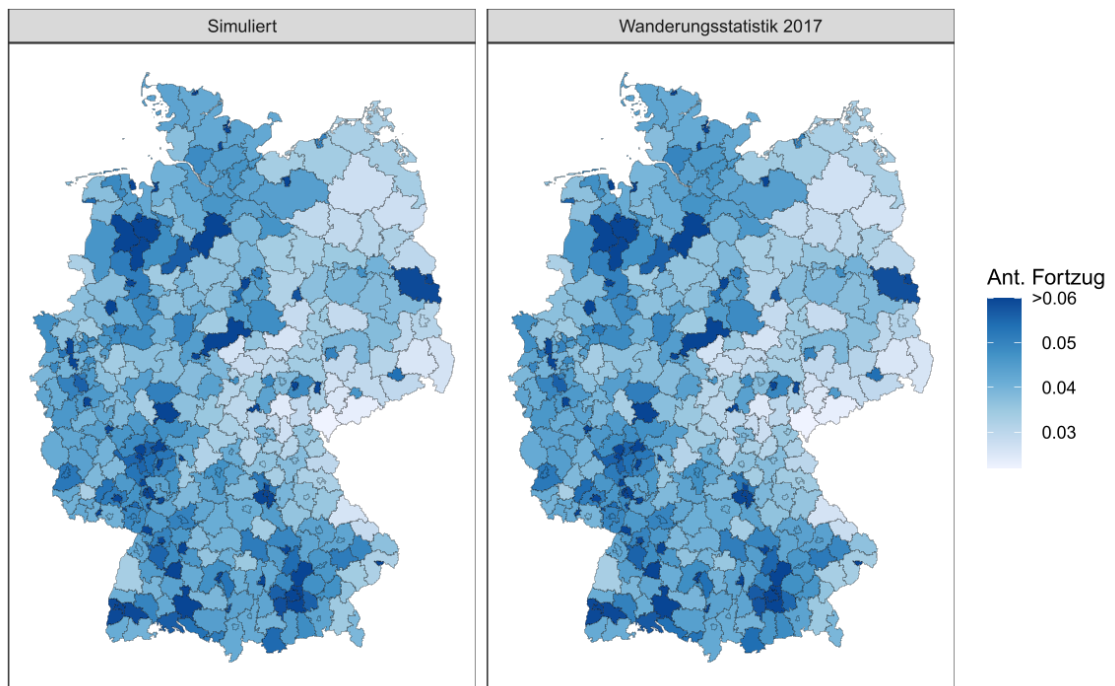


Abbildung C.8: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017

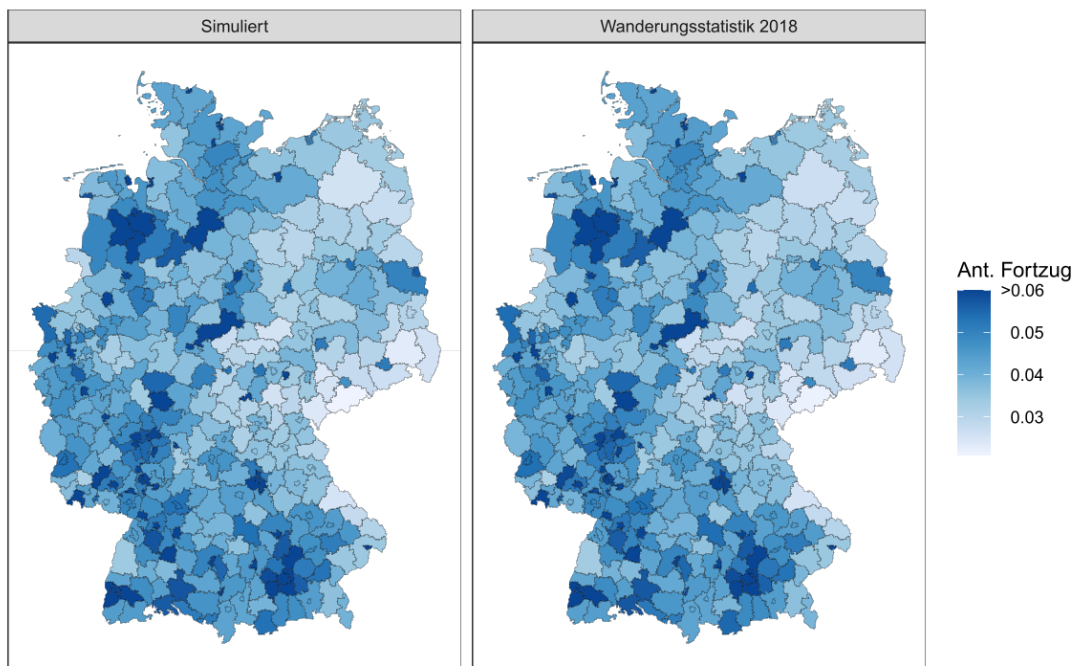


Abbildung C.9: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018

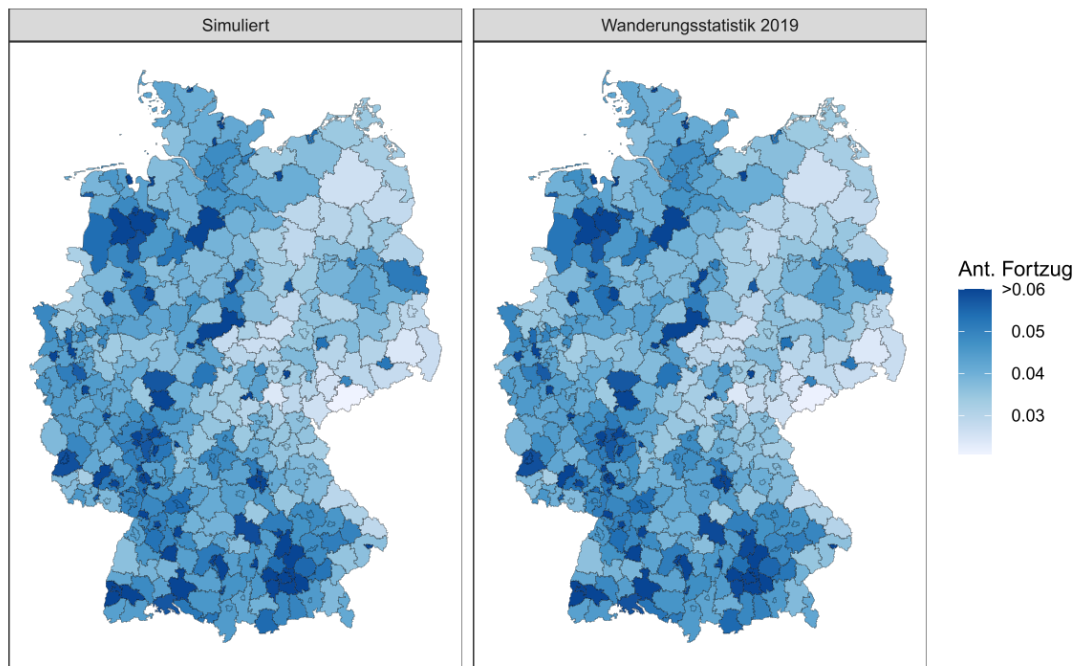


Abbildung C.10: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019

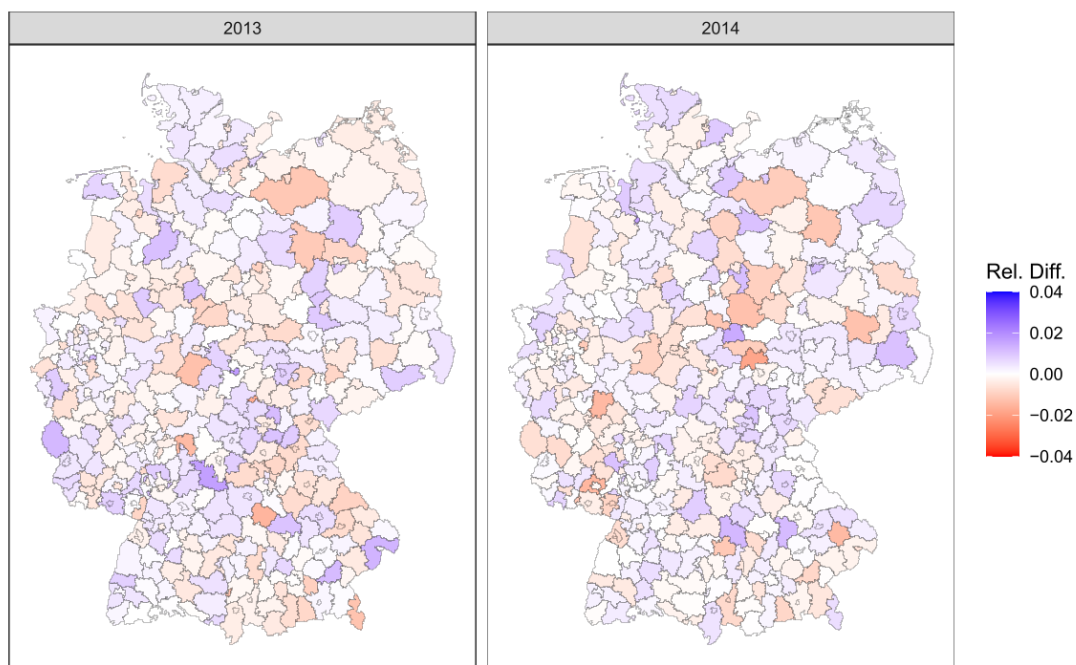


Abbildung C.11: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014

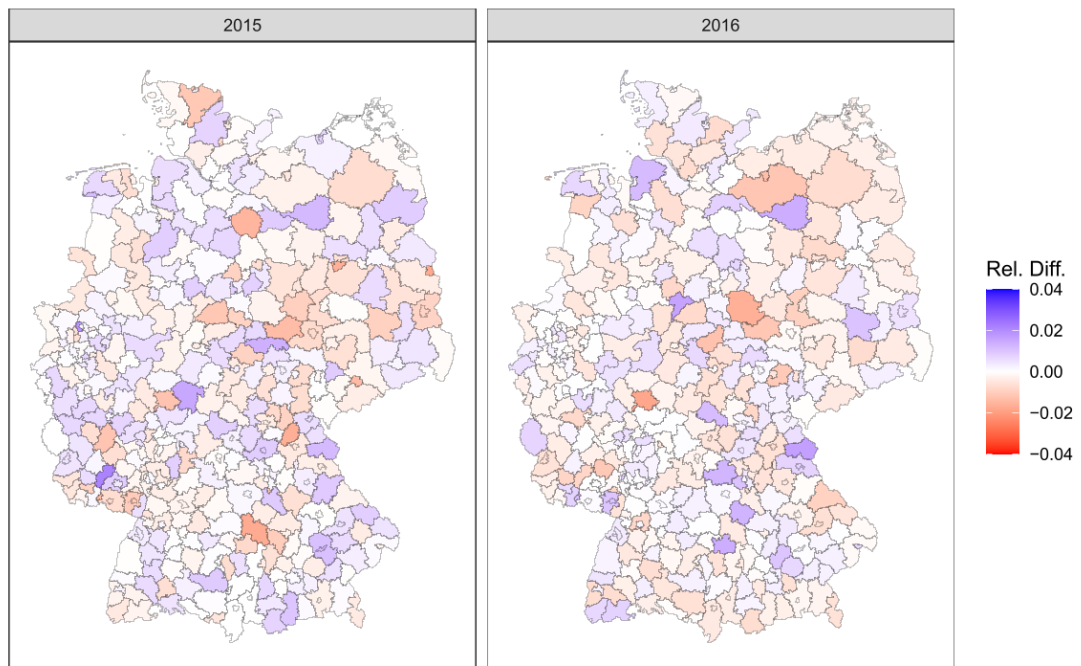


Abbildung C.12: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016

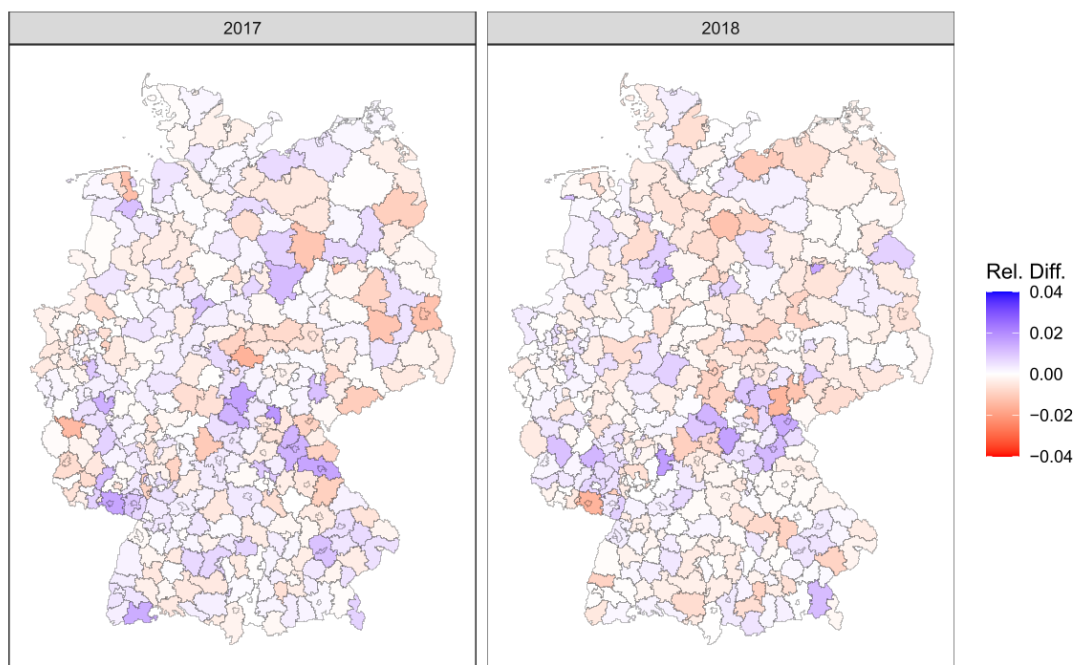


Abbildung C.13: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018

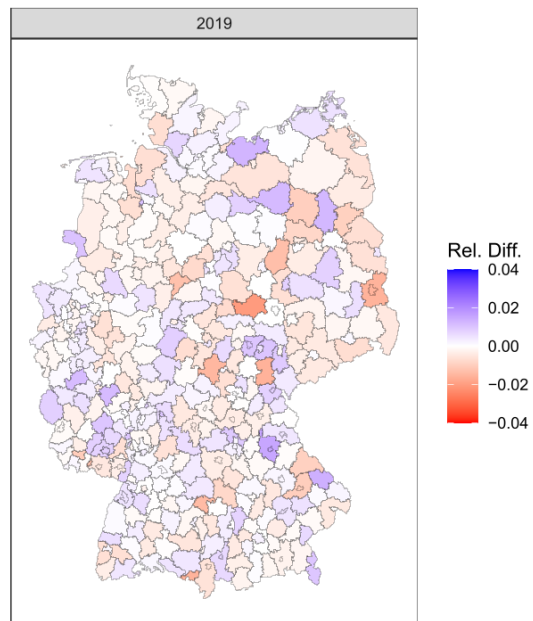
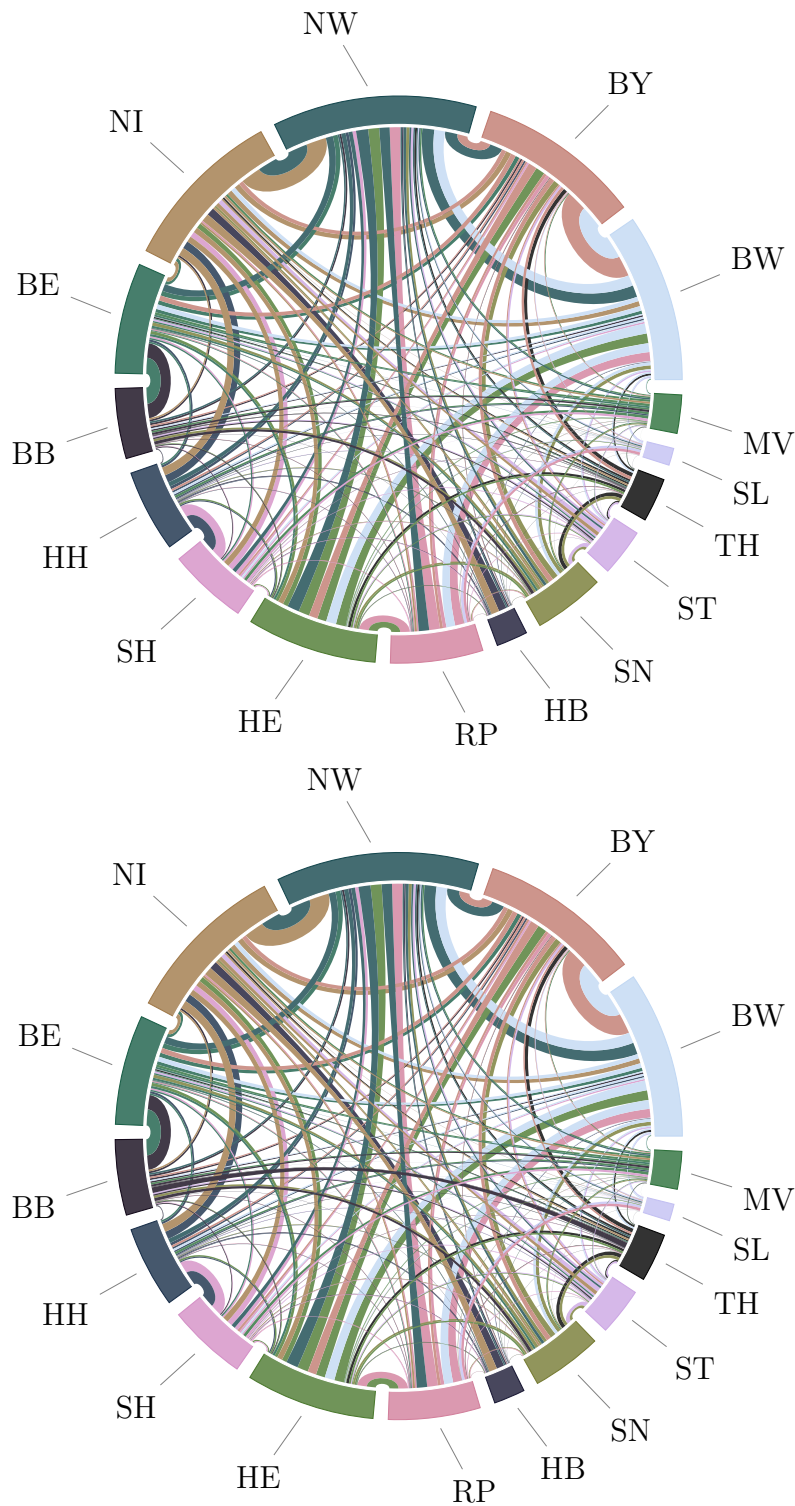


Abbildung C.14: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Fortzügen auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019

C.4 Simulierte Wanderungen zwischen Bundesländern



Obere Graphik: Beobachtete Werte 2011; untere Graphik: Simulierte Werte 2011

Abbildung C.15: Vergleich der simulierten Binnenwanderung mit der Wanderungsstatistik

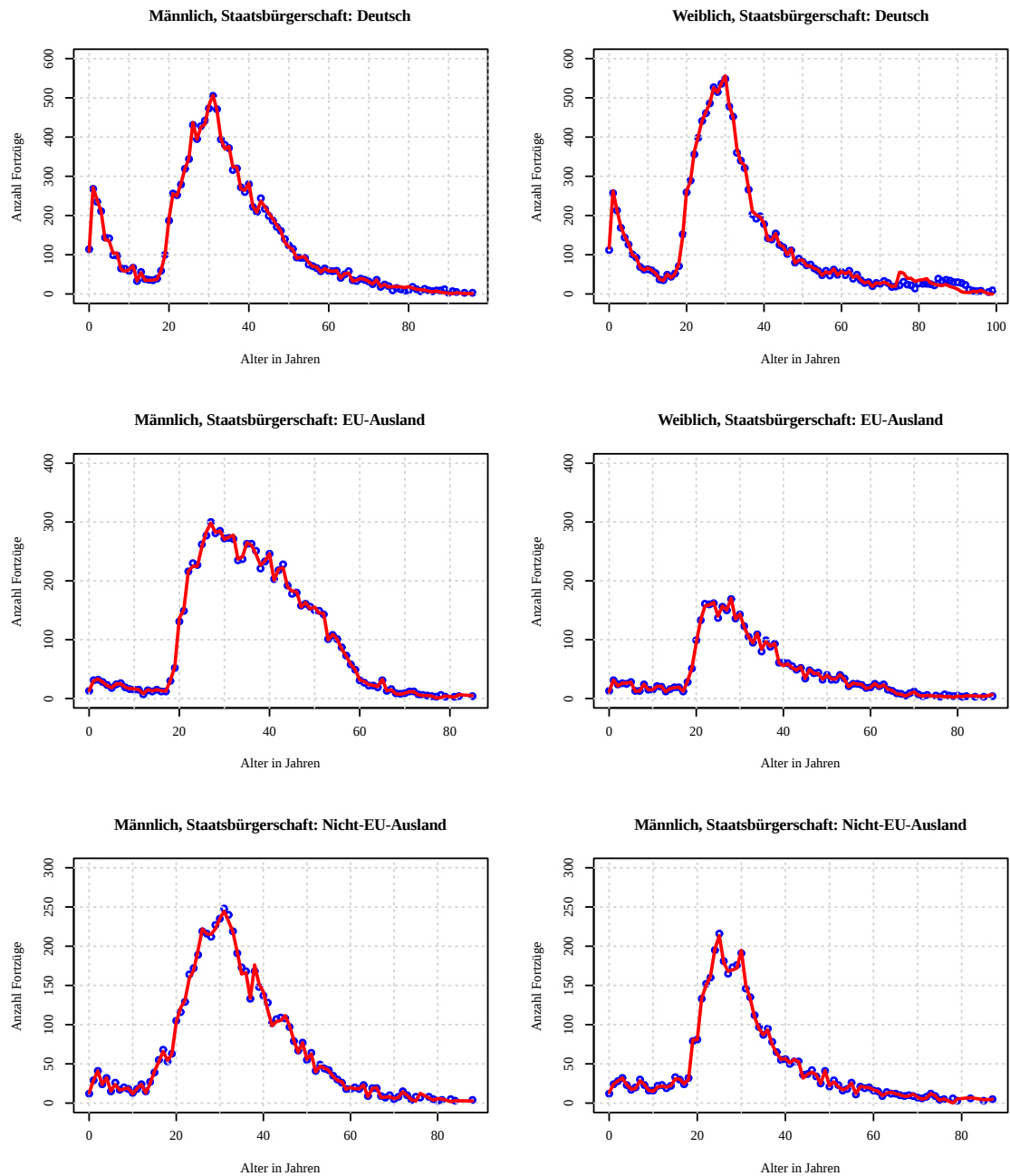


Abbildung C.16: Anzahl simulierter und erfasster Fortzüge differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

C.5 Relative Differenz bei Binnenmigration

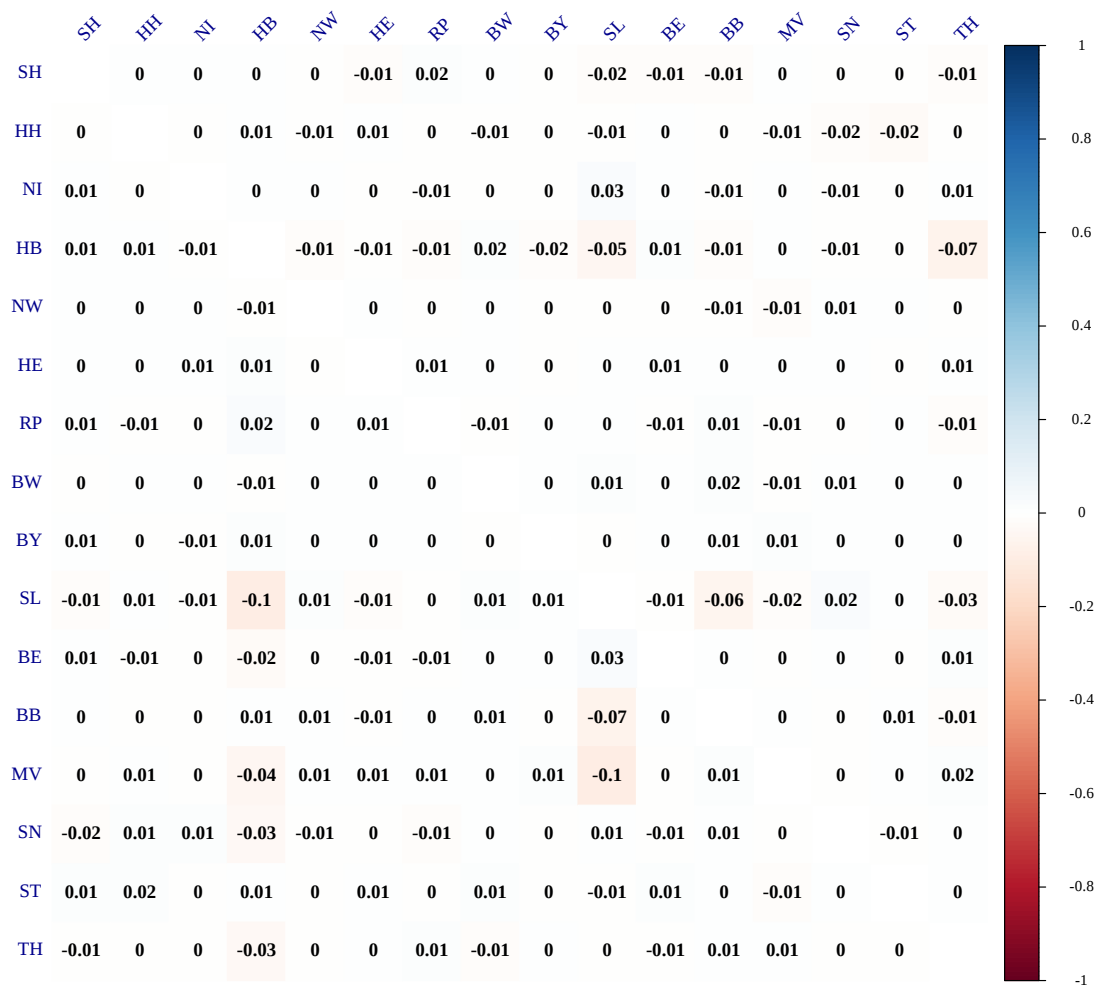


Abbildung C.17: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2012

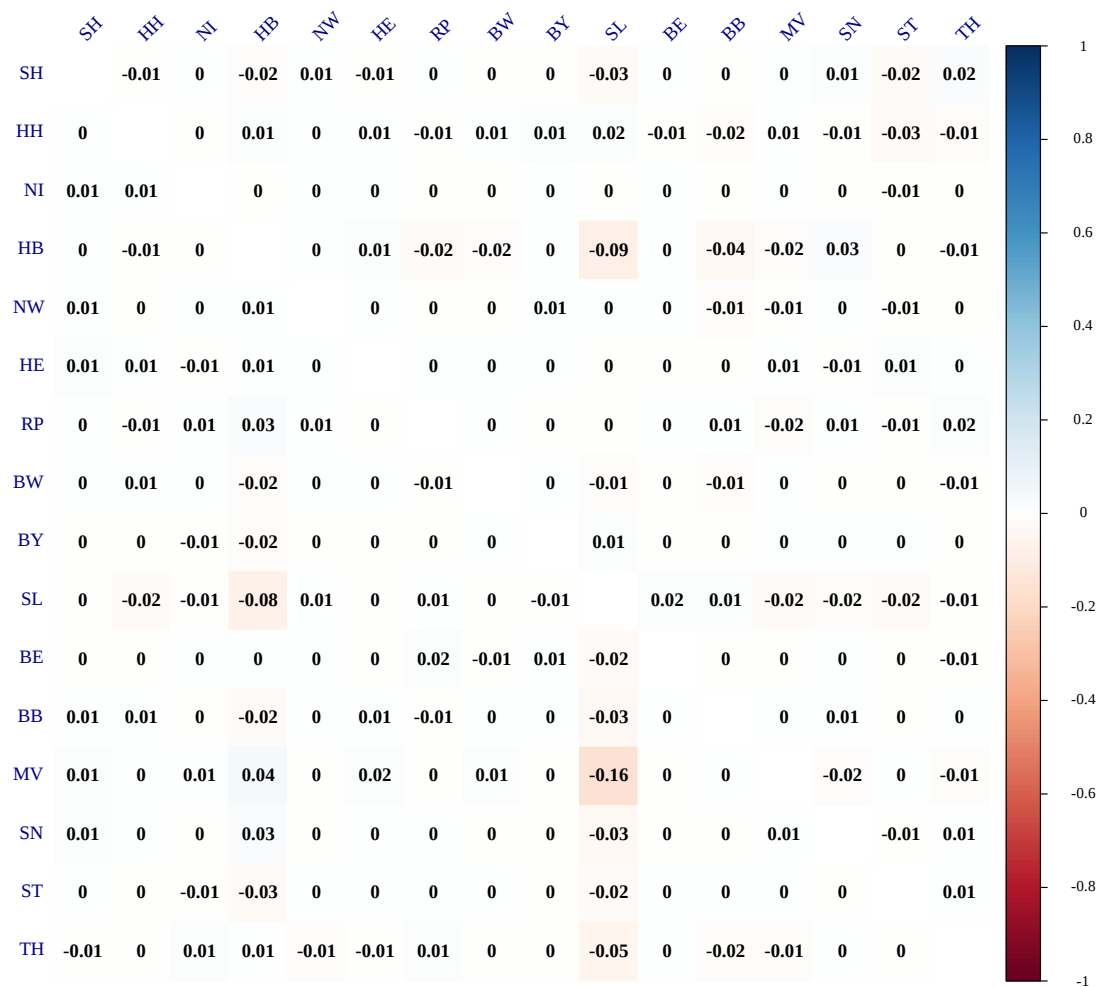


Abbildung C.18: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2013

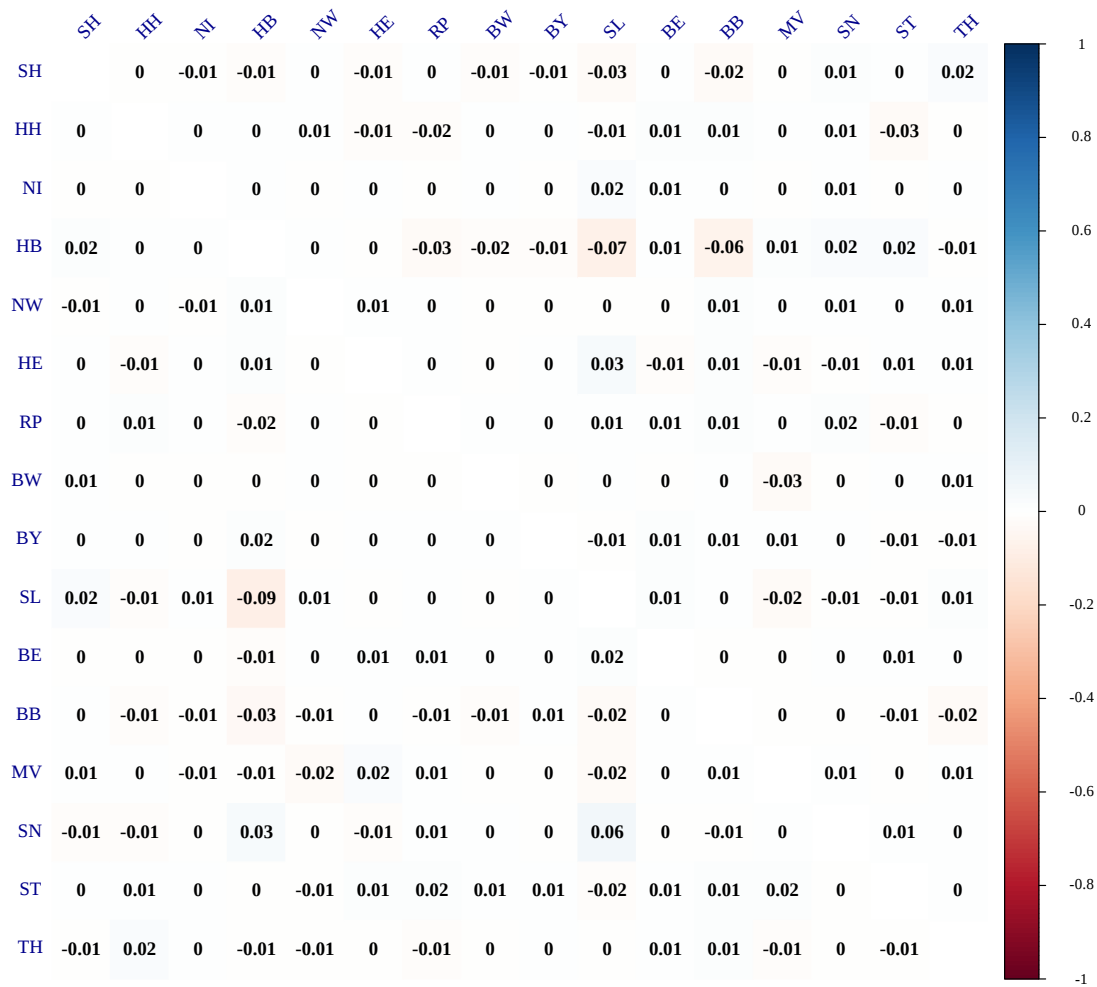


Abbildung C.19: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2014

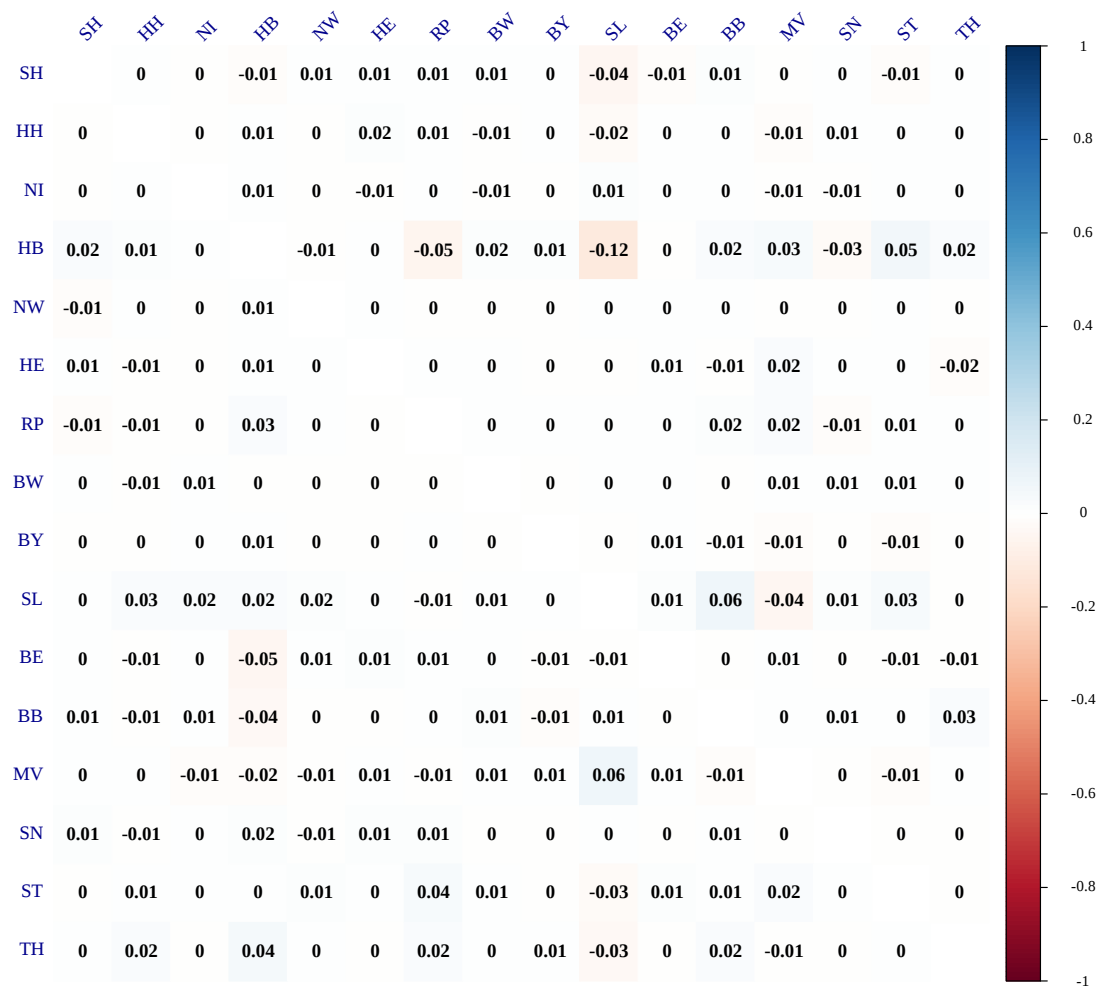


Abbildung C.20: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2015

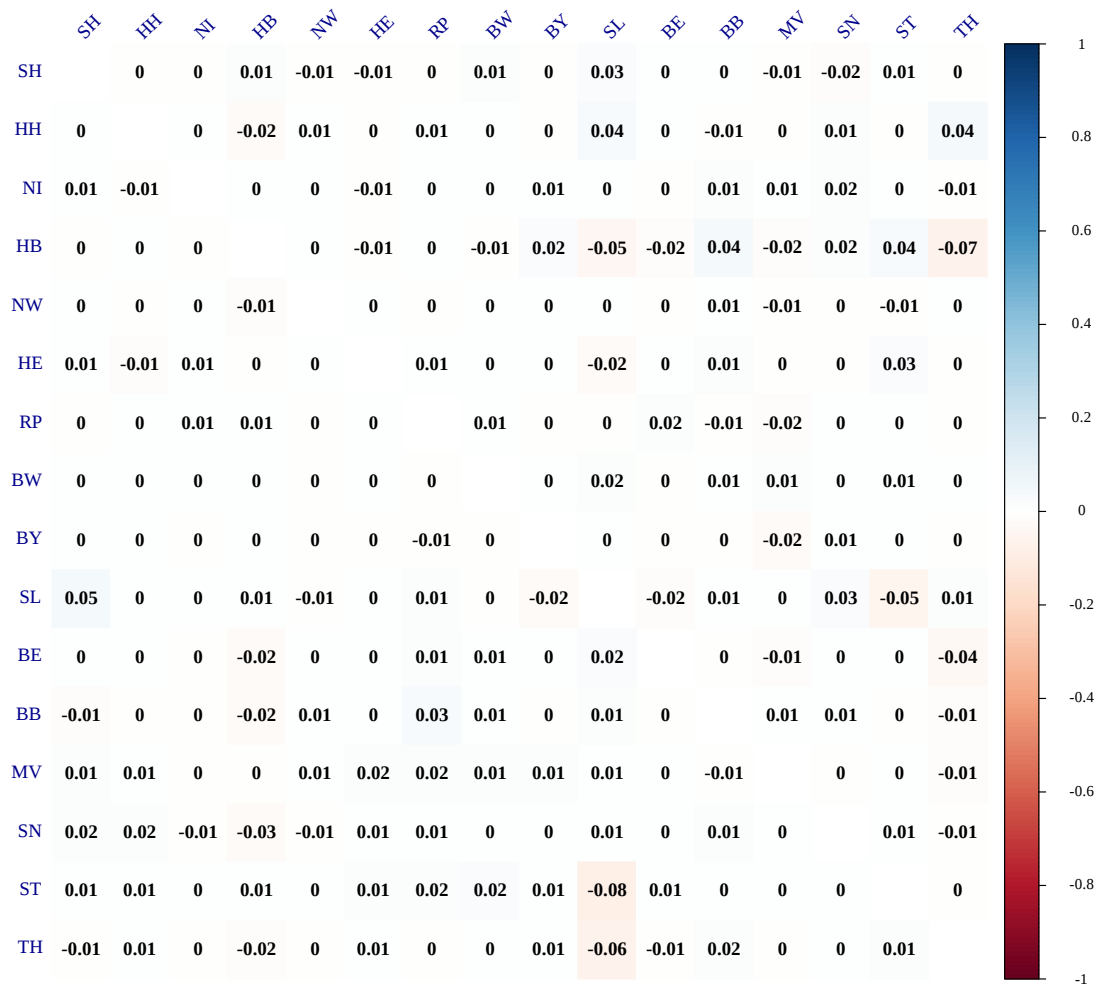


Abbildung C.21: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2016

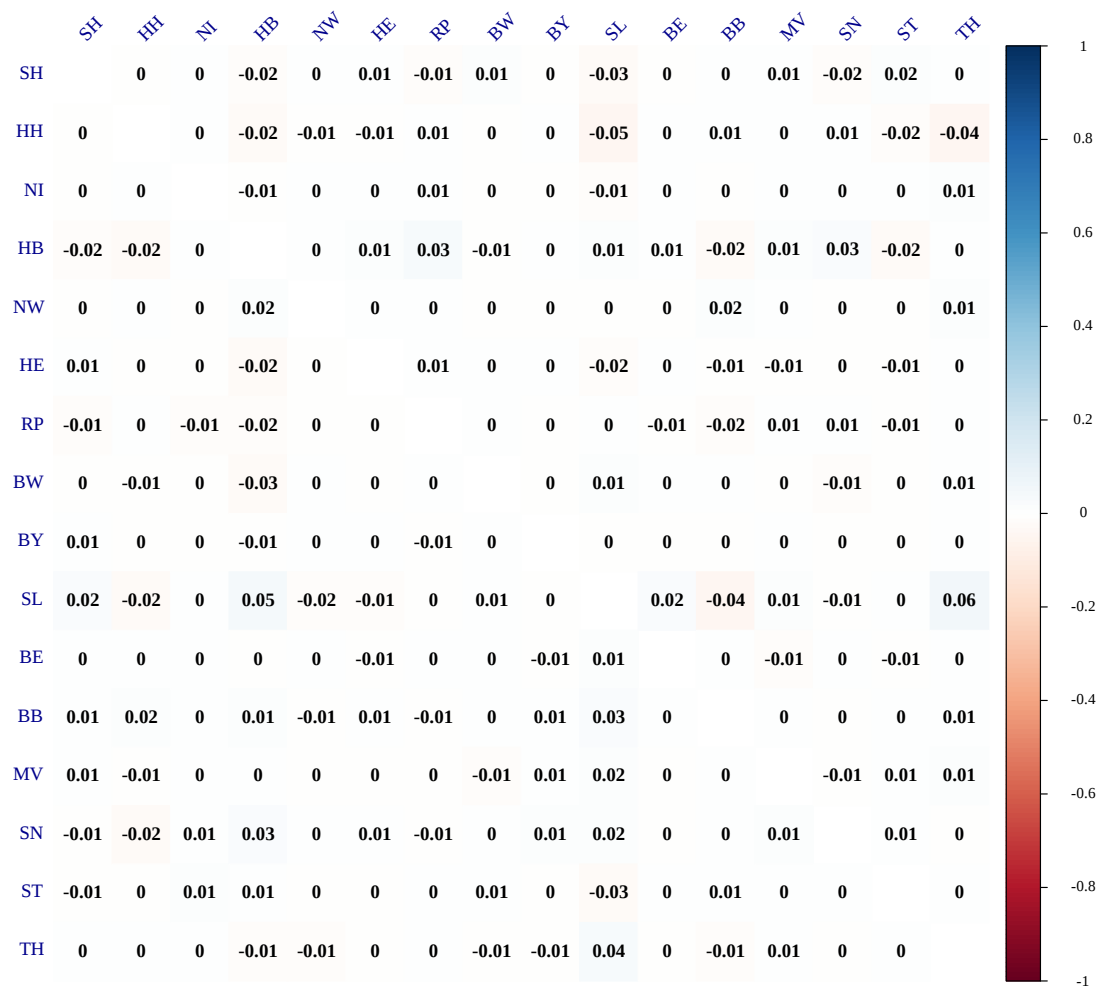


Abbildung C.22: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2017

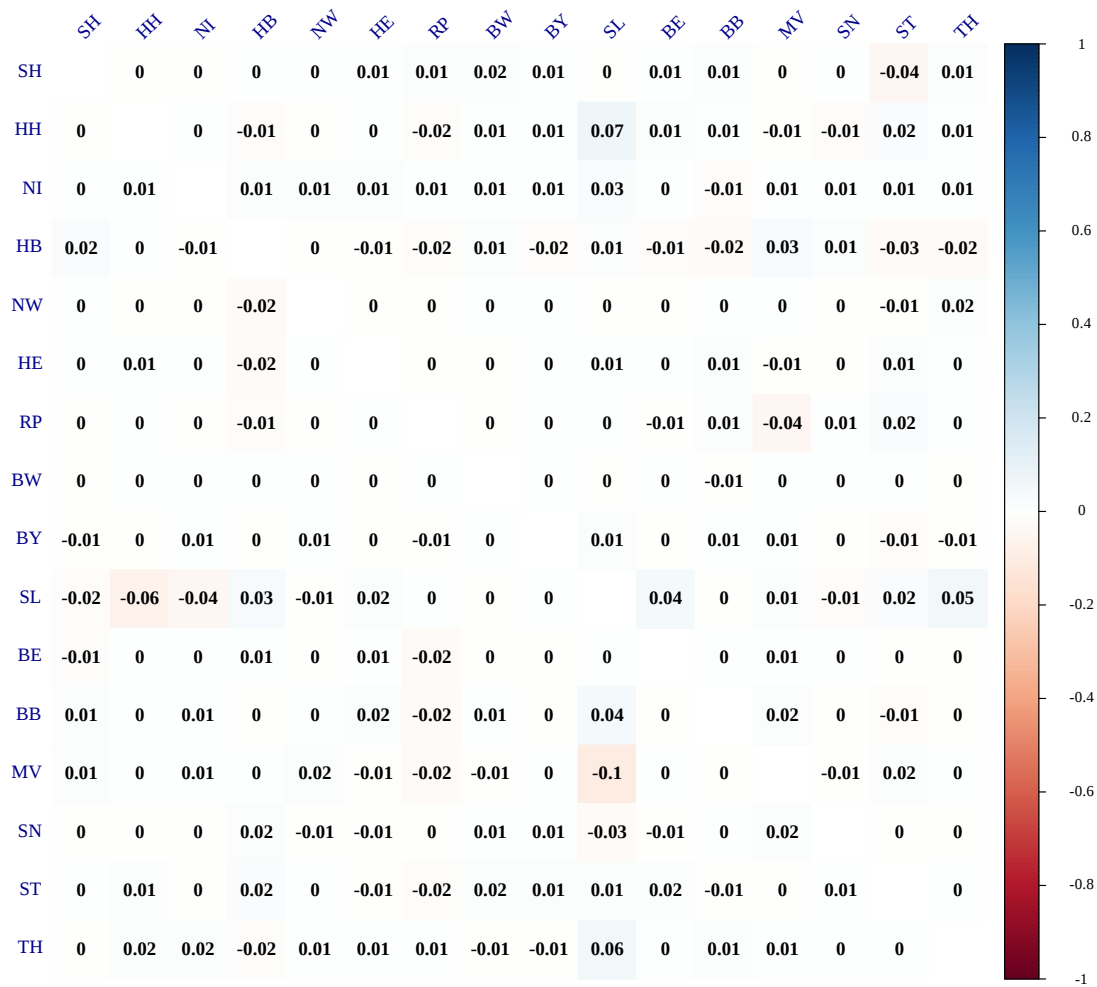


Abbildung C.23: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2018

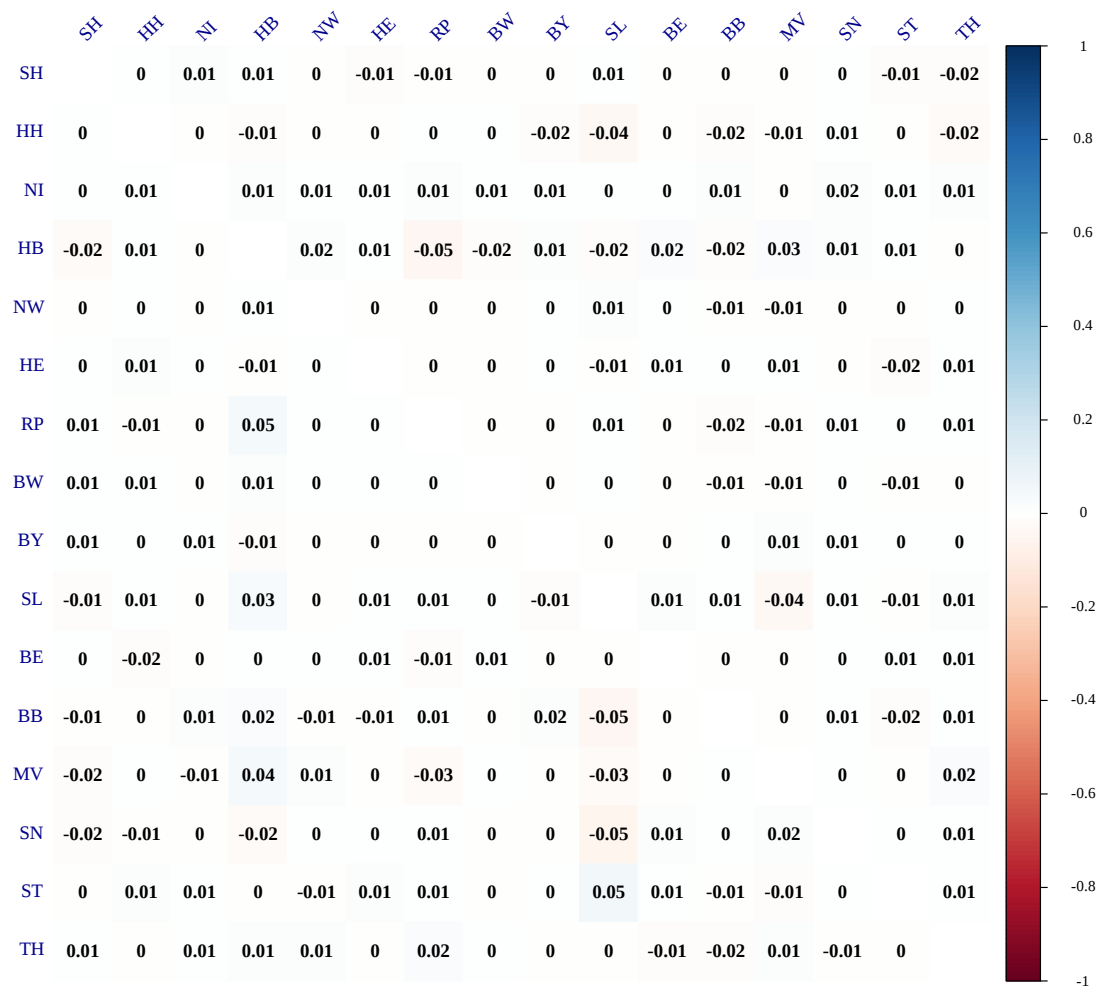


Abbildung C.24: Relative Differenz der simulierten Binnenwanderung zu den erfassten Werten der Wanderungsstatistik 2019

C.6 Simulierte Zuzüge auf Kreisebene

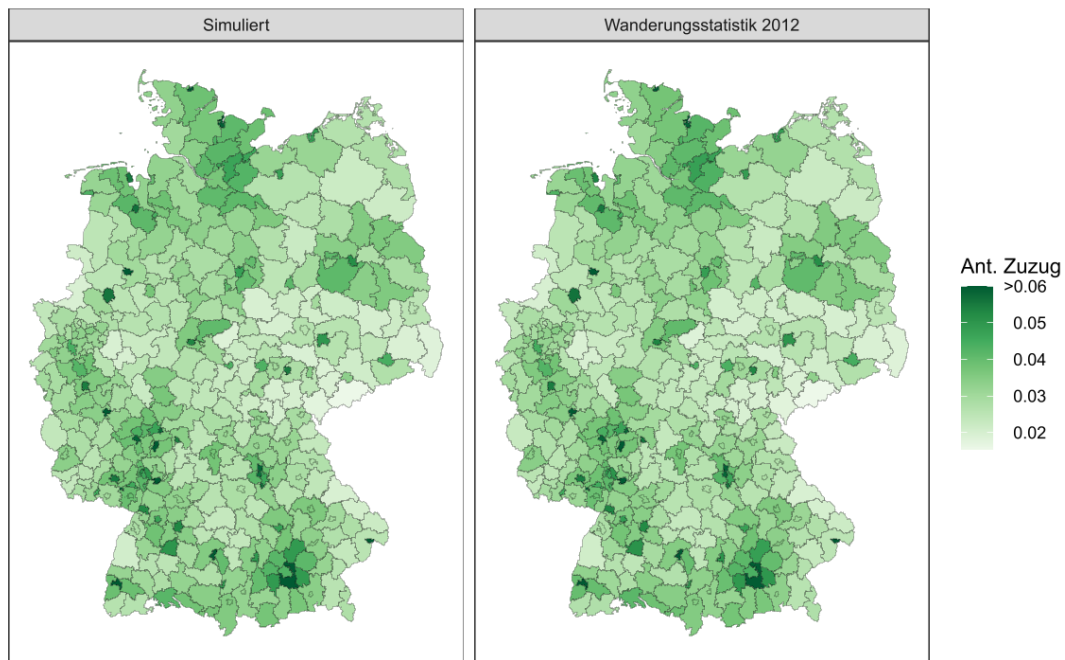


Abbildung C.25: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012

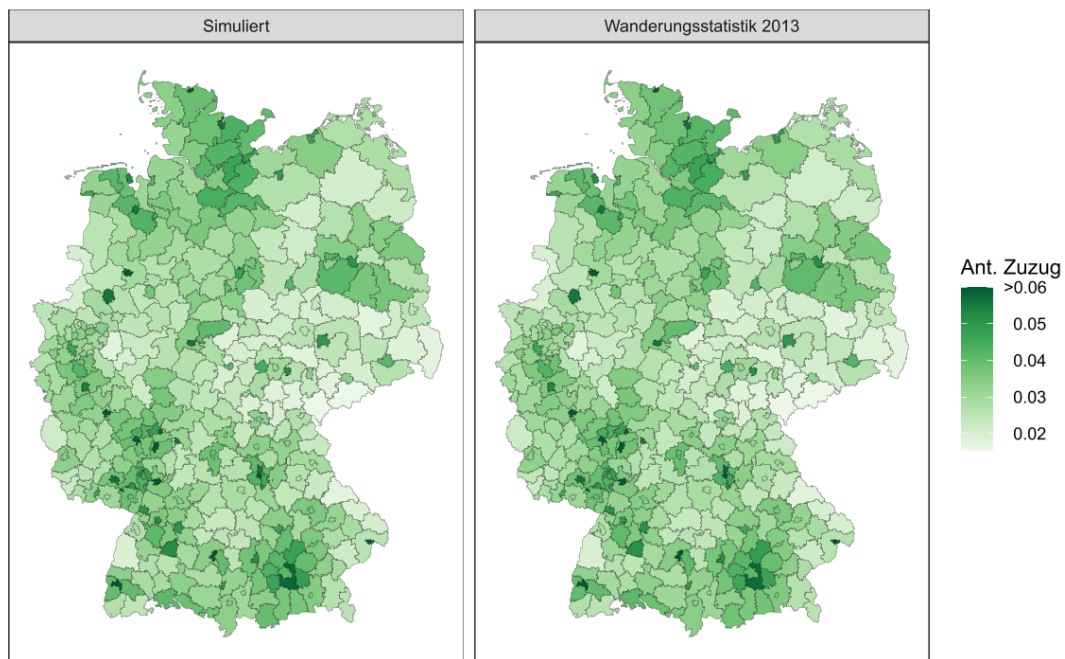


Abbildung C.26: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013

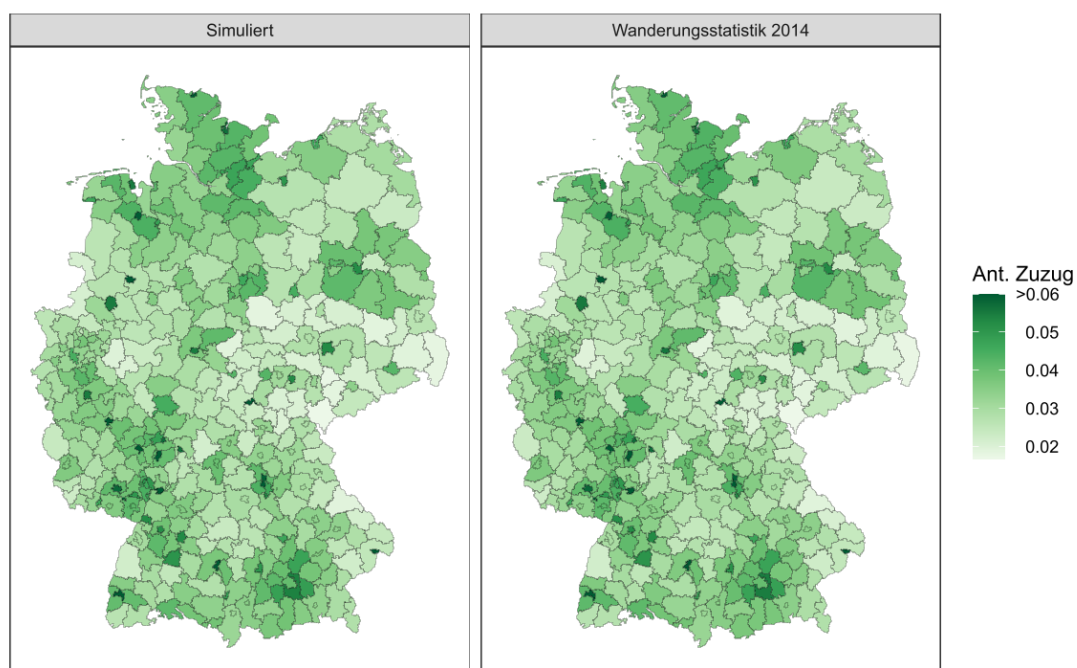


Abbildung C.27: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014

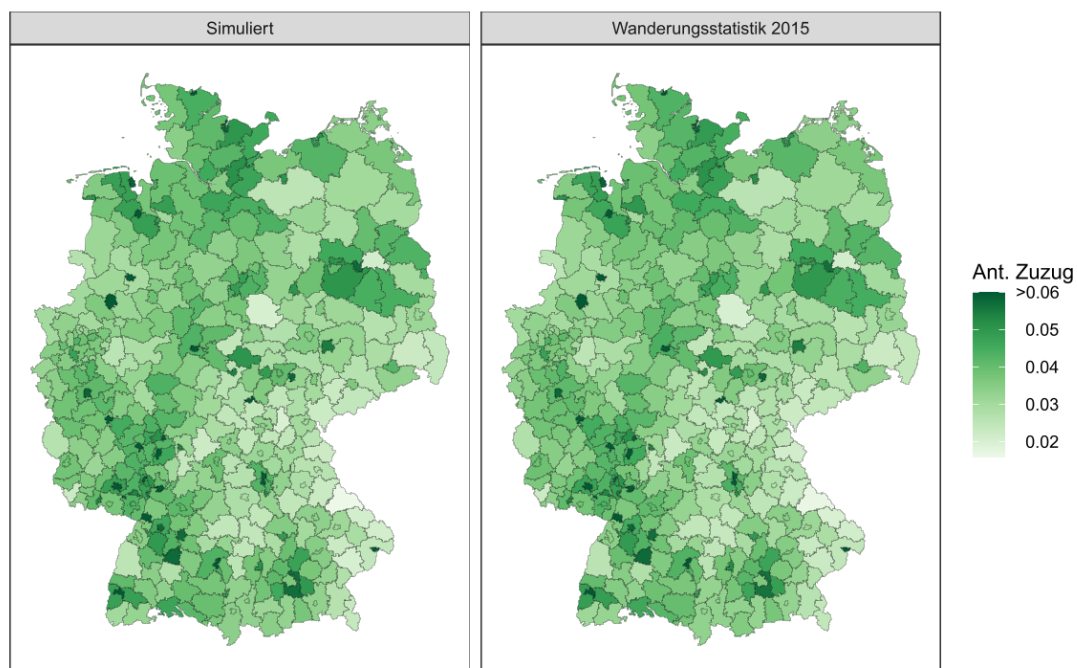


Abbildung C.28: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015

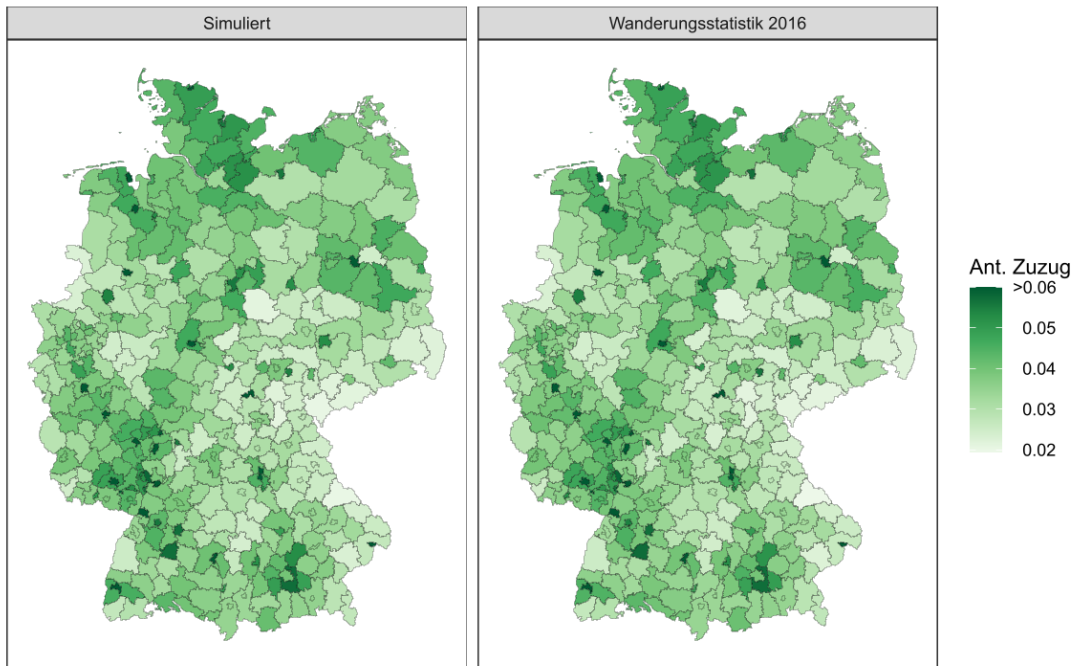


Abbildung C.29: Vergleich des relativen Anteils der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016

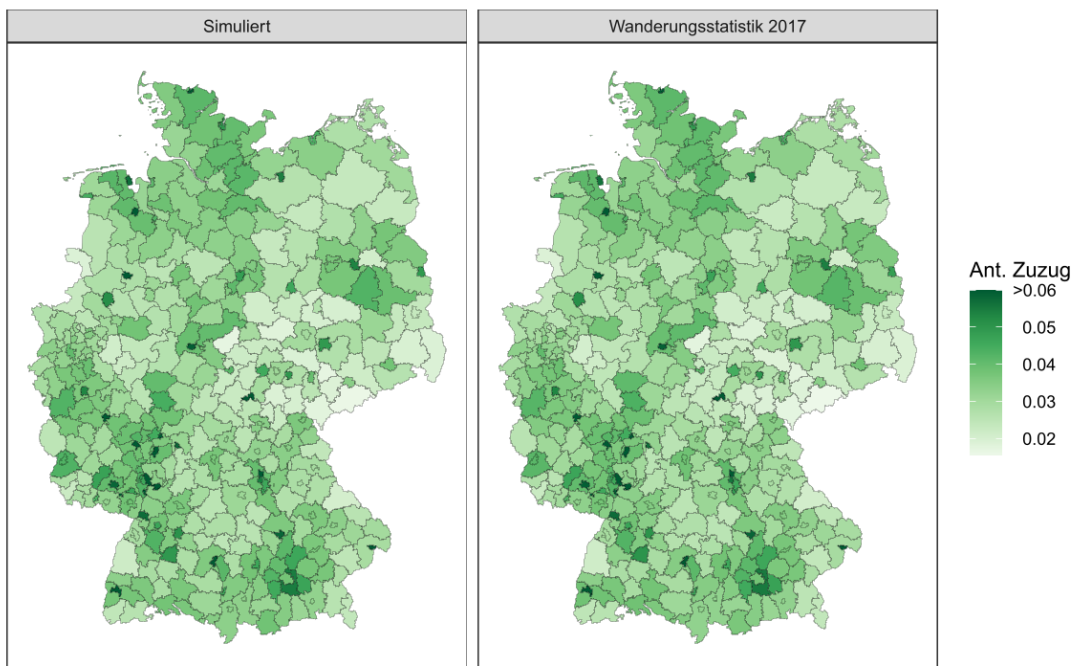


Abbildung C.30: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017

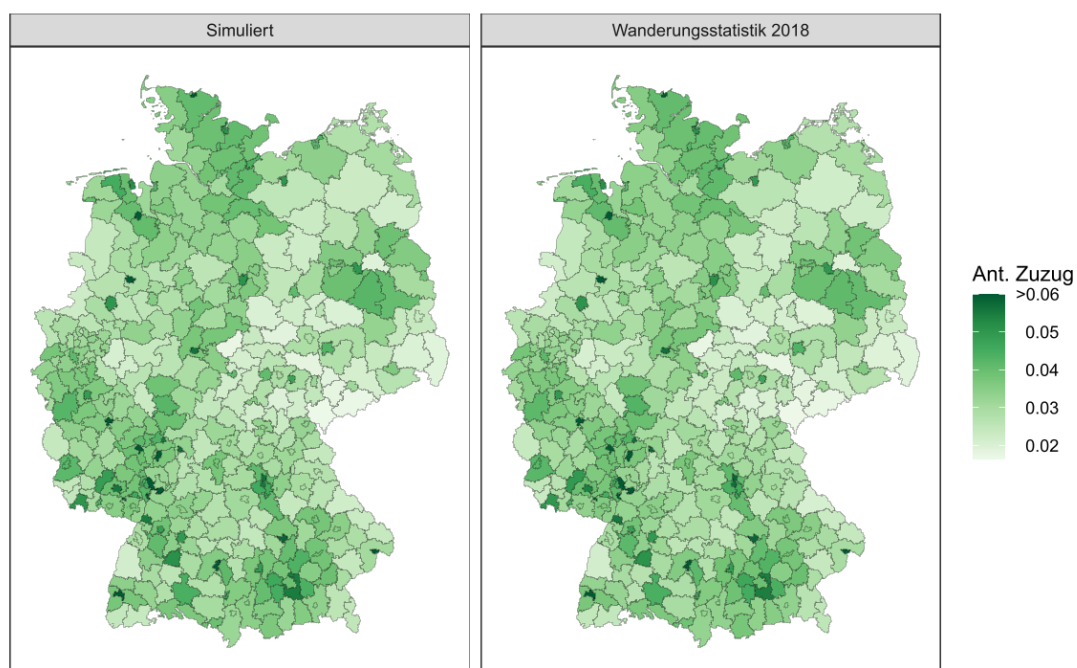


Abbildung C.31: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018

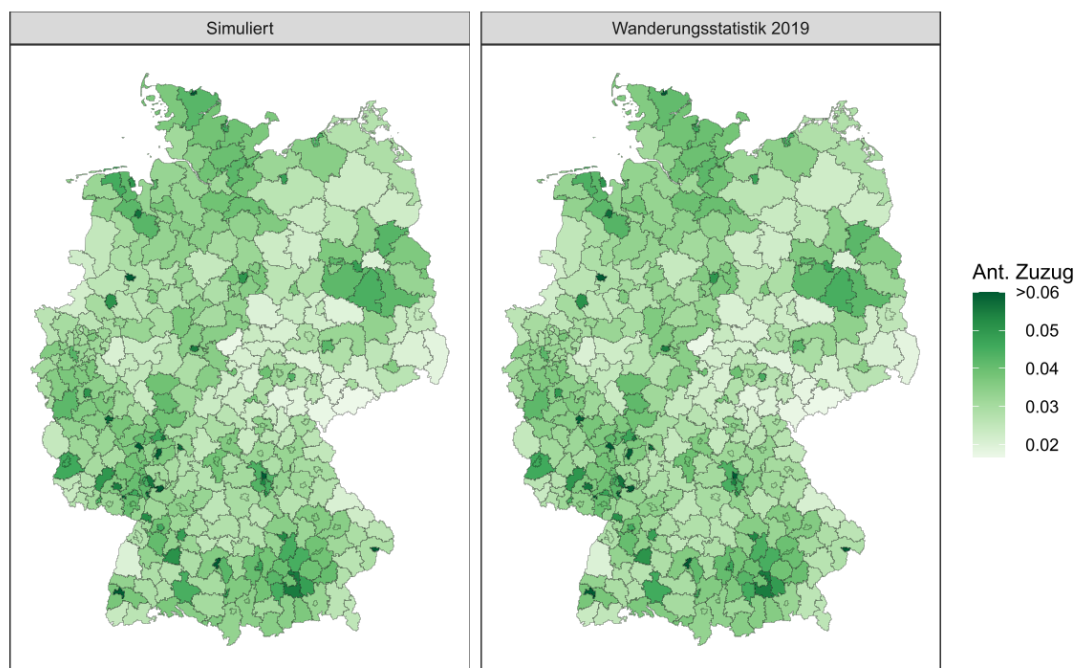


Abbildung C.32: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019

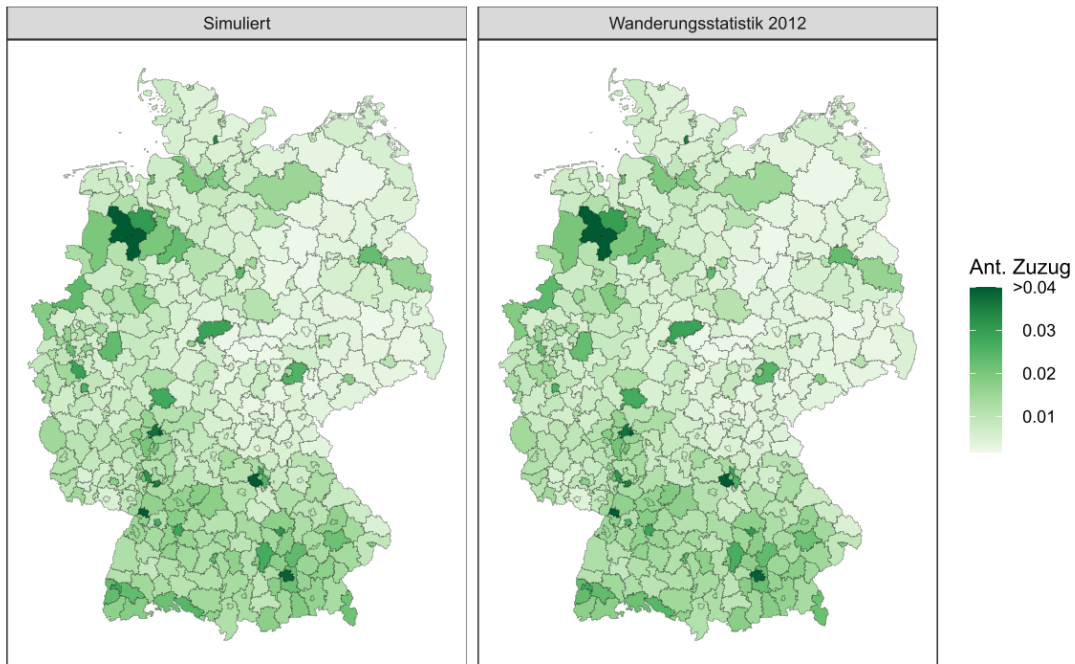


Abbildung C.33: Vergleich des relativen Anteils der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2012

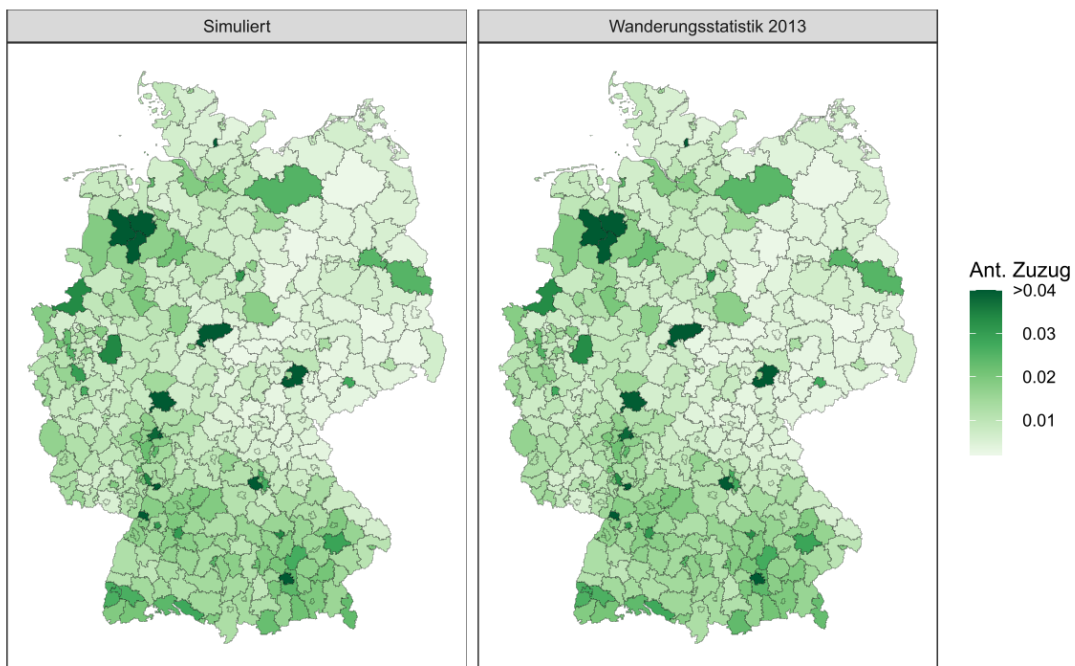


Abbildung C.34: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2013

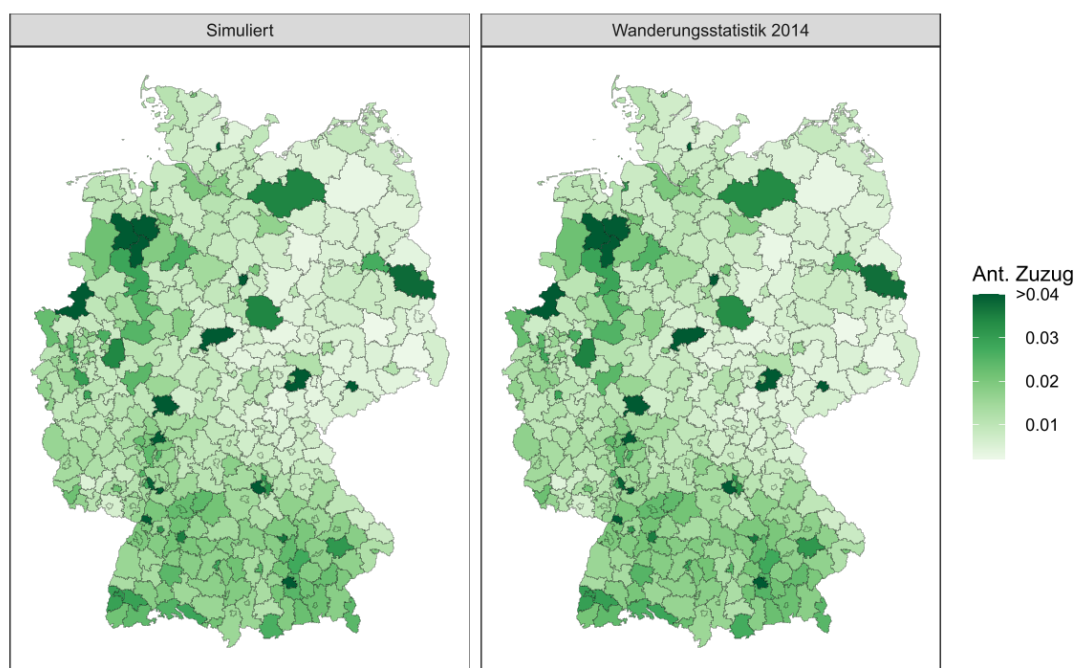


Abbildung C.35: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2014

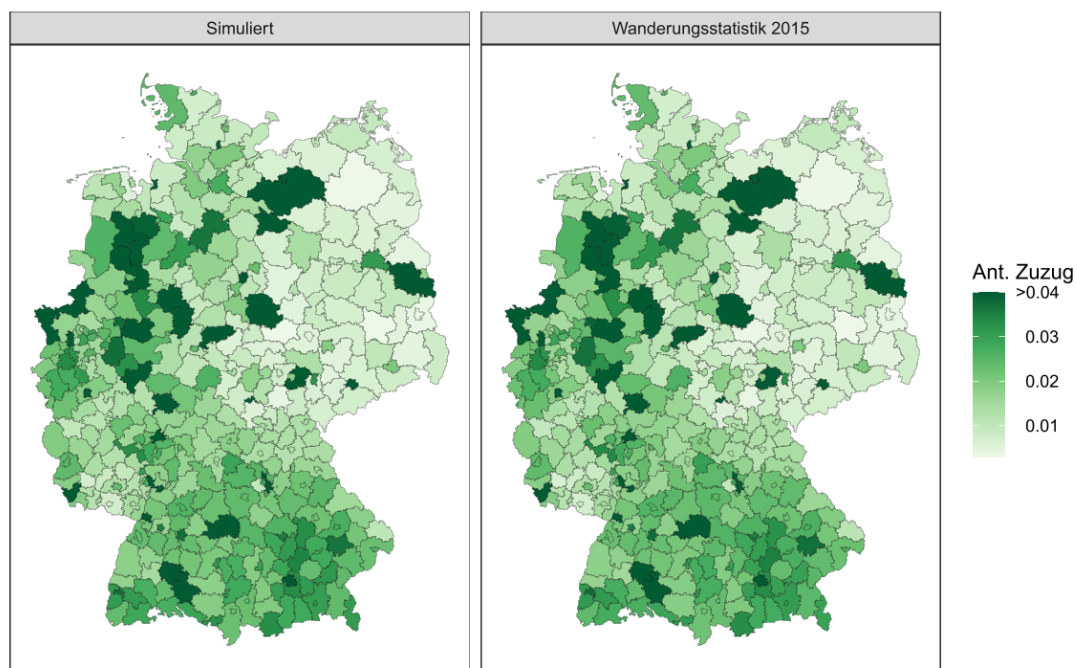


Abbildung C.36: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2015

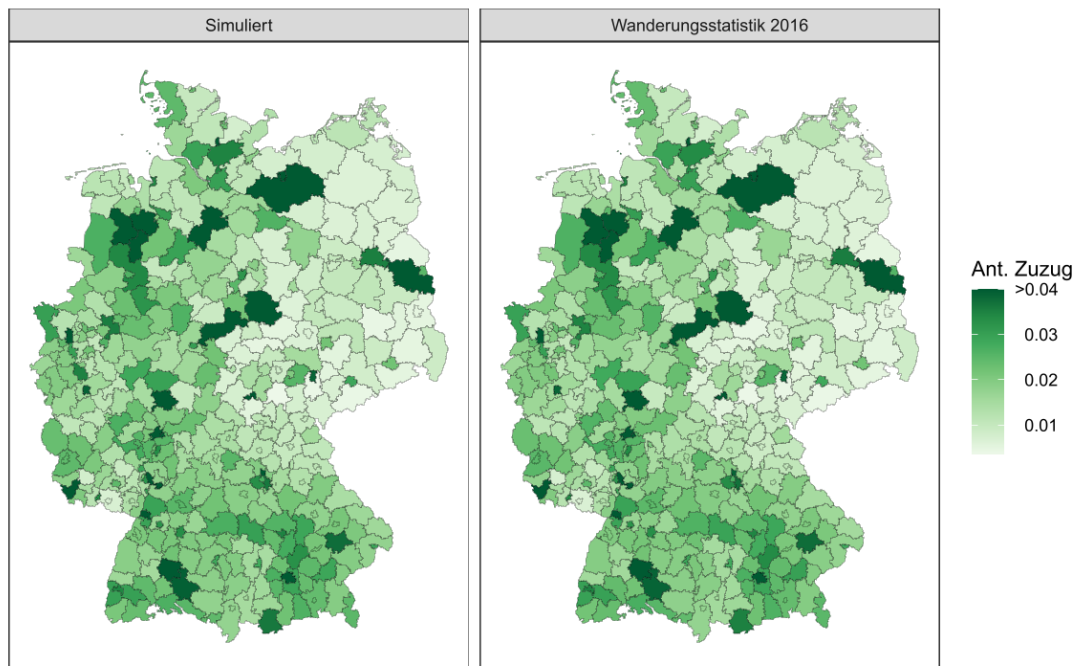


Abbildung C.37: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2016

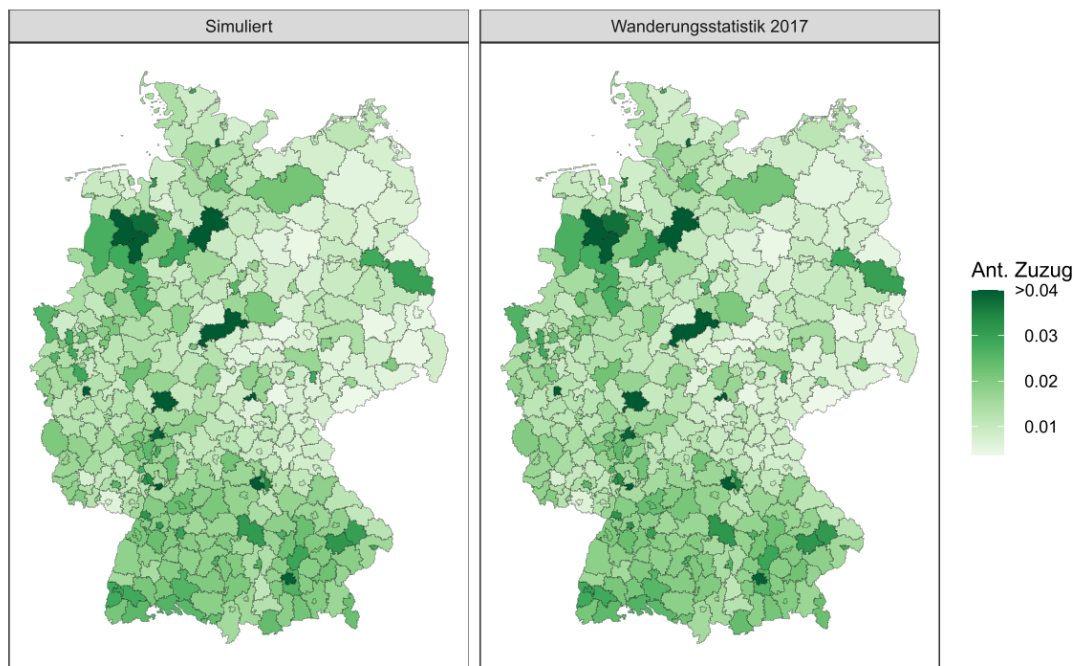


Abbildung C.38: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2017

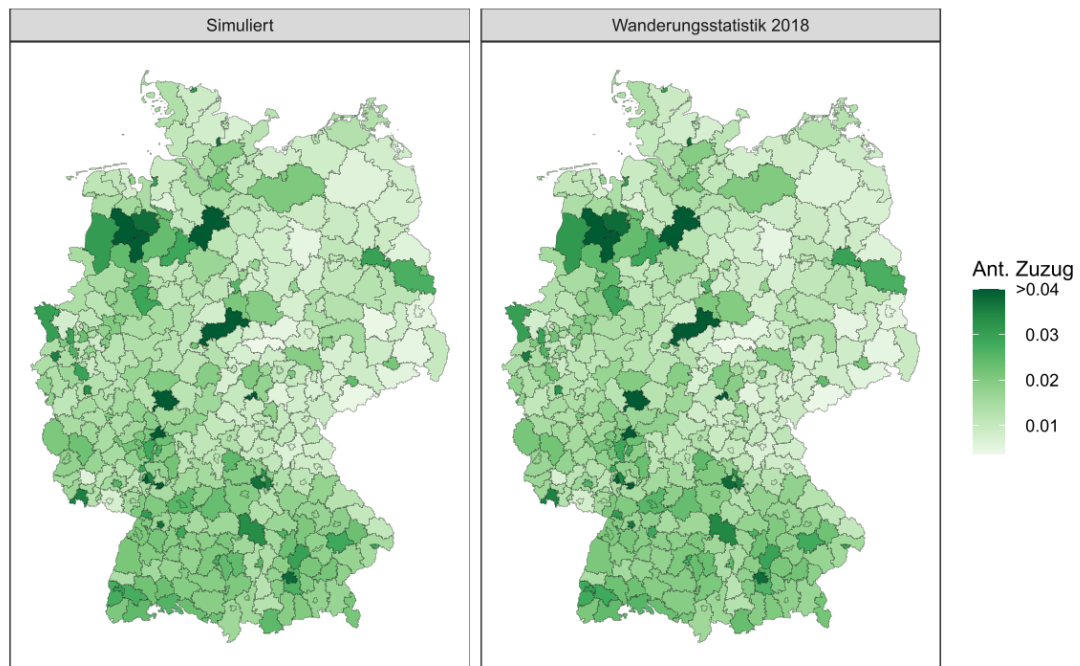


Abbildung C.39: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2018

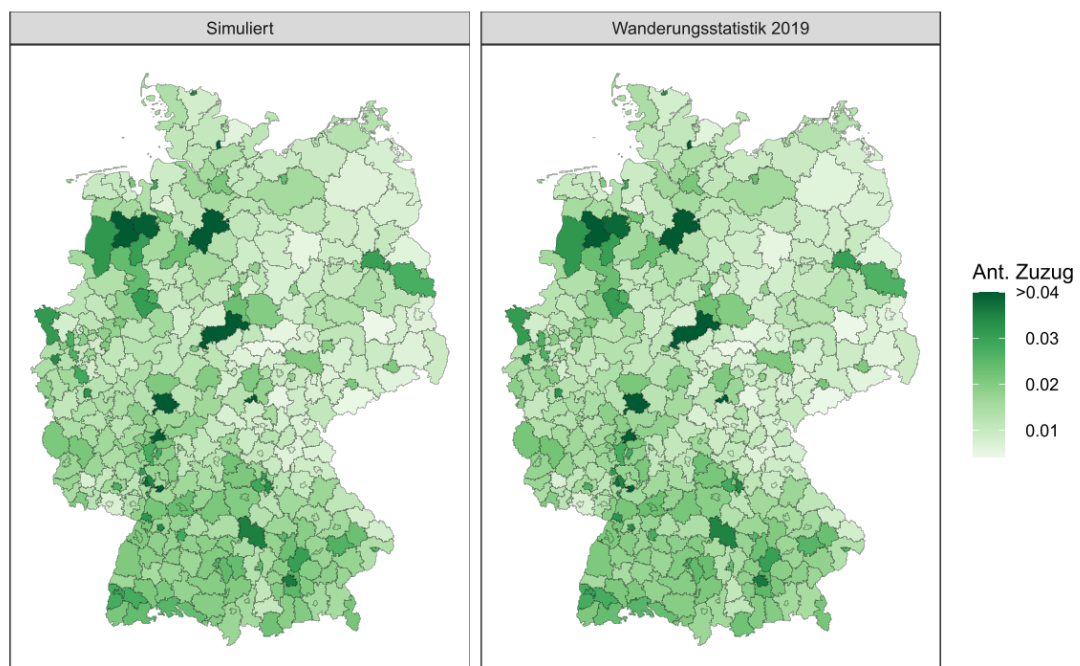


Abbildung C.40: Vergleich des relativen Anteils der simulierten mit den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene im Jahr 2019

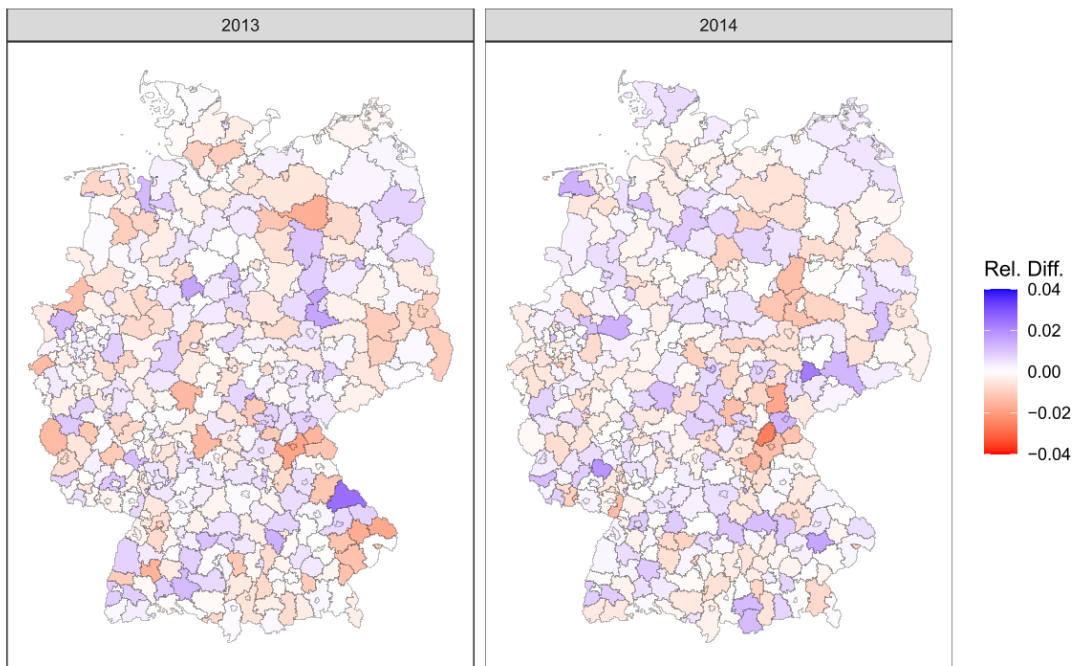


Abbildung C.41: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014

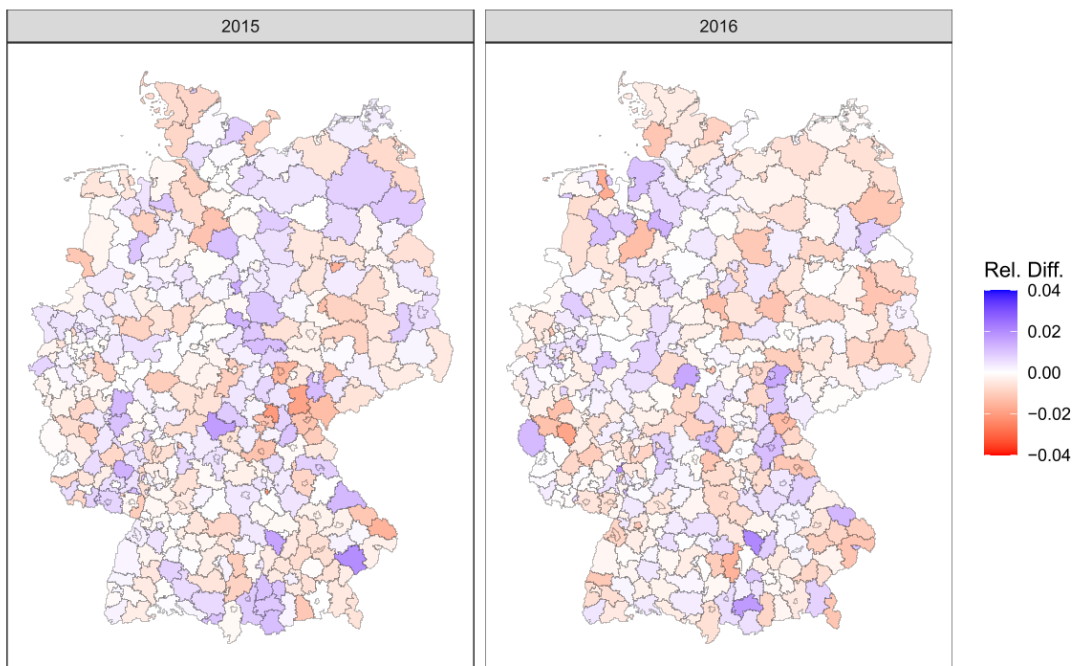


Abbildung C.42: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016

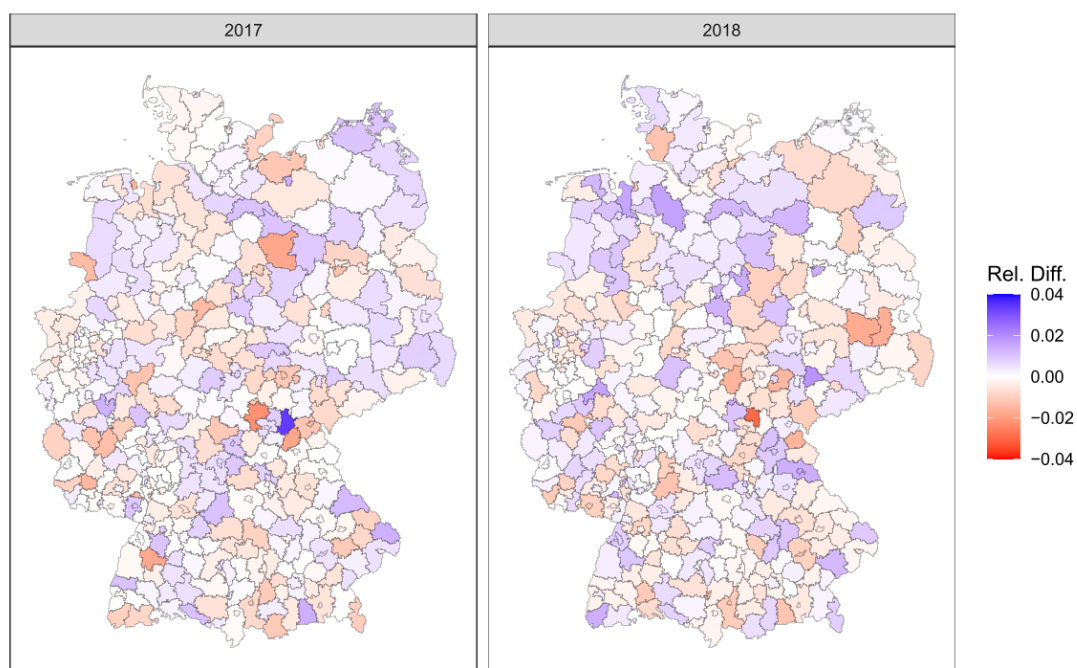


Abbildung C.43: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018

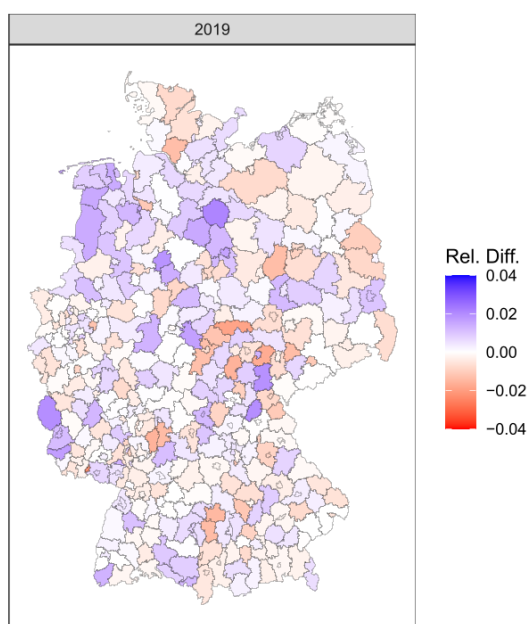


Abbildung C.44: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus Deutschland auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019

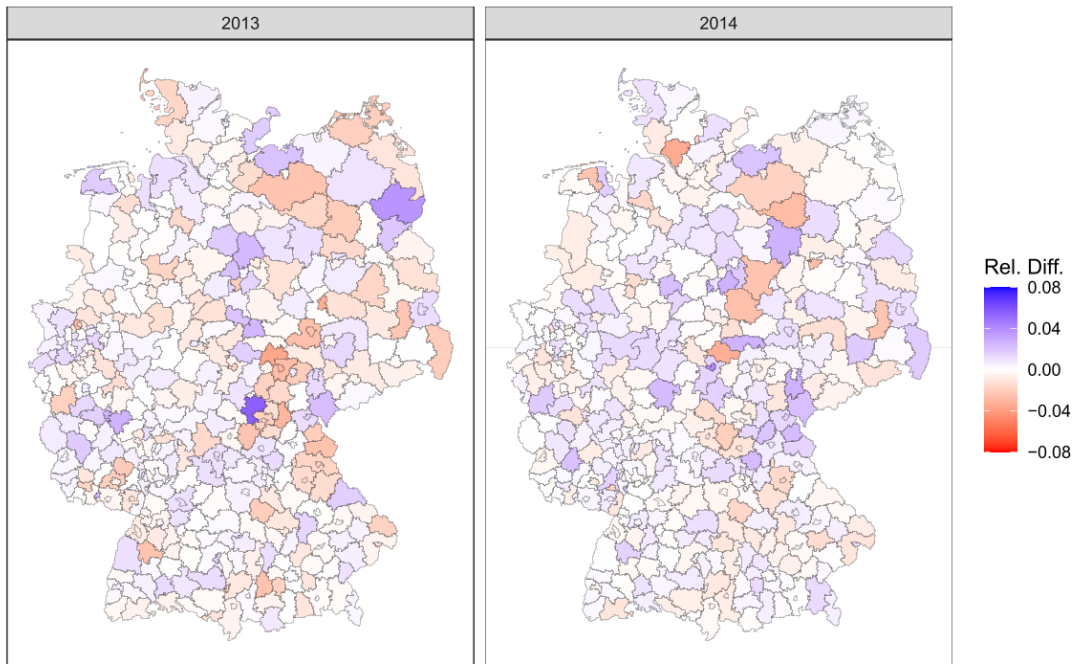


Abbildung C.45: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2013 und 2014

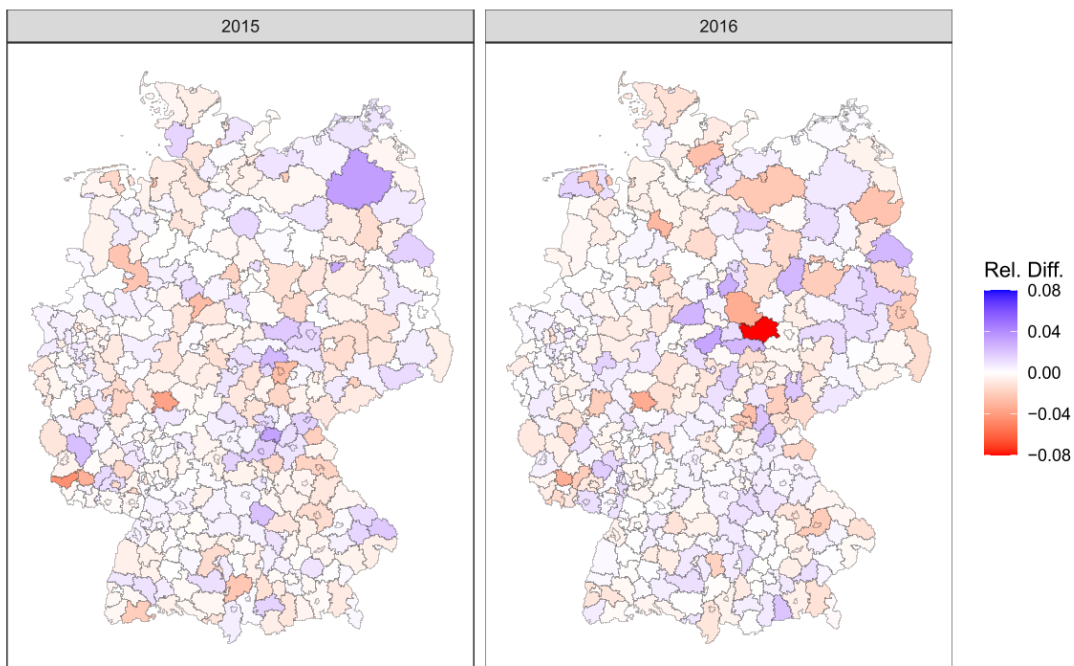


Abbildung C.46: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2015 und 2016

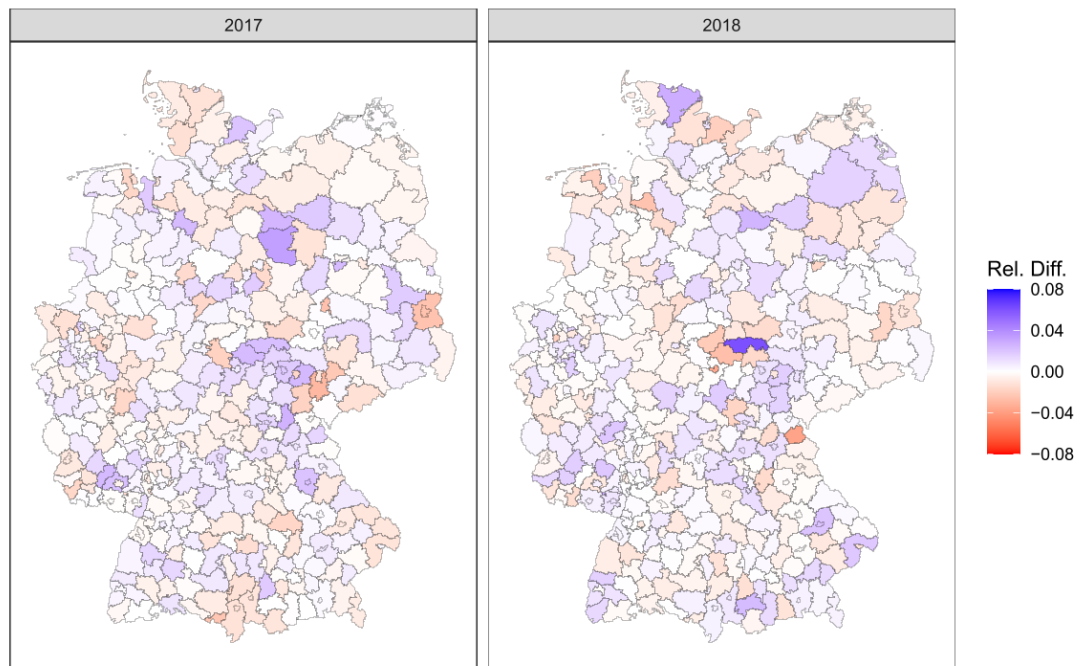


Abbildung C.47: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für die Jahre 2017 und 2018

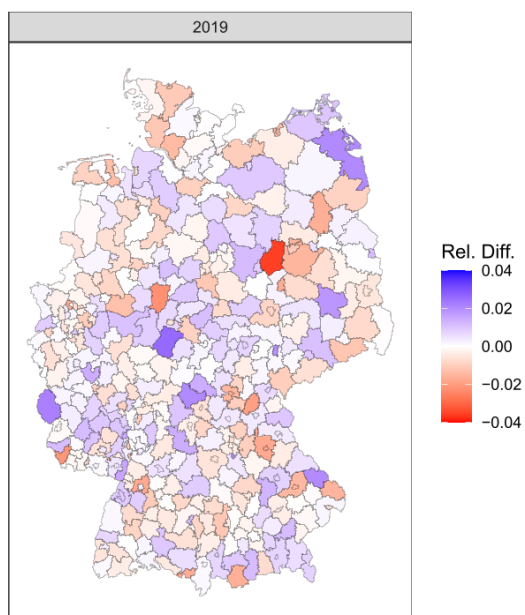


Abbildung C.48: Relative Differenz der simulierten zu den erfassten Zuzügen aus dem Ausland auf NUTS-3-Ebene für das Jahr 2019

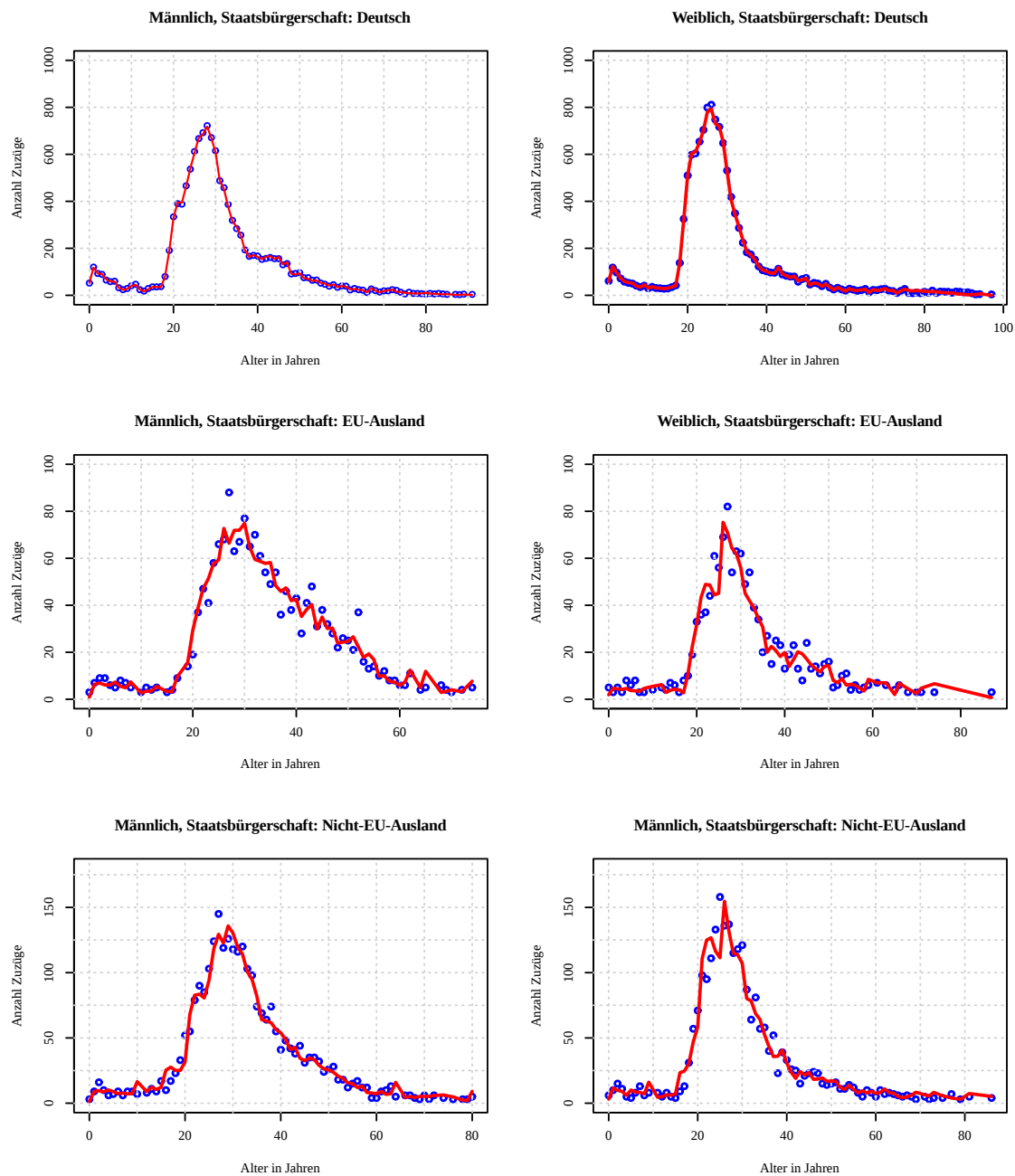


Abbildung C.49: Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus Deutschland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

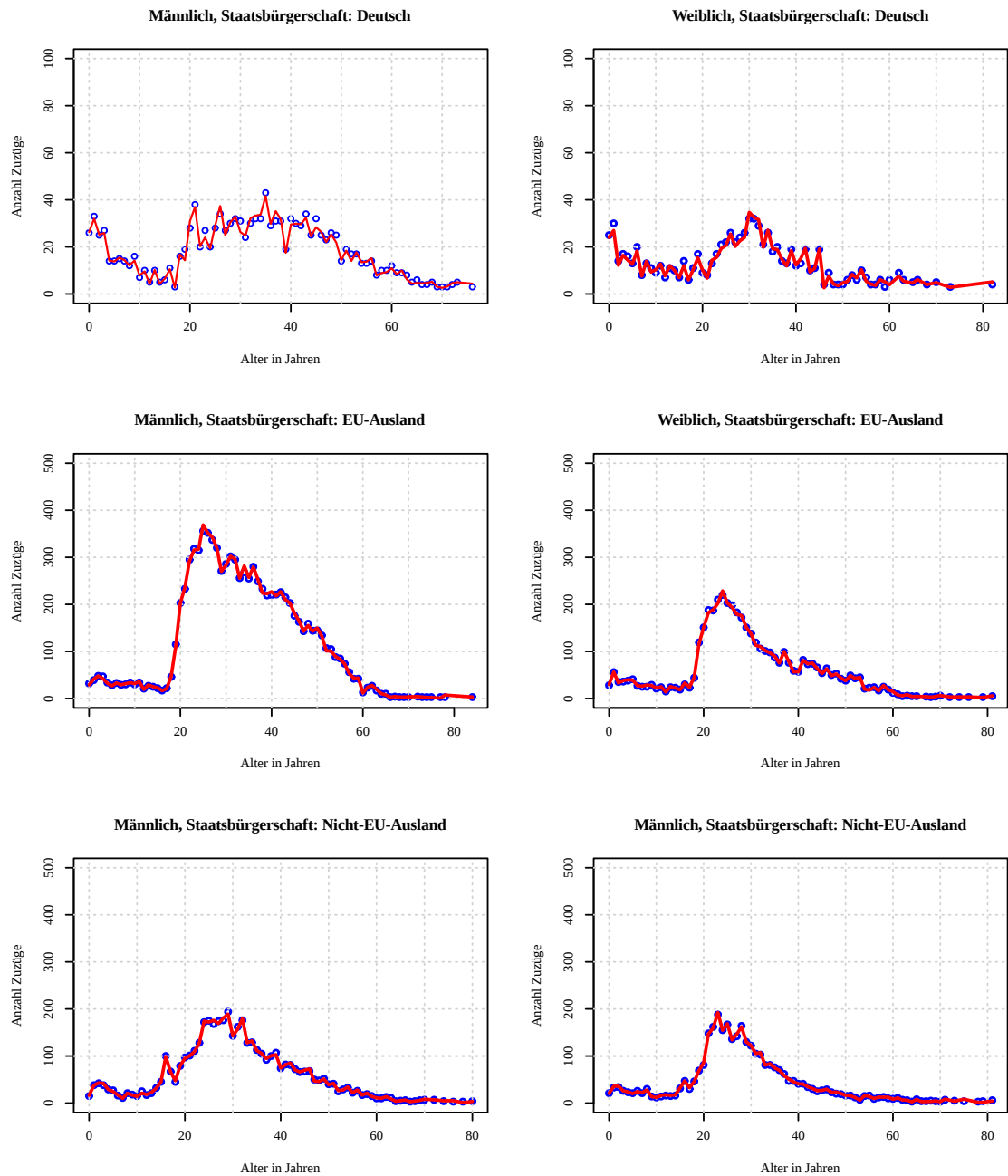


Abbildung C.50: Anzahl simulierter und erfasster Zuzüge aus dem Ausland differenziert nach Alter, Geschlecht und Staatsbürgerschaft – Kreisfreie Stadt Frankfurt am Main 2011 – Die blauen Punkte zeigen die Werte aus der Wanderungsstatistik, die roten Linien die durchschnittliche Anzahl aus der Simulation.

Anhang D

Ergänzende Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen

D.1 Sensitivitätsanalysen zur Modellunsicherheit

Tabelle D.1: Totaleffekte – Modellunsicherheit

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Geburten	0,0075	0,0065	0,4245	0,7578	0,8933	0,9179
Erwerbstätigkeit	0,9163	0,9071	0,4970	0,1752	0,0453	0,0203
Pflege	0,0018	0,0021	0,0010	0,0005	0,0002	0,0002
Partnerschaften	0,0004	0,0019	0,0138	0,0298	0,0376	0,0428
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Geburten	0,0058	0,0085	0,0071	0,0092	0,0083	0,0078
Erwerbstätigkeit	0,0043	0,0027	0,0027	0,0032	0,0021	0,0013
Pflege	0,5158	0,7751	0,7896	0,7942	0,8517	0,8704
Partnerschaften	0,003	0,0019	0,0013	0,0018	0,0011	0,0011
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätiger						
Geburten	0,3613	0,5234	0,2678	0,0029	0,5210	0,7682
Erwerbstätigkeit	0,5714	0,4099	0,6361	0,8702	0,3629	0,1403
Pflege	0,0013	0,0011	0,0015	0,0023	0,0014	0,0007
Partnerschaften	0,0045	0,0145	0,0137	0,0009	0,0182	0,0344
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Geburten	0,0032	0,0029	0,0114	0,0363	0,1102	0,2483
Erwerbstätigkeit	0,0043	0,0027	0,0027	0,0031	0,0019	0,0009
Pflege	0,5175	0,7802	0,7876	0,7731	0,7619	0,6499
Partnerschaften	0,0031	0,0016	0,0012	0,0025	0,0062	0,0117
$\hat{\varrho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige						
Geburten	0,0063	0,0072	0,0020	0,037	0,1985	0,4380
Erwerbstätigkeit	0,0132	0,0172	0,0241	0,0320	0,0222	0,0162
Pflege	0,5122	0,7656	0,7771	0,7471	0,6589	0,4546
Partnerschaften	0,0030	0,0018	0,001	0,0024	0,0094	0,0203

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.2: Haupteffekte – Modellunsicherheit

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
	$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige					
Geburten	0,0072	0,0057	0,4241	0,7575	0,8930	0,9176
Erwerbstätigkeit	0,9160	0,9065	0,4965	0,1750	0,0451	0,0202
Pflege	0,0013	0,0016	0,0007	0,0003	0,0001	0,0001
Partnerschaften	0,0001	0,0013	0,0135	0,0296	0,0373	0,0425
Interaktion	0,0005	0,0009	0,0006	0,0004	0,0003	0,0004
MC	0,0749	0,0840	0,0646	0,0373	0,0241	0,0193
	$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige					
Geburten	0,0025	0,0062	0,0058	0,0078	0,0072	0,0069
Erwerbstätigkeit	0,0015	0,0013	0,0016	0,0021	0,0012	0,0007
Pflege	0,5129	0,7730	0,7884	0,7925	0,8505	0,8695
Partnerschaften	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0002	0,0004
Interaktion	0,0042	0,0028	0,0016	0,0021	0,0015	0,0013
MC	0,4788	0,2164	0,2023	0,1952	0,1394	0,1212
	$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige					
Geburten	0,3610	0,5231	0,2672	0,0020	0,5202	0,7677
Erwerbstätigkeit	0,5712	0,4097	0,6355	0,8696	0,3622	0,1399
Pflege	0,0010	0,0008	0,0008	0,0015	0,0007	0,0003
Partnerschaften	0,0042	0,0142	0,0131	0,0000	0,0174	0,0339
Interaktion	0,0004	0,0004	0,0009	0,0011	0,0010	0,0006
MC	0,0622	0,0518	0,0825	0,1257	0,0985	0,0575
	$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige					
Geburten	0,0000	0,0009	0,0102	0,0352	0,1093	0,2477
Erwerbstätigkeit	0,0015	0,0013	0,0016	0,0021	0,0011	0,0006
Pflege	0,5146	0,7785	0,7865	0,7719	0,7610	0,6493
Partnerschaften	0,0002	0,0000	0,0003	0,0012	0,0054	0,0113
Interaktion	0,0041	0,0025	0,0015	0,0016	0,0012	0,0008
MC	0,4796	0,2168	0,1999	0,1880	0,1220	0,0903
	$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige					
Geburten	0,0030	0,0050	0,0008	0,0359	0,1977	0,4370
Erwerbstätigkeit	0,0102	0,0157	0,0228	0,0308	0,0214	0,0158
Pflege	0,5091	0,7634	0,7759	0,7458	0,6578	0,4536
Partnerschaften	0,0002	0,0002	0,0001	0,0012	0,0087	0,0198
Interaktion	0,0043	0,0029	0,0016	0,0017	0,0012	0,0013
MC	0,4731	0,2128	0,1989	0,1847	0,1131	0,0726

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.3: Varianzkomponenten – Modellunsicherheit

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
	$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige (\div 10.000)					
Geburten	0,1149	0,0791	9,8443	39,6547	76,0054	112,4437
Erwerbstätigkeit	14,6314	12,5186	11,5273	9,1588	3,8410	2,4711
Pflege	0,0214	0,0222	0,0153	0,0165	0,0081	0,0063
Partnerschaften	0,0013	0,0178	0,3132	1,5504	3,1761	5,2128
Interaktion	0,0085	0,0127	0,0143	0,0196	0,0274	0,0458
MC	1,1958	1,1599	1,5006	1,9505	2,0499	2,3609
	$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige (\div 1.000)					
Geburten	0,1929	0,2437	0,1878	0,2629	0,2129	0,1715
Erwerbstätigkeit	0,1128	0,0530	0,0512	0,0712	0,0351	0,0174
Pflege	39,5959	30,4941	25,4177	26,7765	25,2119	21,7299
Partnerschaften	0,0143	0,0109	0,0116	0,0142	0,0062	0,0110
Interaktion	0,3223	0,1113	0,0515	0,0695	0,0450	0,03142
MC	36,9648	8,5377	6,5217	6,5948	4,1326	3,0298
	$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige ($\times 100.000$)					
Geburten	0.8810	1.7510	0.6555	0.0038	1.4491	5.8906
Erwerbstätigkeit	1.3937	1.3714	1.5593	1.6519	1.0089	1.0735
Pflege	0.0024	0.0027	0.0020	0.0029	0.0019	0.0026
Partnerschaften	0.0102	0.0474	0.0322	0,0000	0.0485	0.2605
Interaktion	0.0010	0.0015	0.0023	0.0022	0.0027	0.0049
MC	0.1519	0.1735	0.2024	0.2387	0.2744	0.4412
	$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige ($\times 100.000$)					
Geburten	0,0000	0,0004	0,0045	0,0222	0,0963	0,3675
Erwerbstätigkeit	0,0011	0,0006	0,0007	0,0013	0,0010	0,0008
Pflege	0,3752	0,3337	0,3466	0,4862	0,6704	0,9631
Partnerschaften	0,0002	0,0000	0,0002	0,0008	0,0048	0,0168
Interaktion	0,0030	0,0011	0,0006	0,0010	0,0010	0,0011
MC	0,3496	0,0929	0,0881	0,1184	0,1075	0,1339
	$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige ($\times 100.000$)					
Geburten	0,0082	0,0084	0,0014	0,1168	1,3076	6,0477
Erwerbstätigkeit	0,0276	0,0262	0,0409	0,1004	0,1419	0,2181
Pflege	1,3747	1,2760	1,3912	2,4283	4,3512	6,2777
Partnerschaften	0,0005	0,0003	0,0001	0,0039	0,0576	0,2744
Interaktion	0,0115	0,0048	0,0029	0,0055	0,0081	0,0181
MC	1,2774	0,3558	0,3566	0,6013	0,7481	1,0042

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

D.2 Sensitivitätsanalysen zur Parameterunsicherheit

Tabelle D.4: Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,2557	0,2773	0,2332	0,2222	0,2661	0,3312
Koef. 2	0,7018	0,7032	0,7051	0,7068	0,7033	0,7037
Koef. 3	0,2936	0,1175	0,2708	0,2855	0,3030	0,3572
Koef. 4	0,0006	0,0030	0,0008	0,0007	0,0007	0,0008
Koef. 5	0,0011	0,0016	0,0011	0,0011	0,0009	0,0010
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,2542	0,2464	0,3199	0,4022	0,4080	0,4496
Koef. 2	0,6985	0,7072	0,6994	0,7058	0,7096	0,7088
Koef. 3	0,2771	0,3263	0,3550	0,3997	0,4571	0,4925
Koef. 4	0,0008	0,0006	0,0008	0,0010	0,0010	0,0011
Koef. 5	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0014	0,0016
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1308	0,1109	0,0125	0,0481	0,1051	0,1320
Koef. 2	0,4586	0,4554	0,1216	0,5293	0,6345	0,6174
Koef. 3	0,1413	0,1591	0,0099	0,0681	0,0975	0,1235
Koef. 4	0,0004	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005
Koef. 5	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,0006	0,0006
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0072	0,0057	0,4241	0,7575	0,8930	0,9176
Koef. 2	0,9160	0,9065	0,4965	0,1750	0,0451	0,0202
Koef. 3	0,0013	0,0016	0,0007	0,0003	0,0000	0,0000
Koef. 4	0,0000	0,0013	0,0135	0,0296	0,0373	0,0425
Koef. 5	0,0000	0,0013	0,0135	0,0296	0,0373	0,0425
$\hat{\varrho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1968	0,1696	0,1904	0,3833	0,4621	0,3595
Koef. 2	0,7144	0,7209	0,7152	0,7782	0,9493	0,9351
Koef. 3	0,2092	0,2125	0,2252	0,3027	0,5077	0,3936
Koef. 4	0,0007	0,0005	0,0004	0,0009	0,0016	0,0015
Koef. 5	0,0009	0,0008	0,0005	0,0007	0,0020	0,0019

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.5: Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1281	0,1955	0,1306	0,1227	0,1275	0,1231
Koef. 2	0,4793	0,6022	0,5166	0,5131	0,4659	0,3826
Koef. 3	0,1449	0,0806	0,1468	0,1534	0,1446	0,1342
Koef. 4	0,0003	0,0017	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
Koef. 5	0,0006	0,0009	0,0006	0,0006	0,0005	0,0004
Interaktion	0,2446	0,1046	0,2049	0,2099	0,2617	0,3594
MC	0,0022	0,0145	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,1334	0,1163	0,1226	0,1206	0,1054	0,1016
Koef. 2	0,4907	0,4603	0,3906	0,3125	0,2763	0,2383
Koef. 3	0,1416	0,1529	0,1382	0,1196	0,1238	0,1172
Koef. 4	0,0005	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002
Koef. 5	0,0005	0,0005	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003
Interaktion	0,2282	0,2659	0,3461	0,4464	0,4937	0,5423
MC	0,0052	0,0024	0,0018	0,0004	0,0001	0,0001
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1371	0,1236	0,1269	0,1128	0,0076	0,0307
Koef. 2	0,6046	0,6303	0,5958	0,3700	0,1764	0,3653
Koef. 3	0,1415	0,1513	0,1511	0,0874	0,0159	0,0173
Koef. 4	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0,0000	0,0002
Koef. 5	0,0006	0,0016	0,0003	0,0000	0,0000	0,0003
Interaktion	0,1157	0,0938	0,1255	0,4291	0,7997	0,5858
MC	0,0001	0,0001	0,0002	0,0004	0,0004	0,0003
$\hat{\theta}_2$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0072	0,0057	0,4241	0,7575	0,8930	0,9176
Koef. 2	0,9160	0,9065	0,4965	0,1750	0,0451	0,0202
Koef. 3	0,0013	0,0016	0,0007	0,0003	0,0000	0,0000
Koef. 4	0,0000	0,0013	0,0135	0,0296	0,0373	0,0425
Koef. 5	0,0000	0,0013	0,0135	0,0296	0,0373	0,0425
Interaktion	0,0005	0,0009	0,0006	0,0004	0,0003	0,0003
MC	0,4213	0,0364	0,0080	0,0036	0,0020	0,0013
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1308	0,1109	0,0125	0,0481	0,1051	0,1320
Koef. 2	0,4586	0,4554	0,1216	0,5293	0,6345	0,6174
Koef. 3	0,1413	0,1591	0,0099	0,0681	0,0975	0,1235
Koef. 4	0,0004	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005
Koef. 5	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,0006	0,0006
Interaktion	0,2650	0,2710	0,7784	0,3471	0,1599	0,1248
MC	0,0032	0,0029	0,0768	0,0065	0,0019	0,0011

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.6: Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Geburtenmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige ($\div 100.000$)						
Koef. 1	7,2977	1,8005	446,4553	1826,1860	5683,1750	23542,3900
Koef. 2	27,2991	5,5461	1766,0510	7636,7100	20744,4200	73188,0200
Koef. 3	8,2526	0,7427	501,7706	2283,3950	6444,6620	25666,7400
Koef. 4	0,0187	0,0155	1,4908	5,5466	16,0719	58,8955
Koef. 5	0,0324	0,0082	2,1891	8,7984	20,8260	72,3768
Interaktion	13,9289	0,9632	700,5632	3123,6370	11664,5800	68757,8300
MC	0,1241	0,1338	0,2273	0,3719	0,6383	2,1686
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige ($\div 100.000$)						
Koef. 1	0,6781	1,3572	2,0470	12,3806	41,0356	86,1573
Koef. 2	2,4946	5,3708	6,5205	32,0791	107,5770	202,0268
Koef. 3	0,7198	1,8004	2,3078	12,2768	48,2320	99,3877
Koef. 4	0,0023	0,0036	0,0050	0,0298	0,0916	0,1872
Koef. 5	0,0027	0,0058	0,0061	0,0311	0,1238	0,2520
Interaktion	1,1603	3,1031	5,7771	45,8271	192,2229	459,7274
MC	0,0262	0,0282	0,0299	0,0403	0,0541	0,0664
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	167,5194	224,1299	104,7471	58,2107	3,7906	33,7653
Koef. 2	738,8438	1142,3060	491,8605	190,9245	88,0904	401,3286
Koef. 3	172,8616	274,4580	124,7157	45,0730	7,9278	19,0418
Koef. 4	0,5556	0,6798	0,2480	0,0893	0,0027	0,2172
Koef. 5	0,7901	1,0397	0,2748	0,0247	0,0200	0,3280
Interaktion	141,3405	170,0982	103,5693	221,3907	399,474	643,5666
MC	0,1299	0,1440	0,1674	0,2025	0,2124	0,3101
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	94,0444	242,5657	104,2380	62,4025	60,6496	132,4397
Koef. 2	421,5714	1127,6050	544,2409	349,6044	342,1327	756,1759
Koef. 3	101,9160	237,2880	112,9280	67,5758	62,2833	135,5559
Koef. 4	0,2387	0,9518	0,3658	0,2028	0,2092	0,4686
Koef. 5	1,0652	1,2738	0,5338	0,2838	0,2702	0,5616
Interaktion	88,4286	138,1583	56,6839	33,9897	32,9721	71,9402
MC	514,7877	66,0138	6,5926	1,8564	1,0008	1,4157
$\hat{\varrho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	4,0298	4,5484	0,0203	1,9038	48,6977	642,8356
Koef. 2	14,1252	18,6730	0,1971	20,9584	293,9123	3006,4830
Koef. 3	4,3536	6,5216	0,0160	2,6961	45,1620	601,6003
Koef. 4	0,0127	0,0100	0,0003	0,0099	0,2036	2,4099
Koef. 5	0,0163	0,0198	0,0010	0,0260	0,2796	2,9905
Interaktion	8,1635	11,1132	1,2619	13,7463	74,0509	607,7723
MC	0,0999	0,1171	0,1245	0,2579	0,8729	5,4381

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.7: Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0276	0,0294	0,0258	0,0177	0,0099	0,0057
Koef. 2	0,1838	0,2048	0,1760	0,1491	0,0704	0,0396
Koef. 3	0,0388	0,0446	0,0397	0,0362	0,0155	0,0085
Koef. 4	0,002	0,0016	0,0017	0,0011	0,0006	0,0002
Koef. 5	0,0005	0,0004	0,0006	0,0003	0,0001	0,0002
Interaktion	0,0218	0,0250	0,0236	0,0218	0,0147	0,0138
MC	0,7256	0,6941	0,7327	0,7738	0,8890	0,9320
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0429	0,0401	0,0366	0,0342	0,0331	0,0300
Koef. 2	0,6273	0,6257	0,6226	0,6213	0,6194	0,6152
Koef. 3	0,2688	0,2691	0,2709	0,2769	0,2783	0,2884
Koef. 4	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
Interaktion	0,0591	0,0634	0,0683	0,0662	0,0678	0,0652
MC	0,0009	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0006
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0230	0,0228	0,0262	0,0223	0,0154	0,0107
Koef. 2	0,1483	0,1606	0,1770	0,1987	0,1243	0,0853
Koef. 3	0,0316	0,0363	0,0400	0,0493	0,0285	0,0194
Koef. 4	0,0012	0,0010	0,0021	0,0015	0,0009	0,0006
Koef. 5	0,0004	0,0004	0,0006	0,0003	0,0000	0,0001
Interaktion	0,0187	0,0210	0,0240	0,0270	0,0174	0,0169
MC	0,7768	0,7579	0,7302	0,7009	0,8136	0,8670
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0429	0,0401	0,0366	0,0342	0,0331	0,0300
Koef. 2	0,6273	0,6257	0,6227	0,6213	0,6194	0,6151
Koef. 3	0,2688	0,2691	0,2709	0,2769	0,2783	0,2884
Koef. 4	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
Interaktion	0,0591	0,0634	0,0683	0,0662	0,0679	0,0653
MC	0,0009	0,0009	0,0007	0,0006	0,0006	0,00006
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige/Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0430	0,0403	0,0368	0,0344	0,0333	0,0302
Koef. 2	0,6270	0,6253	0,6221	0,6206	0,6189	0,6146
Koef. 3	0,2685	0,2687	0,2705	0,2764	0,2778	0,2878
Koef. 4	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
Interaktion	0,0596	0,0640	0,0690	0,0672	0,0687	0,0660
MC	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0007	0,0008

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.8: Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0378	0,0396	0,0366	0,0278	0,0180	0,0144
Koef. 2	0,2026	0,2276	0,1964	0,1683	0,0822	0,0506
Koef. 3	0,0529	0,0626	0,0552	0,0516	0,0260	0,0179
Koef. 4	0,0078	0,0062	0,0062	0,0065	0,0070	0,0074
Koef. 5	0,0051	0,0055	0,0046	0,0060	0,0059	0,0073
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0519	0,0499	0,0470	0,0438	0,0429	0,0382
Koef. 2	0,6841	0,6865	0,6882	0,6849	0,6846	0,6781
Koef. 3	0,3213	0,3252	0,3316	0,3361	0,3391	0,3477
Koef. 4	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0320	0,0318	0,0367	0,0334	0,0244	0,0206
Koef. 2	0,1641	0,1790	0,1977	0,2225	0,1383	0,0988
Koef. 3	0,0442	0,0517	0,0563	0,0684	0,0406	0,0308
Koef. 4	0,0066	0,0052	0,0063	0,0071	0,0067	0,0078
Koef. 5	0,0047	0,0053	0,0050	0,0054	0,0050	0,0075
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0519	0,0499	0,0470	0,0438	0,0429	0,0382
Koef. 2	0,6841	0,6866	0,6882	0,6849	0,6846	0,6781
Koef. 3	0,3213	0,3252	0,3316	0,3361	0,3391	0,3477
Koef. 4	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008
ϱ : Pflegebedürftige/Erwerbstätige						
Koef. 1	0,0522	0,0502	0,0474	0,0443	0,0433	0,0386
Koef. 2	0,6842	0,6867	0,6883	0,6851	0,6848	0,6782
Koef. 3	0,3213	0,3253	0,3317	0,3363	0,3392	0,3477
Koef. 4	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
Koef. 5	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.9: Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Pflegebedürftigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige ($\div 1.000$)						
Koef. 1	0,4656	0,5034	0,5226	0,4431	0,2264	0,1438
Koef. 2	3,1026	3,5032	3,5629	3,7222	1,6104	0,9915
Koef. 3	0,6546	0,7625	0,8027	0,9033	0,3537	0,2122
Koef. 4	0,0330	0,0275	0,0341	0,0265	0,0133	0,0048
Koef. 5	0,0083	0,0061	0,0111	0,0087	0,0012	0,0048
Interaktion	0,3681	0,4282	0,4777	0,5455	0,3358	0,3466
MC	12,2518	11,8711	14,8331	19,3223	20,3424	23,3569
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige ($\div 10.000$)						
Koef. 1	9,7222	9,9858	11,2959	12,6326	13,5353	12,4247
Koef. 2	142,2367	155,7255	191,9230	229,5408	253,2824	254,9422
Koef. 3	60,9561	66,9683	83,5017	102,3065	113,8033	119,5234
Koef. 4	0,0140	0,0147	0,0142	0,0112	0,0063	0,0038
Koef. 5	0,1929	0,1971	0,2222	0,2486	0,2720	0,2467
Interaktion	13,4107	15,7766	21,0526	24,4722	27,7350	27,0245
MC	0,2141	0,2180	0,2326	0,2486	0,2553	0,2567
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	0,0045	0,0054	0,0070	0,0075	0,0052	0,0054
Koef. 2	0,0293	0,0379	0,0473	0,0667	0,0423	0,0432
Koef. 3	0,0062	0,0086	0,0107	0,0165	0,0097	0,0098
Koef. 4	0,0002	0,0002	0,0006	0,0005	0,0003	0,0003
Koef. 5	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
Interaktion	0,0037	0,0050	0,0064	0,0091	0,0059	0,0086
MC	0,1534	0,1788	0,1953	0,2353	0,2766	0,4394
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	0,9220	1,0941	1,5419	2,2982	3,6081	5,5265
Koef. 2	13,4908	17,0614	26,1971	41,7410	67,4655	113,2876
Koef. 3	5,7814	7,3364	11,3970	18,6019	30,3100	53,1061
Koef. 4	0,0013	0,0016	0,0019	0,0020	0,0017	0,0016
Koef. 5	0,0183	0,0216	0,0303	0,0452	0,0726	0,1097
Interaktion	1,2720	1,7284	2,8739	4,4500	7,3921	12,0179
MC	0,0199	0,0232	0,0309	0,0436	0,0664	0,1136
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige/Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	3,3816	4,1859	6,2060	11,5050	23,4497	35,9299
Koef. 2	49,2687	64,9832	104,7980	207,5824	435,5749	731,1166
Koef. 3	21,0987	27,9235	45,5619	92,4361	195,4923	342,3764
Koef. 4	0,0051	0,0065	0,0083	0,0111	0,0122	0,0125
Koef. 5	0,0670	0,0825	0,1220	0,2261	0,4669	0,7098
Interaktion	4,6861	6,6498	11,6263	22,4658	48,3299	78,5363
MC	0,0758	0,0929	0,1320	0,2405	0,5041	0,9637

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.10: Haupteffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1201	0,1075	0,1035	0,0859	0,0882	0,0893
Koef. 2	0,6636	0,6595	0,6572	0,6489	0,6455	0,6450
Koef. 3	0,2039	0,2216	0,2276	0,2531	0,2493	0,2434
Koef. 4	0,0048	0,0044	0,0043	0,0041	0,0041	0,0041
Koef. 5	0,0052	0,0051	0,005	0,005	0,0047	0,0048
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Interaktion	0,0006	0,0003	0,0003	0,003	0,0003	0,0002
MC	0,0017	0,0016	0,0021	0,0028	0,0077	0,0131
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0352	0,0375	0,0362	0,0356	0,026	0,0154
Koef. 2	0,2670	0,3380	0,3399	0,3487	0,2759	0,1650
Koef. 3	0,1128	0,1492	0,1514	0,1640	0,1388	0,0808
Koef. 4	0,0017	0,0021	0,0019	0,0021	0,0015	0,0009
Koef. 5	0,0018	0,0029	0,0030	0,0032	0,0023	0,0014
Koef. 6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0014	0,0012	0,0014	0,0010	0,0007	0,0006
Interaktion	0,0060	0,0057	0,0057	0,0055	0,0091	0,0086
MC	0,5740	0,4635	0,4606	0,4398	0,5457	0,7273
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1202	0,1073	0,1031	0,0855	0,0876	0,0886
Koef. 2	0,6632	0,6591	0,6573	0,6494	0,6477	0,6497
Koef. 3	0,2037	0,2216	0,2279	0,2538	0,2513	0,2468
Koef. 4	0,0048	0,0044	0,0043	0,0041	0,0041	0,0041
Koef. 5	0,0052	0,0051	0,0050	0,0051	0,0049	0,0049
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Interaktion	0,0006	0,0003	0,0003	0,0001	0,0005	0,0002
MC	0,0022	0,0022	0,0020	0,0019	0,0040	0,0057
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0353	0,038	0,0371	0,037	0,0281	0,0184
Koef. 2	0,2688	0,3412	0,3442	0,3538	0,2826	0,1737
Koef. 3	0,1138	0,1504	0,1526	0,1650	0,1393	0,0813
Koef. 4	0,0017	0,0021	0,0019	0,0021	0,0016	0,0009
Koef. 5	0,0018	0,0029	0,0030	0,0031	0,0022	0,0013
Koef. 6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0014	0,0012	0,0014	0,0011	0,0008	0,0006
Interaktion	0,0044	0,0044	0,0045	0,0043	0,0076	0,0063
MC	0,5727	0,4598	0,4554	0,4336	0,5380	0,7175
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige/Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1024	0,0914	0,0901	0,0792	0,0791	0,0817
Koef. 2	0,6028	0,6113	0,6169	0,6199	0,6113	0,6101
Koef. 3	0,2016	0,2220	0,2283	0,2518	0,2483	0,2389
Koef. 4	0,0043	0,0040	0,0039	0,0039	0,0038	0,0039
Koef. 5	0,0046	0,0049	0,0049	0,0050	0,0046	0,0047
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
Interaktion	0,0043	0,0035	0,0044	0,0045	0,0021	0,0047
MC	0,0796	0,0626	0,0513	0,0356	0,0507	0,0560

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.11: Totaleffekte, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1205	0,1077	0,1037	0,0860	0,0883	0,0895
Koef. 2	0,6641	0,6598	0,6575	0,6490	0,6460	0,6452
Koef. 3	0,2041	0,2217	0,2277	0,2532	0,2498	0,2435
Koef. 4	0,0048	0,0044	0,0043	0,0041	0,0041	0,0042
Koef. 5	0,0052	0,0051	0,0050	0,0050	0,0048	0,0049
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
Koef. 7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0390	0,0407	0,0392	0,0386	0,0301	0,0205
Koef. 2	0,2711	0,3421	0,3440	0,3527	0,2829	0,1711
Koef. 3	0,1168	0,1533	0,1554	0,1680	0,1457	0,0870
Koef. 4	0,0055	0,0052	0,0049	0,0050	0,0053	0,0058
Koef. 5	0,0058	0,0061	0,0049	0,0060	0,0061	0,0063
Koef. 6	0,0038	0,0032	0,0030	0,0029	0,0038	0,0050
Koef. 7	0,0053	0,0043	0,0044	0,0039	0,0047	0,0057
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1205	0,1075	0,1034	0,0856	0,0876	0,0887
Koef. 2	0,6637	0,6594	0,6575	0,6495	0,6481	0,6498
Koef. 3	0,2039	0,2217	0,2280	0,2539	0,2518	0,2469
Koef. 4	0,0048	0,0044	0,0043	0,0041	0,0041	0,0042
Koef. 5	0,0052	0,0051	0,0050	0,0051	0,0049	0,0049
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige						
Koef. 1	0,0377	0,0400	0,0390	0,0390	0,0309	0,0215
Koef. 2	0,2716	0,3442	0,3472	0,3567	0,2882	0,1778
Koef. 3	0,1164	0,1533	0,1556	0,1680	0,1449	0,0854
Koef. 4	0,0041	0,0040	0,0039	0,0040	0,0041	0,0039
Koef. 5	0,0045	0,0049	0,0049	0,0048	0,0047	0,0042
Koef. 6	0,0025	0,0020	0,0020	0,0019	0,0025	0,0029
Koef. 7	0,0040	0,0032	0,0034	0,0029	0,0034	0,0037
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige						
Koef. 1	0,1047	0,0934	0,0923	0,0813	0,0805	0,0839
Koef. 2	0,6064	0,6143	0,6206	0,6238	0,6130	0,6142
Koef. 3	0,2039	0,2239	0,2308	0,2546	0,2492	0,2417
Koef. 4	0,0047	0,0044	0,0042	0,0042	0,0041	0,0042
Koef. 5	0,0051	0,0052	0,0052	0,0052	0,0049	0,0050
Koef. 6	0,0004	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
Koef. 7	0,0006	0,0005	0,0005	0,0003	0,0004	0,0003

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Tabelle D.12: Varianzkomponenten, Vergleich der Koeffizienten für das Erwerbstätigkeitsmodell

Simulationsperiode	10	20	30	40	50	60
$\hat{\tau}_1$: Anzahl Erwerbstätige ($\div 1.000$)						
Koef. 1	853,8087	791,9247	750,3945	584,4599	231,8682	156,9713
Koef. 2	4716,3480	4859,5990	4767,3680	4413,9800	1697,3540	1133,7020
Koef. 3	1448,7790	1632,9210	1651,0720	1721,7160	655,5204	427,8280
Koef. 4	34,1340	32,3780	31,2780	27,7920	10,6739	7,2096
Koef. 5	36,7267	37,2261	36,0682	34,1709	12,4745	8,3814
Koef. 6	0,8572	0,1451	0,0660	0,0616	0,0162	0,0033
Koef. 7	0,1445	0,1277	0,1290	0,1058	0,0457	0,0338
Interaktion	3,9806	0,2370	2,3700	1,0666	1,3919	0,4312
MC	12,0889	11,7982	14,8863	19,1132	20,2746	23,0568
$\hat{\tau}_2$: Anzahl Pflegebedürftige						
Koef. 1	478,2973	530,0144	536,0701	505,1210	428,1188	319,4508
Koef. 2	2642,064	3252,4020	3405,7320	3814,7930	3133,9740	2307,1870
Koef. 3	811,5951	1092,8710	1179,5000	1487,9980	1210,3450	870,6688
Koef. 4	19,1216	21,6697	22,3445	24,0193	19,7082	14,6723
Koef. 5	20,5740	24,9144	25,7665	29,5322	23,0328	17,0568
Koef. 6	0,4802	0,0971	0,0471	0,0532	0,0298	0,0067
Koef. 7	0,0809	0,0855	0,0922	0,0914	0,0844	0,0688
Interaktion	2,2299	1,5842	1,6932	0,9218	2,5699	0,8776
MC	6,7721	7,8962	10,6346	16,5186	37,4349	46,9226
$\hat{\theta}_1$: Anteil Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	8,1169	8,6632	10,1938	10,5453	6,0756	6,8052
Koef. 2	44,8027	53,2403	64,9669	80,0640	44,9433	49,9161
Koef. 3	13,7587	17,8985	22,5315	31,2974	17,4399	18,9643
Koef. 4	0,3246	0,3545	0,4258	0,5048	0,2828	0,3177
Koef. 5	0,3494	0,4099	0,4959	0,6281	0,3367	0,3779
Koef. 6	0,0085	0,0018	0,0011	0,0014	0,0006	0,0003
Koef. 7	0,0014	0,0014	0,0017	0,0019	0,0011	0,0014
Interaktion	0,0376	0,0261	0,0319	0,0177	0,0334	0,0122
MC	0,1512	0,1757	0,1963	0,2360	0,2782	0,4360
$\hat{\theta}_2$: Anteil Pflegebedürftige ($\times 1.000.000$)						
Koef. 1	0,0132	0,0203	0,0260	0,0394	0,0364	0,0295
Koef. 2	0,1003	0,1826	0,2416	0,3764	0,3655	0,2780
Koef. 3	0,0425	0,0805	0,1071	0,1755	0,1801	0,1300
Koef. 4	0,0006	0,0011	0,0013	0,0023	0,0021	0,0015
Koef. 5	0,0007	0,0015	0,0021	0,0033	0,0028	0,0021
Koef. 6	0,0005	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0006	0,0007	0,0010	0,0011	0,0010	0,0009
Interaktion	0,0017	0,0023	0,0031	0,0046	0,0098	0,0101
MC	0,2137	0,2460	0,3196	0,4613	0,6958	1.1482
$\hat{\rho}$: Pflegebedürftige / Erwerbstätige ($\times 100.000$)						
Koef. 1	0,1045	0,1435	0,2377	0,5579	0,7922	1.3137
Koef. 2	0,6152	0,9596	1.6281	4.3660	6.1201	9.8134
Koef. 3	0,2057	0,3485	0,6025	1.7733	2.4853	3.8428
Koef. 4	0,0044	0,0063	0,0104	0,0276	0,0380	0,0620
Koef. 5	0,0047	0,0076	0,0130	0,0352	0,0463	0,0750
Koef. 6	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000
Koef. 7	0,0003	0,0004	0,0006	0,0010	0,0012	0,0015
Interaktion	0,0044	0,0055	0,0117	0,0317	0,0206	0,0755
MC	0,0813	0,0982	0,1353	0,2507	0,5073	0,9006

Die größten Werte der jeweiligen Periode sind grau hinterlegt.

Literatur

- Aldrich, J. und F. Nelson (1984). *Linear Probability, Logit, and Probit Models*. Beverly Hills: SAGE Publications, Inc.
- Alfons, A., S. Kraft, M. Templ und P. Filzmoser (2011). „Simulation of close-to-reality population data for household surveys with application to EU-SILC“. In: *Statistical Methods & Applications* 20.3, S. 383–407.
- Alho, J. M. (1990). „Stochastic methods in population forecasting“. In: *International Journal of Forecasting* 6.4, S. 521–530.
- Articus, C., C. Giusti, L. Gudemann, S. Marchetti, M. Pratesi, V. Mauro und R. Münnich (2021). *Report on the impact of response and sampling on composite and multidimensional indicators – Explorative studies on the impact of data quality on composite indicators*. InGRID Deliverable. InGRID-2 project 730998 – H2020. URL: <https://www.inclusivegrowth.eu/files/Output/D13.6.pdf>.
- Azose, J. J., H. Ševčíková und A. E. Raftery (2016). „Probabilistic population projections with migration uncertainty“. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113.23, S. 6460–6465.
- Bae, J. W., E. Paik, K. Kim, K. Singh und M. Sajjad (2016). „Combining microsimulation and agent-based model for micro-level population dynamics“. In: *Procedia Computer Science* 80, S. 507–517.
- Bækgaard, H. (2002). *Micro-macro linkage and the alignment of transition processes*. Technical Paper 25. NATSEM.
- Ballas, D., T. Broomhead und P. M. Jones (2019). „Spatial Microsimulation and Agent-Based Modelling“. In: *The Practice of Spatial Analysis*. Basel: Springer International Publishing, S. 69–84.
- Ballas, D., G. P. Clarke und E. Wiemers (2005). „Building a dynamic spatial microsimulation model for Ireland“. In: *Population, Space and Place* 11.3, S. 157–172.
- Baltagi, B. (2022). *Econometric analysis of panel data*. 6. Aufl. Cham: Springer Nature.
- Baroni, E. und M. Richiardi (2007). *Orcutt’s Vision, 50 years on*. Working Paper 65. Laboratorio R. Revelli, Collegio Carlo Alberto. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?%doi=10.1.1.100.4991&rep=rep1&type=pdf>.

- Bates, D., M. Mächler, B. Bolker und S. Walker (2015). „Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4“. In: *Journal of Statistical Software* 67.1, S. 1–48.
- Beaumont, J.-F. und J. Bissonnette (2011). „Variance estimation under composite imputation: The methodology behind SEVANI“. In: *Survey Methodology* 37.2, S. 171–179.
- Bekalarczyk, D. und E. Depenbrock (2020). „Implementation panelanalytischer Modelle in die Mikrosimulation unter Berücksichtigung inter-individueller Unterschiede und intra-individueller Dynamiken“. In: *Mikrosimulationen: Methodische Grundlagen und ausgewählte Anwendungsfelder*. Hrsg. von M. Hannappel und J. Kopp. Wiesbaden: Springer VS, S. 177–237.
- Bekalarczyk, D. und P. Stein (2017). „Eine dynamische Mikrosimulation zur zukünftigen Integrationsentwicklung in der dritten Migrantengeneration“. In: *Geschlossene Gesellschaften* 38, S. 1–12.
- Bélanger, A., P. Sabourin und A. Bélanger (2017). *Microsimulation and population dynamics*. Springer International Publishing.
- Berger, Y. G. und Y. Tillé (2009). „Sampling with Unequal Probabilities“. In: *Handbook of Statistics*. Hrsg. von C. Rao. Bd. 29. Amsterdam: Elsevier, S. 39–54.
- Bilcke, J., P. Beutels, M. Brisson und M. Jit (2011). „Accounting for methodological, structural, and parameter uncertainty in decision-analytic models: a practical guide“. In: *Medical Decision Making* 31.4, S. 675–692.
- Birg, H. (2009). „Bevölkerungsvorausberechnungen für Deutschland“. In: *KWI-Schriften* 2, S. 23–32.
- Birkin, M. (2012). „Challenges for spatial dynamic microsimulation modelling“. In: *Spatial microsimulation: A reference guide for users*. Springer, S. 223–245.
- Birkin, M., B. Wu und P. Rees (2017). „Moses: dynamic spatial microsimulation with demographic interactions“. In: *New frontiers in microsimulation modelling*. Hrsg. von A. Zaidi, A. Harding und P. Williamson. London: Routledge, S. 53–77.
- Böhning, D. (1992). „Multinomial logistic regression algorithm“. In: *Annals of the institute of Statistical Mathematics* 44.1, S. 197–200.
- Bolthausen, E. (2010). „Bernoullis Gesetz der grossen Zahlen“. In: *Elemente der Mathematik* 65.4, S. 134–143.
- Bonabeau, E. (2002). „Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems“. In: *Proceedings of the national academy of sciences* 99.suppl_3, S. 7280–7287.
- Bonin, H., F. Pfeiffer, K. Reuß und H. Stichnoth (2013). *Mikrosimulation ausgewählter ehe- und familienbezogener Leistungen im Lebenszyklus: Gutachten für die Prognos AG ; Forschungsbericht*. Mannheim. URL: http://ftp.zew.de/pub/zew-docs/gutachten/ZEW_Endbericht_Zentrale_Leistungen2013.pdf.
- Booth, H. (2006). „Demographic forecasting: 1980 to 2005 in review“. In: *International journal of forecasting* 22.3, S. 547–581.

- Bracher, J., D. Wolfram, J. Deuschel, K. Görden, J. L. Ketterer, A. Ullrich, S. Abbott, M. V. Barbarossa, D. Bertsimas, S. Bhatia, M. Bodych, N. I. Bosse, J. P. Burgard, L. Castro, G. Fairchild, J. Fuhrmann, S. Funk, K. Gogolewski, Q. Gu, S. Heyder, T. Hotz, Y. Kheifetz, H. Kirsten und T. Krueger (2021). „A pre-registered short-term forecasting study of COVID-19 in Germany and Poland during the second wave“. In: *Nature communications* 12.1, S. 5173.
- Brier, G. W. (1950). „Verification of forecasts expressed in terms of probability“. In: *Monthly weather review* 78.1, S. 1–3.
- Briggs, A. H., M. C. Weinstein, E. A. Fenwick, J. Karnon, M. J. Sculpher, A. D. Paltiel und I.-S. M. G. R. P. T. Force (2012). „Model parameter estimation and uncertainty: a report of the ISPOR-SMDM Modeling Good Research Practices Task Force-6“. In: *Value in Health* 15.6, S. 835–842.
- Brown, L., B. Nepal, H. Booth, S. Pennecc, K. Anstey und A. Harding (2011). *Dynamic modelling of ageing and health: the Dynopta microsimulation model*. NATS-EM Working Paper Series. University of Canberra, National Centre for Social und Economic Modelling.
- Brücker, H., T. Fendel, A. Kunert, U. Mangold, J. Schupp und M. Siegert (2016). *Geflüchtete Menschen in Deutschland: Warum sie kommen, was sie mitbringen und welche Erfahrungen sie machen*. ger. IAB-Kurzbericht 15/2016. Nürnberg: Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB). URL: <https://doku.iab.de/kurzber/2016/kb1516.pdf>.
- Bruckmeier, K. und J. Wiemers (2017). „Differences in welfare take-up between immigrants and natives – a microsimulation study“. In: *International Journal of Manpower* 38.2, S. 226–241.
- Brückner, G., J. Eberle und F. Götttsche (2018). „Statistische Geheimhaltung in Bevölkerungsstatistiken – Einsatz der Fünfferrundung in der Ausländerstatistik nach dem Ausländerzentralregister“. In: *WISTA Wirtschaft und Statistik* 3, S. 105–117.
- Brüderl, J., S. Drobnič, K. Hank, F. J. Neyer, S. Walper, P. Alt, E. Borschel, C. Bozoyan, M. Garrett, S. Geissler, T. Gonzalez Avilés, N. Gröpler, K. Hajek, M. Herzig, B. Huyer-May, R. Lenke, R. Lorenz, K. Lutz, L. Minkus, T. Peter, T. Phan, R. Preetz, J. Reim, B. Sawatzki, C. Schmiedeberg, P. Schütze, N. Schumann, C. Thönnissen, K. Timmermann und M. Wetzel (2021). *Beziehungs- und Familienpanel (pairfam)*. GESIS Datenarchiv, Köln. ZA5678 Datenfile Version 12.0.0.
- Bundesamt für Migration und Flüchtlinge (2021). *Ankunft und Registrierung – Asyl und Flüchtlingsschutz*. URL: <https://www.bamf.de/DE/Themen/AsylFluechtlingsschutz/AblaufAsylverfahrens/AnkunftRegistrierung/ankunftregistrierung-node.html> (besucht am 29.05.2022).
- Burgard, J. P. (2015). „Evaluation of Small Area Techniques for Applications in Official Statistics“. Dissertation. Universität Trier. URL: <https://ubt.opus>.

- hbz-nrw.de/opus45-ubtr/frontdoor/deliver/index/docId/692/file/BurgardOPUS.pdf.
- Burgard, J. P., H. Dieckmann, J. Krause, H. Merkle, R. Münnich, K. M. Neufang und S. Schmaus (2020a). „A generic business process model for conducting microsimulation studies“. In: *Statistics in Transition New Series* 21.4, S. 191–211.
- Burgard, J. P., J. Krause, H. Merkle, R. Münnich und S. Schmaus (2019a). „Conducting a dynamic microsimulation for care research: Data generation, transition probabilities and sensitivity analysis“. In: *Workshop on Stochastic Models, Statistics and their Application*. Hrsg. von A. Steland, E. Rafajłowicz und O. Okhrin. Cham: Springer, S. 269–290.
- Burgard, J. P., J. Krause, H. Merkle, R. Münnich und S. Schmaus (2020b). „Dynamische Mikrosimulationen zur Analyse und Planung regionaler Versorgungsstrukturen in der Pflege“. In: *Mikrosimulationen*. Hrsg. von J. Kopp und M. Hannappel. Wiesbaden: Springer VS, S. 283–313.
- Burgard, J. P., J. Krause und S. Schmaus (2021). „Estimation of regional transition probabilities for spatial dynamic microsimulations from survey data lacking in regional detail“. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 154.
- Burgard, J. P., R. Münnich und M. Rupp (2019b). *A generalized calibration approach ensuring coherent estimates with small area constraints*. Research Papers in Economics. Universität Trier. URL: https://www.uni-trier.de/fileadmin/fb4/prof/VWL/EFW/Research_Papers/2019-10.pdf.
- Burgard, J. P. und S. Schmaus (2019). *Sensitivity analysis for dynamic microsimulation models*. Research Papers in Economics. Universität Trier. URL: https://www.uni-trier.de/fileadmin/fb4/prof/VWL/EFW/Research_Papers/2019-15.pdf.
- Busch, R. (2016). „Inländische Wanderungen in Deutschland–wer gewinnt und wer verliert?“. In: *Zeitschrift für Immobilienökonomie* 2.2, S. 81–101.
- Caron-Malenfant, E., S. Coulombe und D. Grenier (2017). *Demosim: An Overview of Methods and Data Sources*. URL: <https://www150.statcan.gc.ca/n1/pub/91-621-x/91-621-x2017001-eng.htm>.
- Chatterjee, N., Y.-H. Chen, P. Maas und R. Carroll (2016). „Constrained maximum likelihood estimation for model calibration using summary-level information from external big data sources“. In: *Journal of the American Statistical Association* 111.513, S. 107–117.
- Chènard, D. (2000). „Individual alignment and group processing: an application to migration processes in DYNACAN“. In: *Microsimulation Modelling for Policy Analysis*. Hrsg. von M. W. L. Mitton H. Sutherland. Cambridge: Cambridge University Press, S. 305–343.
- Cover, T. M. und J. A. Thomas (1991). „Entropy, relative entropy and mutual information“. In: *Elements of information theory* 2.1, S. 12–13.

- Cox, D. R. und H. D. Miller (1977). *The theory of stochastic processes*. Chapman & Hall/CRC.
- Creedy, J., G. Kalb und H. Kew (2007). „Confidence intervals for policy reforms in behavioural tax microsimulation modelling“. In: *Bulletin of Economic Research* 59.1, S. 37–65.
- Davison, A. C. und D. V. Hinkley (1997). *Bootstrap methods and their application*. 1. Cambridge: Cambridge University Press.
- De Waal, T., J. Pannekoek und S. Scholtus (2011). *Handbook of statistical data editing and imputation*. 2. Aufl. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Dekkers, G. (2015a). *On the modelling of immigration and emigration using LIAM2*. NOTE-LIAM2-11155.
- Dekkers, G. (2015b). „The simulation properties of microsimulation models with static and dynamic ageing—a brief guide into choosing one type of model over the other“. In: *International Journal of Microsimulation* 8.1, S. 97–109.
- Dekkers, G. und R. Cumpston (2012). „On weights in dynamic-ageing microsimulation models“. In: *The International Journal of Microsimulation* 5.2, S. 59–65.
- Deming, W. E. und F. F. Stephan (1940). „On a Least Squares Adjustment of a Sampled Frequency Table When the Expected Marginal Totals are Known“. In: *The Annals of Mathematical Statistics* 11.4, S. 427–444.
- Destatis (2020). *Bevölkerung: Wanderungen*. URL: https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Wanderungen/_inhalt.html.
- Destatis (14. Okt. 2021a). *Deutsche Großstädte im Jahr 2020 nicht mehr gewachsen – Pressemitteilung Nr. 485 vom 14. Oktober 2021*. URL: https://www.destatis.de/DE/Presse/Pressemitteilungen/2021/06/PD21_306_12411.html (besucht am 29.05.2022).
- Destatis (29. Juni 2021b). *Migration 2020: Starker Rückgang der registrierten Zu- und Fortzüge – Pressemitteilung Nr. 306 vom 29. Juni 2021*. URL: https://www.destatis.de/DE/Presse/Pressemitteilungen/2021/10/PD21_485_12.html;jsessionid=64AC4F4776EC4A02BEADA3611D457103.live732 (besucht am 29.05.2022).
- Destatis (2021c). *Wanderungen – Erläuterungen zur Wanderungsstatistik*. URL: <https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Wanderungen/Methoden/wanderungen.html>.
- Deville, J.-C., C.-E. Sarndal und O. Sautory (1993). „Generalized Raking Procedures in Survey Sampling“. In: *Journal of the American Statistical Association* 88.423, S. 1013–1020.
- Deville, J.-C. und C.-E. Särndal (1992). „Calibration estimators in survey sampling“. In: *Journal of the American statistical Association* 87.418, S. 376–382.
- Devroye, L. (1986). *Non-Uniform Random Variate Generation*. New York: Springer.

- Dong, M. und R.-B. Wets (2000). „Estimating density functions: A constrained maximum likelihood approach“. In: *Journal of Nonparametric Statistics* 12.4, S. 549–595.
- Dowling, R., J. Holland und A. Huang (2002). *Guidelines for Applying Traffic Microsimulation Modeling Software*. Techn. Ber. California Department of Transportation. URL: <https://dokumen.tips/documents/guidelines-for-applying-traffic-microsimulation-modeling-software.html?page=1>.
- Drechsler, J. (2011). „Multiple Imputation for Nonresponse and Statistical Disclosure Control“. In: *Synthetic Datasets for Statistical Disclosure Control*. New York: Springer, S. 65–85.
- Duleep, H. O. und D. J. Dowhan (2008). „Adding immigrants to microsimulation models“. In: *Social Security Bulletin* 68.1, S. 51–65.
- DuMouchel, W. H. und G. J. Duncan (1983). „Using sample survey weights in multiple regression analyses of stratified samples“. In: *Journal of the American Statistical Association* 78.383, S. 535–543.
- Elandt-Johnson, R. C. und N. L. Johnson (1980). *Survival models and data analysis*. New York: John Wiley & Sons.
- Emmerson, C., H. Reed und A. Shephard (2004). *An assessment of PenSim2*. IFS Working Papers. Institute for Fiscal Studies (IFS). URL: <https://ifs.org.uk/wps/wp0421.pdf>.
- Ertz, F. (2022). „Regression Modelling with Complex Survey Data: An Investigation Using an Extended Close-to-Reality Simulated Household Population“. Diss. Universität Trier. URL: https://ubt.opus.hbz-nrw.de/opus45-ubtr/frontdoor/deliver/index/docId/1773/file/PhD_thesis_Ertz.pdf.
- Eurostat (2020). *Strategic Plan 2020-2024*. URL: https://commission.europa.eu/system/files/2020-10/estat_sp_2020_2024_en.pdf (besucht am 29.05.2022).
- Fahrmeir, L., C. Heumann, R. Künstler, I. Pigeot und G. Tutz (2016). *Statistik: Der Weg zur Datenanalyse*. 8. Aufl. Berlin: Springer Nature.
- Fahrmeir, L., T. Kneib und S. Lang (2009). *Regression - Modelle, Methoden und Anwendungen*. Berlin: Springer.
- Fan, J. und I. Gijbels (1996). *Local polynomial modelling and its applications*. 1. Aufl. Monographs on statistics and applied probability. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Flory, J. und S. Stöwhase (2012). „MIKMOD-EST: A static microsimulation model of personal income taxation in Germany“. In: *International Journal of Microsimulation* 5.2, S. 66–73.
- Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder (2012). *Mikrozensus 2012, SUF, Version 0*.
- Forschungsdatenzentren der Statistischen Ämter des Bundes und der Länder (2013). *Mikrozensus 2018, SUF, Version 0*.

- Gabler, S., J.-P. Kolb, M. Sand und S. Zins (2015). *Gewichtung*. GESIS Survey Guidelines. GESIS – Leibnitz-Institut für Sozialwissenschaften. URL: https://www.ssoar.info/ssoar/bitstream/handle/document/39384.2/ssoar-2015-gabler_et_al-Gewichtung_Version_11.pdf?sequence=1&isAllowed=y&lnkname=ssoar-2015-gabler_et_al-Gewichtung_Version_11.pdf.
- Gagniuc, P. A. (2017). *Markov chains: from theory to implementation and experimentation*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Galler, H. P. (1995). „Competing risks and unobserved heterogeneity, with special reference to dynamic microsimulation models“. In: *Household demography and household modeling*, S. 203–224.
- Galler, H. P. (1997). *Discrete-time and continuous-time approaches to dynamic microsimulation reconsidered*. Techn. Ber. 13. University of Canberra: National Centre for Social und Economic Modelling.
- Gelman, A. (2007). „Struggles with survey weighting and regression modeling“. In: *Statistical Science* 22.2, S. 153–164.
- Gentle, J. E. (2006). *Random number generation and Monte Carlo methods*. New York: Springer Science & Business Media.
- Gerber, U. und S. Hammer (2013). „Das Taxpayer-Panel 2001 bis 2008“. In: *Statistisches Bundesamt, Wirtschaft und Statistik*, S. 729–738.
- Glatzer, W. (2010). *Dauerbeobachtung der Gesellschaft: Der Sonderforschungsbereich 3 und seine langfristigen Auswirkungen*. Berlin. URL: http://www.ratswd.de/download/RatSWD_WP_2010/RatSWD_WP_133.pdf.
- Goebel, J., M. M. Grabka, S. Liebig, M. Kroh, D. Richter, C. Schröder und J. Schupp (2019). „The German socio-economic panel (SOEP)“. In: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 239.2, S. 345–360.
- Goedemé, T., K. Van den Bosch, L. Salanauskaitė und G. Verbist (2013). „Testing the statistical significance of microsimulation results: A plea“. In: *International Journal of Microsimulation* 6.3, S. 50–77.
- Green, P. J. (1984). „Iteratively reweighted least squares for maximum likelihood estimation, and some robust and resistant alternatives“. In: *Journal of the Royal Statistical Society / B* 46.2, S. 149–192.
- Greene, W. H. (2003). *Econometric analysis*. 5. Aufl. New Jersey: Prentice Hall.
- Grohmann, H. (2009). „Von der Volkszählung zum Registerzensus: Paradigmenwechsel in der deutschen amtlichen Statistik“. In: *Wirtschafts- und sozialstatistisches Archiv* 3.1, S. 3–23.
- Güdemann, L. und R. Münnich (2021). „Quality assesment of composite indicators for the SDG framework“. In: *Modernizing products and services of industrial statistics in the context of the sustainable development goals*. Hrsg. von U. STAT. United Nations Industrial Development Organization. Kap. 4.

- Hadler, M. (2004). „Die Mehrebenen-Analyse. Ihre praktische Anwendung und theoretische Annahmen“. In: *Österreichische Zeitschrift für Soziologie* 29.1, S. 53–74.
- Hamby, D. M. (1994). „A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models“. In: *Environmental Monitoring and Assessment* 32.2, S. 135–154.
- Hamel, M. und N. Laniel (2014). „Producing official statistics via voluntary surveys—the National Household Survey in Canada“. In: *Statistical Journal of the IAOS* 30.3, S. 237–242.
- Hannappel, M. (2015). *(K)ein Ende der Bildungsexpansion in Sicht?! Ein Mikrosimulationsmodell zur Analyse von Wechselwirkungen zwischen demographischen Entwicklungen und Bildungsbeteiligung*. Social science simulations. Heidelberg: metropolis.
- Hannappel, M. und K. G. Troitzsch (2015). „Mikrosimulationsmodelle“. In: *Handbuch Modellbildung und Simulation in den Sozialwissenschaften*. Hrsg. von N. Braun und N. J. Saam. Springer, S. 455–489.
- Hansen, M. F., T. Markestrand und P. Stephensen (2013). *Estimating sub-national behaviour in the Danish microsimulation model SMILE – A general approach for estimating transition probabilities with numerous high-dimensional covariates*. DREAM Working Paper Series. Danish Research Institute for Economic Analysis und Modelling. URL: <https://dreamgroup.dk/publications/2019/may/estimating-sub-national-behaviour-in-the-danish-microsimulation-model-smile/>.
- Harding, A. (1991). „Lifetime income distribution and redistribution : applications of a microsimulation model“. Diss. London School of Economics und Political Science.
- Harding, A., M. Keegan und S. Kelly (2010). „Validating a dynamic population microsimulation model: Recent experience in Australia“. In: *International Journal of Microsimulation* 3.2, S. 46–64.
- Hastie, T. und R. Tibshirani (1985). „Generalized Additive Models; Some Applications“. In: *Generalized Linear Models*. Hrsg. von R. Gilchrist, B. Francis und J. Whittaker. New York: Springer US, S. 66–81.
- Haziza, D. und J.-F. Beaumont (2017). „Construction of Weights in Surveys: A Review“. In: *Statistical Science* 32.2, S. 206–226.
- Heard, D., G. Dent, T. Schifeling und D. Banks (2015). „Agent-based models and microsimulation“. In: *Annual Review of Statistics and Its Application* 2, S. 259–272.
- Hecheltjen, P. (1974). *Bevölkerungsentwicklung und Erwerbstätigkeit: Ein Beitrag zur Simulation sozioökonomischer Systeme mit Prognosen für die Bundesrepublik Deutschland*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

- Heckel, C. und C. von der Heyde (2015). „Anmerkungen zum Zensus 2011 aus Sicht der Markt- und Sozialforschung“. In: *AStA Wirtschafts- und Sozialstatistisches Archiv* 9.3, S. 251–268.
- Helberger, C. und H. Palamidis (1986). „Schüler- und Absolventenprognosen bis zum Jahr 2000: Ergebnisse eines mikroanalytischen Simulationsmodells für das Bildungssystem der Bundesrepublik Deutschland“. In: *Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung*.
- Hermanns, H. (2002). *Interactive Markov Chains*. Springer Berlin Heidelberg.
- Herter-Eschweiler, R. und H.-J. Heidenreich (2002). „Längsschnittdaten aus dem Mikrozensus: Basis für neue Analysemöglichkeiten“. In: *Wirtschaft und Statistik* 2.
- Hinsch, M. und J. Bijak (Dez. 2021). „Principles and State of the Art of Agent-Based Migration Modelling“. In: *Towards Bayesian Model-Based Demography*. Springer International Publishing, S. 33–49.
- Hollander, Y. und R. Liu (2008). „The principles of calibrating traffic microsimulation models“. In: *Transportation* 35.3, S. 347–362.
- Holm, E., U. Lindgren, E. Lundevaller und M. Strömgren (2006). „The SVERIGE spatial microsimulation model“. In: *8th Nordic Seminar on Microsimulation Models, Oslo*.
- Hothorn, T., K. Hornik und A. Zeileis (2006). „Unbiased Recursive Partitioning: A Conditional Inference Framework“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 15.3, S. 651–674.
- Hothorn, T. und A. Zeileis (2015). „partykit: A Modular Toolkit for Recursive Partitioning in R“. In: *Journal of Machine Learning Research* 16, S. 3905–3909.
- Howard, R. A. (1971). *Dynamic probabilistic systems: Markov models*. Bd. 1. New York: John Wiley & Sons.
- Howe, N. und R. Jackson (2004). „Projecting Immigration: A Survey of the Current State of Practice and Theory“. In: *SSRN Electronic Journal*.
- Hsiao, C. (2014). *Analysis of Panel Data*. 3. Aufl. Econometric Society Monographs. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hude, M. von der (2020). „Klassifikations- und Regressionsbäume (Trees)“. In: *Predictive Analytics und Data Mining : Eine Einführung mit R*. Wiesbaden: Springer Fachmedien, S. 137–169.
- Hundepool, A., J. Domingo-Ferrer, L. Franconi, S. Giessing, E. S. Nordholt, K. Spicer und P.-P. De Wolf (2012). *Statistical disclosure control*. Bd. 2. Chichester: John Wiley & Sons.
- Institut für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (2017). *Administrative Daten der Bundesagentur für Arbeit (BA)*. URL: <https://www.iab-forum.de/glossar/administrative-daten-der-bundesagentur-fuer-arbeit-ba/?pdf=5824> (besucht am 29.05.2022).

- Iooss, B. und P. Lemaître (2015). *A review on global sensitivity analysis methods*. New York: Springer, S. 101–122.
- Jahn, B., S. Friedrich, J. Behnke, J. Engel, U. Garczarek, R. Münnich, M. Pauly, A. Wilhelm, O. Wolkenhauer, M. Zwick, U. Siebert und T. Friede (2022). „On the role of data, statistics and decisions in a pandemic“. In: *AStA Advances in Statistical Analysis* 106.3, S. 349–382.
- Kalton, G. (1986). „The treatment of missing survey data“. In: *Survey methodology* 12, S. 1–16.
- Klevmarken, A. (2008). „Dynamic microsimulation for policy analysis: Problems and solutions“. In: *Simulating an ageing population: A microsimulation approach applied to Sweden*. Hrsg. von A. Klevmarken und B. Lindgren. Bingley: Emerald Group Publishing Limited. Kap. 2.
- Kolb, J.-P. (2013). „Methoden zur Erzeugung synthetischer Simulationsgesamtheiten“. Dissertation. Universität Trier. URL: https://ubt.opus.hbz-nrw.de/opus45-ubtr/frontdoor/deliver/index/docId/590/file/Diss_Kolb_JP.pdf.
- Kraft, D. (1994). „Algorithm 733: TOMP–Fortran modules for optimal control calculations“. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* 20.3, S. 262–281.
- Krause, J., R. Münnich, S. Schmaus, J. O. Berndt, D. S. Leberherz und I. J. Timm (2019). „Potenziale der agentenbasierten Mikrosimulation zur Versorgungsplanung in der Pflege“. In: *Pflege an der Grenze*. Hrsg. von J. Kopp und R. Münnich. Springer Fachmedien Wiesbaden, S. 265–293.
- Krupp, H.-J. und W. Zapf (1977). *Sozialpolitik und sozialberichterstattung*. Bd. 1. Frankfurt: Campus-Verlag.
- Kuhn, M. und K. Johnson (2013). *Applied predictive modeling*. New York: Springer Science + Business.
- Kullback, S. und R. A. Leibler (1951). „On information and sufficiency“. In: *The annals of mathematical statistics* 22.1, S. 79–86.
- Kutner, M. H., C. J. Nachtsheim, J. Neter und W. Li (2004). *Applied linear statistical models*. 4. Aufl. Boston: McGraw-Hill Irwin.
- Lamboni, M., D. Makowski und H. Monod (2010). *Multisensi: Multivariate Sensitivity Analysis. R package version 1.0-3*. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/multisensi/vignettes/multisensi-vignette.pdf>.
- Lappo, S. (2015). „Uncertainty in microsimulation–Assessing sampling variability in inequality and poverty indicators through variance estimation“. Masterarbeit. University of Helsinki.
- Li, J. (2011). „Dynamic Microsimulation for Public Policy Analysis“. Diss. Maastricht University, Netherlands.
- Li, J. und C. O’Donoghue (2013). „A survey of dynamic microsimulation models: uses, model structure and methodology“. In: *International Journal of Microsimulation* 6.2, S. 3–55.

- Li, J. und C. O'Donoghue (2014). „Evaluating binary alignment methods in microsimulation models“. In: *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 17.1, S. 15.
- Li, J., C. O'Donoghue und G. Dekkers (2014). „Dynamic Models“. In: *Handbook of Microsimulation Modelling (Contributions to Economic Analysis, Volume 293)*. Hrsg. von C. O'Donoghue. Bingley: Emerald Group Publishing Limited, S. 305–343.
- Lomax, N. und A. P. Smith (2017). „Microsimulation for demography“. In: *Australian Population Studies* 1.1, S. 73–85.
- Lovelace, R. und M. Dumont (2017). *Spatial microsimulation with R*. Chapman & Hall/CRC.
- Lunze, J. (2017). *Ereignisdiskrete Systeme*. 3. Aufl. Oldenburg: De Gruyter.
- Lütz, C. und P. Stein (2020). „Validierung in dynamischen Mikrosimulationsmodellen“. In: *Mikrosimulationen*. Hrsg. von J. Kopp und M. Hannappel. Wiesbaden: Springer VS, S. 141–176.
- Lymer, S., L. Brown, A. Harding und M. Yap (2009). „Predicting the need for aged care services at the small area level: the CAREMOD spatial microsimulation model“. In: *International Journal of Microsimulation* 2.2, S. 27–42.
- Mahalanobis, P. C. (1936). „On the generalized distance in statistics“. In: *Proceedings of the National Institute of Sciences (Calcutta)* 2, S. 49–55.
- Mangel, M. (1985). „Discrete and continuous stochastic processes“. In: *Mathematics in Science and Engineering* 172.1, S. 6–41.
- Marois, G. und S. KC (2021). *Microsimulation Population Projections with SAS: A Reference Guide*. Springer Nature.
- Marois, G., P. Sabourin und A. Bélanger (2017). *A Microsimulation Approach for Modelling the Future Human Capital of EU28 Member Countries*. Working Paper. International Institute for Applied Systems Analysis. URL: <http://pure.iiasa.ac.at/14789/>.
- Mayer, K. U. (1989). „Die Mikrodatenstrategie des Sonderforschungsbereichs 3 „Mikroanalytische Grundlagen der Gesellschaftspolitik““. In: *Familienbildung und Erwerbstätigkeit im demographischen Wandel*. Hrsg. von G. Wagner, N. Ott und H.-J. Hoffmann-Nowotny. Springer, S. 47–60.
- McAlpine, A., L. Kiss, C. Zimmerman und Z. Chalabi (2021). „Agent-based modeling for migration and modern slavery research: A systematic review“. In: *Journal of computational social science* 4, S. 243–332.
- McCullagh, P. und J. A. Nelder (1983). *Generalized Linear Models*. 2. Aufl. London: Routledge.
- McCulloch, C. E. und S. R. Searle (2004). *Generalized, linear, and mixed models*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Meinfelder, F. (2014). „Multiple Imputation: an attempt to retell the evolutionary process“. In: *ASTA Wirtschafts- und Sozialstatistisches Archiv* 8.4, S. 249–267.

- Menten, G. de, G. Dekkers, G. Bryon, P. Liégeois und C. O'Donoghue (2014). „LIAM2: a New Open Source Development Tool for Discrete-Time Dynamic Microsimulation Models“. In: *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 17.3, S. 9.
- Merz, J. (1991). „Microsimulation—a survey of principles, developments and applications“. In: *International Journal of Forecasting* 7.1, S. 77–104.
- Merz, J. (1993). *Microsimulation as an Instrument to Evaluate Economic and Social Programmes*. FFB Discussion Paper 5. Research Institute on Professions (FFB), Leuphana University Lüneburg.
- Merz, J. (1994a). *Microdata adjustment by the minimum information loss principle*. eng. FFB Diskussionspapier 10. Lüneburg.
- Merz, J. (1994b). *Microsimulation - A Survey of Methods and Applications for Analyzing Economic and Social Policy*. FFB Discussion Paper 9. Research Institute on Professions (FFB), Leuphana University Lüneburg.
- Merz, J. (1995). *MICSIM - concept, developments and applications of a PC - microsimulation model for research and teaching*. FFB Discussion Paper 14. Research Institute on Professions (FFB), Leuphana University Lüneburg.
- Mises, R. von (1936). „Die Gesetze der großen Zahlen“. In: *Wahrscheinlichkeit Statistik und Wahrheit: Einführung in die Neue Wahrscheinlichkeitslehre und ihre Anwendung*. Berlin: Springer, S. 129–163.
- Mittelhammer, R. C. (2013). *Mathematical Statistics for Economics and Business*. New York: Springer.
- Möller, K.-P. (1982). *Entwicklung von Bevölkerung und Haushalten in der Bundesrepublik Deutschland bis zum Jahre 2000: Anwendung von Modell und Szenario auf Einkommens- und Verbrauchsstichprobe zur Abschätzung von Konsumstrukturen*. Beiträge zur angewandten Wirtschaftsforschung. Berlin: Duncker & Humboldt.
- Morrison, R. (2006). *Make it so: event alignment in dynamic microsimulation*. DYNACAN paper. DYNACAN.
- Müller, K. (2017). „A generalized approach to population synthesis“. Diss. ETH Zurich.
- Münnich, R. (2008). „Varianzschätzung in komplexen Erhebungen“. In: *Austrian Journal of Statistics* 37.3-4, S. 319–334.
- Münnich, R., J. P. Burgard und M. Vogt (2013). „Small area-statistik: methoden und anwendungen“. In: *AStA Wirtschafts- und Sozialstatistisches Archiv* 6.3-4, S. 149–191.
- Münnich, R., S. Gabler, M. Ganninger, J. P. Burgard und J.-P. Kolb (2012). *Stichprobenoptimierung und Schätzung im Zensus 2011*. Bd. 21. Statistik und Wissenschaft. Wiesbaden: Statistisches Bundesamt.
- Münnich, R., R. Schnell, H. Brenzel, H. Dieckmann, S. Dräger, J. Emmenegger, P. Höcker, J. Kopp, H. Merkle und K. N. (2021). „A Population Based Regional

- Dynamic Microsimulation of Germany: The MikroSim Model“. In: *methods, data, analyses* 15.2, S. 241–264.
- Münnich, R., R. Schnell, J. Kopp, P. Stein, M. Zwick, S. Dräger, H. Merkle, M. Obersneider, N. Richter und S. Schmaus (2020). „Zur Entwicklung eines kleinräumigen und sektorenübergreifenden Mikrosimulationsmodells für Deutschland“. In: *Mikrosimulationen*. Hrsg. von J. Kopp und M. Hannappel. Wiesbaden: Springer VS, S. 109–138.
- Münnich, R. und J. G. Seger (2014). „Impact of survey quality on composite indicators“. In: *Sustainability Accounting, Management and Policy Journal* 5.3, S. 268–291.
- National Research Council (1991). *Improving Information for Social Policy Decisions—The Uses of Microsimulation Modeling: Volume I, Review and Recommendations*. Bd. 1. Washington: National Academy Press.
- Nelder, J. A. und R. Mead (1965). „A simplex method for function minimization“. In: *The computer journal* 7.4, S. 308–313.
- Nelder, J. A. und R. W. M. Wedderburn (1972). „Generalized linear models“. In: *Journal of the Royal Statistical Society / B* 135.3, S. 370–384.
- Neufeld, C. (2000). „Alignment and variance reduction in DYNACAN“. In: *Microsimulation in Government Policy and Forecasting*. Hrsg. von A. Gupta und V. Kapur. Bd. 247. Amsterdam: NORTH HOLLAND, S. 361–382.
- O’Donoghue, C. (2021). *Practical Microsimulation Modelling*. Oxford University Press.
- O’Donoghue, C. und G. Dekkers (2018). „Increasing the impact of dynamic microsimulation modelling“. In: *The International Journal of Microsimulation* 11.1, S. 61–96.
- O’Donoghue, C. (2001). „Dynamic microsimulation: A methodological survey“. In: *Brazilian Electronic Journal of Economics* 4.2, S. 77.
- O’Donoghue, C., J. Lennon und S. Hynes (2009). „The Life-cycle Income Analysis Model (LIAM): a study of a flexible dynamic microsimulation modelling computing framework“. In: *International Journal of Microsimulation* 2.1, S. 16–31.
- O’Donoghue, C., K. Morrissey und J. Lennon (2014). „Spatial Microsimulation Modelling: a Review of Applications and Methodological Choices“. In: *International Journal of Microsimulation* 7.1, S. 26–75.
- O’Donoghue, C., H. Redway und J. Lennon (2010). „Simulating migration in the PENSIM2 dynamic microsimulation model“. In: *International Journal of Microsimulation* 3.2, S. 65–79.
- Orcutt, G. H. (1957). „A new type of socio-economic system“. In: *The review of economics and statistics*, S. 116–123.
- Orcutt, G. H., S. Caldwell und R. Wertheimer (1976). *Policy exploration through microanalytic simulation*. Washington DC: Urban Inst. Press.

- Pfeffermann, D. (1993). „The role of sampling weights when modeling survey data“. In: *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique* 61.3, S. 317–337.
- Raeside, D. (1976). „Monte Carlo principles and applications“. In: *Physics in Medicine & Biology* 21.2, S. 181.
- Rahman, A., A. Harding, R. Tanton und S. Liu (2010). „Methodological issues in spatial microsimulation modelling for small area estimation“. In: *International Journal of Microsimulation* 3.2, S. 3–22.
- Rao, J. und I. Molina (2015). *Small Area Estimation*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Rasmussen, N. E., M. Hansen und P. Stephensen (2013). *Conditional inference trees in dynamic microsimulation - modelling transition probabilities in the SMILE model*. DREAM Working Paper Series. Danish Research Institute for Economic Analysis und Modelling. URL: <https://dreamgroup.dk/publications/2013/december/conditional-inference-trees-in-dynamic-microsimulation/>.
- Rees, P., S. Clark, P. Wohland und M. Kalamandeen (2019). „Evaluation of sub-national population projections: A case study for London and the Thames Valley“. In: *Applied Spatial Analysis and Policy* 12, S. 797–829.
- Rephann, T. J. und E. Holm (2004). „Economic-demographic effects of immigration: results from a dynamic spatial microsimulation model“. In: *International Regional Science Review* 27.4, S. 379–410.
- Reynolds, J. H. und W. D. Templin (2004). „Comparing mixture estimates by parametric bootstrapping likelihood ratios“. In: *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics* 9, S. 57–74.
- Richardson, R., L. Pacelli, A. Poggi und M. Richiardi (2018). „Female labour force projections using microsimulation for six EU countries“. In: *International Journal of Microsimulation* 11.2, S. 5–83.
- Robert, C. und G. Casella (2013). *Monte Carlo statistical methods*. New York: Springer Science & Business Media.
- Ross, S. M. (1995). *Stochastic processes*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Rubin, D. B. (1993). „Statistical disclosure limitation“. In: *Journal of official Statistics* 9.2, S. 461–468.
- Rubinstein, R. Y. und D. P. Kroese (2016). *Simulation and the Monte Carlo method*. Bd. 3. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Rutter, C., A. Zaslavsky und E. Feuer (2011). „Dynamic microsimulation models for health outcomes: a review“. In: *Medical Decision Making* 31.1, S. 10–18.
- Saisana, M., A. Saltelli und S. Tarantola (2005). „Uncertainty and sensitivity analysis techniques as tools for the quality assessment of composite indicators“. In: *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)* 168.2, S. 307–323.

- Saltelli, A., M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana und S. Tarantola (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. Hoboken: John Wiley & Sons.
- Särndal, C.-E., B. Swensson und J. Wretman (2003). *Model assisted survey sampling*. Springer Science & Business Media.
- Schaich, E. und R. Münnich (2001). *Mathematische Statistik für Ökonomen*. München: Vahlen.
- Schelling, T. C. (1971). „Dynamic models of segregation“. In: *Journal of mathematical sociology* 1.2, S. 143–186.
- Schmid, V. (2019). „Zivilgesellschaftliche Organisationen als Erinnerungsträger gesellschaftlicher Krisen“. In: *Vergangene Vertrautheit: Soziale Gedächtnisse des Ankommens, Aufnehmens und Abweisens*. Hrsg. von O. Dimbath, A. Kinzler und K. Meyer. Wiesbaden: Springer Fachmedien, S. 93–116.
- Schnell, R. und T. Handke (2020). „Neuere bevölkerungsbezogene Mikrosimulationen in Großbritannien und Deutschland“. In: *Mikrosimulationen: Methodische Grundlagen und ausgewählte Anwendungsfelder*. Hrsg. von M. Hannappel und J. Kopp. Wiesbaden: Springer VS, S. 35–56.
- Shao, J. und D. Tu (1995). *The Jackknife and Bootstrap*. New York: Springer.
- Sharif, B., J. A. Kopec, H. Wong, P. Finès, E. C. Sayre, R. R. Liu und M. C. Wolfson (2012). „Uncertainty Analysis in Population-Based Disease Microsimulation Models“. In: *Epidemiology Research International* 2012, S. 1–14.
- Sharif, B., H. Wong, A. H. Anis und J. A. Kopec (2017). „A Practical ANOVA Approach for Uncertainty Analysis in Population-Based Disease Microsimulation Models“. In: *Value in Health* 20.4, S. 710–717.
- Siripanich, A. und T. Rashidi (2020). *A demographic microsimulation model with an integrated household alignment method*. URL: <https://arxiv.org/pdf/2006.09474.pdf>.
- Sobol, I. M. (1993). „Sensitivity analysis for non-linear mathematical models“. In: *Math. Modeling Comput. Exp.* 1, S. 407–414.
- Spanier, K., I. Mohnberg, F. Radoschewski, M. Streibelt und M. Bethge (2015). „Sind administrative Daten für Rentenantragsintentionen und Indikatoren subjektiven Rehabilitationsbedarfs prognostisch bedeutsam?“ In: *Die Rehabilitation* 54.03, S. 172–177.
- Spielauer, M. (2006). *The “LifeCourse” Model, a competing risk cohort microsimulation model: source code and basic concepts of the generic microsimulation programming language Modgen*. MPIDR Working Paper 46. Max-Planck-Institut für demografische Forschung. URL: <https://www.demogr.mpg.de/papers/working/wp-2006-046.pdf>.
- Spielauer, M. (2009). *Microsimulation approaches*. Techn. Ber. Statistics Canada.

- Statistische Ämter des Bundes der Länder (2015). *Zensus 2011: Methoden und Verfahren*. URL: https://www.zensus2011.de/SharedDocs/Downloads/DE/Publikationen/Aufsaeetze_Archiv/2015_06_MethodenUndVerfahren.pdf.
- Statistisches Bundesamt (2019a). *Bevölkerung: Eheschließungen, Geborene und Gestorbene 2018 nach Kreisen*. URL: <https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Eheschliessungen-Ehescheidungen-Lebenspartnerschaften/Publikationen/Downloads-Eheschliessungen%20eheschliessungen-geborene-gestorbene-5126001167005.html>.
- Statistisches Bundesamt (2019b). *Bevölkerungsentwicklung in den Bundesländern bis 2060*. URL: https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Eheschliessungen-Ehescheidungen-Lebenspartnerschaften/Publikationen/Downloads-Eheschliessungen/eheschliessungen-geborene-gestorbene-5126001187004.pdf?__blob=publicationFile (besucht am 29.05.2022).
- Statistisches Bundesamt (2020). *Bevölkerung: Sterbefälle und Lebenserwartung*. URL: https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Sterbefaelle-Lebenserwartung/_inhalt.html (besucht am 29.05.2022).
- Stephensen, P. (2016). „Logit scaling: A general method for alignment in microsimulation models“. In: *International Journal of Microsimulation* 9.3, S. 89–102.
- Stimson, J. A. (1985). „Regression in Space and Time: A Statistical Essay“. In: *American Journal of Political Science* 29.4, S. 914.
- Sutherland, H. und F. Figari (2013). „EUROMOD: the European Union tax-benefit microsimulation model“. In: *International Journal of Microsimulation* 6.1, S. 4–26.
- Tanton, R. (2014). „A review of spatial microsimulation methods“. In: *International Journal of Microsimulation* 7.1, S. 4–25.
- Tanton, R. (2018). „Spatial microsimulation: Developments and potential future directions“. In: *International Journal of Microsimulation* 11.1, S. 143–161.
- Tanton, R. und K. Edwards (2012). *Spatial microsimulation: a reference guide for users*. Bd. 6. Springer Science & Business Media.
- Templ, M. (2017). *Statistical Disclosure Control for Microdata: Methods and Applications in R*. Cham: Springer International Publishing, S. 157–179.
- Tsai, C.-W., C.-F. Lai, H.-C. Chao und A. V. Vasilakos (2015). „Big data analytics: a survey“. In: *Journal of Big Data* 2.1.
- Universität Trier (2017). *Regionale Mikrosimulationen und Indikatorsysteme*. URL: <https://www.uni-trier.de/universitaet/fachbereiche-faecher/fachbereich-iv/faecher/volkswirtschaftslehre/professuren/wirtschafts-und-sozialstatistik/forschung-aktuell/remikis> (besucht am 29.05.2022).
- Van Buuren, S., J. P. Brand, C. G. Groothuis-Oudshoorn und D. B. Rubin (2006). „Fully conditional specification in multivariate imputation“. In: *Journal of statistical computation and simulation* 76.12, S. 1049–1064.

- Van De Ven, J. und J. Creedy (1999). „The effects of selected Australian taxes and transfers on annual and lifetime inequality“. In: *Australian Journal of Labour Economics* 3.1, S. 1–22.
- Van Imhoff, E. und W. Post (1998). „Microsimulation methods for population projection“. In: *Population: An English Selection*, S. 97–138.
- Wagenhals, G. (2004). *Tax-benefit microsimulation models for Germany: A survey*. Techn. Ber. Universität Hohnheim. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/6255981.pdf>.
- Willekens, F. (2009). „Continuous-time microsimulation in longitudinal analysis“. In: *New frontiers in microsimulation modelling*. Hrsg. von A. Zaidi, A. Harding und P. Williamson. London: Routledge, S. 413–436.
- Willekens, F. (2022). *Report on the impact of response and sampling on composite and multidimensional indicators – Explorative studies on the impact of data quality on composite indicators*. QuantMig Deliverable. QuantMig project 870299 – H2020.
- Wilson, T. (2015). „Evaluation of Alternative Cohort-Component Models for Local Area Population Forecasts“. In: *Population Research and Policy Review* 35.2, S. 241–261.
- Wilson, T. (2022). „Preparing local area population forecasts using a bi-regional cohort-component model without the need for local migration data“. In: *Demographic Research* 46, S. 919–954.
- Winship, C. und L. Radbill (1994). „Sampling weights and regression analysis“. In: *Sociological Methods & Research* 23.2, S. 230–257.
- Wolf, D. A. (2001). „The Role of Microsimulation in Longitudinal Data Analysis“. In: *Canadian Studies in Population* 28.2, S. 313.
- Wolter, K. M. (2007). *Introduction to Variance Estimation*. New York: Springer.
- Wood, S. N. (2017). *Generalized Additive Models: An Introduction with R, Second Edition*. Chapman & Hall / CRC Texts in Statistical Science. Portland: Chapman & Hall/CRC.
- Woodruff, R. S. (1971). „A simple method for approximating the variance of a complicated estimate“. In: *Journal of the American Statistical Association* 66.334, S. 411–414.
- Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge: The MIT Press.
- Wu, B. und M. Birkin (2012). „Moses: a dynamic spatial microsimulation model for demographic planning“. In: *Spatial microsimulation: A reference guide for users*. Dordrecht: Springer, S. 171–193.
- Ye, X., K. Konduri, R. M. Pendyala, B. Sana und P. Waddell (2009). „A methodology to match distributions of both household and person attributes in the generation of synthetic populations“. In: *88th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC*.

- Zagheni, E. (2015). „Microsimulation in demographic research“. In: *International encyclopedia of social and behavioral sciences* 15, S. 343–346.
- Zaidi, M. A. und K. Rake (2001). *Dynamic microsimulation models: A review and some lessons for SAGE*. London.
- Zeileis, A., T. Hothorn und K. Hornik (2008). „Model-Based Recursive Partitioning“. In: *Journal of Computational and Graphical Statistics* 17.2, S. 492–514.
- Zinn, S. (2011). „A continuous-time microsimulation and first steps towards a multi-level approach in demography“. Dissertation. University of Rostock. URL: https://rosdok.uni-rostock.de/file/rosdok_derivate_0000004766/Dissertation_Zinn_2011.pdf.
- Zoubir, A. M. und D. R. Iskander (2004). *Bootstrap techniques for signal processing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Zwick, M. (2007). *Alternative Modelle zur Ausgestaltung von Gemeindesteuern*. Statistik und Wissenschaft, Bd. 8. Statistisches Bundesamt.
- Zwick, M. und J. Emmenegger (2020). „Mikrosimulation und Gesellschaftspolitik – ein kurzer historischer Abriss“. In: *Mikrosimulationen*. Hrsg. von J. Kopp und M. Hannappel. Wiesbaden: Springer VS, S. 17–34.

Wissenschaftlicher Werdegang

Simon Schmaus

Geburtsdatum 17.01.1990

2017–2022 Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand,
Professur für Wirtschafts- und Sozialstatistik,
Universität Trier

2016–2017 Wissenschaftliche Hilfskraft, Professur für Wirtschafts-
und Sozialstatistik, Universität Trier

2013–2017 M.Sc. Survey Statistics, Universität Trier

2013–2017 M.A. Wirtschaftssoziologie, Universität Trier

2010–2013 B.Sc. Sozialwissenschaften, Universität Trier

2009 Allgemeine Hochschulreife, Peutinger Gymnasium
Augsburg