

1 Elektrotechnische Grundlagen

1.1 Grundlegende physikalische Begriffe und Größen

In der (technischen) Physik werden eine Reihe von Größen verwendet, die für die Beschreibung der Naturgesetze benötigt werden. Diese Größen haben Einheiten oder Dimensionen, die z.T. aus historischen Gründen verschiedentlich geändert wurden. Das gegenwärtig am häufigsten gebrauchte System basiert auf 4 Grundgrößen, die gewissermaßen Axiomen vergleichbar sind, da aus ihnen alle anderen Größen ableitbar sind. Es sind dieses:

| Größe | Symbole | Einheiten | Abkürzungen für Einheiten |
|-------------|---------|-----------------------------|---------------------------|
| Länge | l, s, r | Meter | m |
| Masse | m | Kilogramm (Gramm) | kg, (g) |
| Zeit | t | Sekunde (Minute, Stunde) | s (min, h) |
| Stromstärke | I, i | Ampère | A |

Hieraus abgeleitete Größen sind z.B.

| Größe | Symbole | Einheiten | Abkürzungen für Einheiten |
|-------------------|---------|---|-----------------------------------|
| Kraft | F | Newton dyn $1 \text{ N} = 1 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$ $= 10^5 \text{ dyn}$ $1 \text{ dyn} = 1 \text{ cm} \cdot \text{g} \cdot \text{s}^{-2}$ | N dyn |
| Energie Arbeit | W | Joule Newton · Meter Watt · Sekunde $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}$ Erg $1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ eV (Elektronenvolt) $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Ws}$ Kalorie (Gramm-Kalorie) $1 \text{ cal} = 0,2388 \text{ Ws}$ | J Nm Ws erg eV cal |

| Größe | Symbole | Einheiten | Abkürzungen für Einheiten |
|--|--------------|---|---------------------------|
| Leistung | P | Watt (Kilowatt) $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ $= 1 \text{ Nm} \cdot \text{s}^{-1}$ | W (kW) |
| Spannung | U, u | Volt $1 \text{ V} = 1 \text{ W} \cdot \text{A}^{-1}$ | V |
| elektrische Feldstärke | E | $\text{Volt} \cdot \text{m}^{-1}$ | V/m |
| Ladung | Q | Coulomb $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$ Elementarladung: $e = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ | C |
| Kapazität | C | Farad $1 \text{ F} = \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1}$ | F |
| Widerstand | R | Ohm $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$ | Ω |
| elektrische Flussdichte | D | $\text{Coulomb} \cdot \text{m}^{-2}$ $\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ | As/m ² |
| magnetische Feldstärke | H | $\text{Ampère} \cdot \text{m}^{-1}$ | A/m |
| magnetische Induktion (magnetische Flussdichte) | B | Tesla $1 \text{ T} = 1 \text{ N} \cdot (\text{A} \cdot \text{m})^{-1}$ $= 1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ | T |
| Induktivität | L | Henry $1 \text{ H} = 1 \Omega \cdot \text{s}$ | H |
| Dielektrizitätskonstante | ϵ_0 | $\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ | As/Vm |
| Permeabilität | μ_0 | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \text{V} \cdot \text{s} \cdot (\text{A} \cdot \text{m})^{-1}$ | Vs/Am |
| Lichtgeschwindigkeit | c | $c = 2,99792 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | m/s |
| Boltzmann-Konstante | k | $k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ | J/K |
| Plancksches Wirkungs-Quantum | h | $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ | Js |

Die folgende Tabelle zeigt die genormten Bezeichnungen für Zehnerpotenzen. Dabei haben sich Tausendergruppen durchgesetzt, d.h. i.d.R. ist zwischen zwei Bezeichnungen ein Sprung von drei Zehnerpotenzen.

| Benennung | Faktor | Abkürzung |
|-----------|------------|-----------|
| Yocto | 10^{-24} | y |
| Zepto | 10^{-21} | z |
| Atto | 10^{-18} | a |
| Femto | 10^{-15} | f |
| Pico | 10^{-12} | p |
| Nano | 10^{-9} | n |
| Mikro | 10^{-6} | μ |
| Milli | 10^{-3} | m |
| Zenti | 10^{-2} | c |
| Dezi | 10^{-1} | d |
| - | 10^0 | - |
| Deka | 10^1 | D |
| Hekto | 10^2 | h |
| Kilo | 10^3 | k |
| Mega | 10^6 | M |
| Giga | 10^9 | G |
| Tera | 10^{12} | T |
| Peta | 10^{15} | P |
| Exa | 10^{18} | E |
| Zetta | 10^{21} | Z |

Nach diesem kurzen Überblick über physikalische Größen wollen wir uns den für uns wichtigen Naturgesetzen zuwenden.

1.2 Das elektrostatische Feld

1.2.1 Das Coulombsche Gesetz

Coulomb untersuchte (1784) die Kraftwirkungen zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 und stellte folgende Gesetzmäßigkeit fest, die im Experiment jederzeit überprüfbar ist.

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \vec{r}_0 \quad (1)$$

Hierbei sind Q_1 und Q_2 die beiden Ladungen, r der Abstand zwischen ihnen, \vec{r}_0 ein Richtungs-Einheitsvektor. Der erste Bruch kann als Proportionalitätsfaktor aufgefasst werden, wobei $1/4\pi$ den sogenannten vollen Raumwinkel beschreibt (die Kugeloberfläche einer Kugel mit dem Radius 1) und ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes ist, die durch Messungen gewonnen wird.

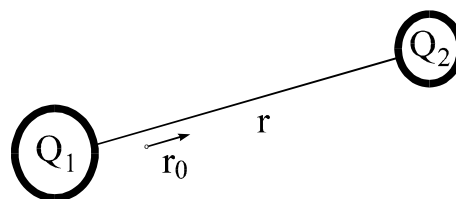


Abbildung 1: Zum Coulombschen Gesetz

Haben beide Ladungen gleiches Vorzeichen, so stoßen sie sich ab, bei verschiedenem Vorzeichen ziehen sie sich an.

1.2.2 Elektrisches Feld

1.2.2.1 Ladungen im Raum

Diese auf eine Entfernung wirkende Kraft erklären sich Physiker durch den Begriff des *elektromagnetischen Feldes*. Wir betrachten zunächst nur das *elektrostatische*

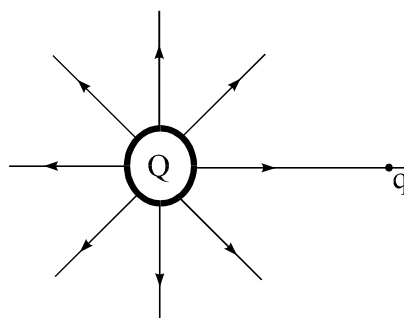


Abbildung 2: Ladung Q mit Testladung q

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q \quad (2)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}_0 \quad (3)$$

Feld. Man stellt sich vor, dass von einer Ladung Q im Raum ein elektrisches Feld aufgebaut wird, welches auf eine Testladung q Kräfte ausübt. Das Feld von q sei dabei vernachlässigbar klein, so dass das Feld der Ladung Q nicht gestört wird. Gl.(1) zeigt, dass die Kraft F ein Vektor im Raum ist. Schreibt man nun Gl.(1) in Gl.(2) um, so erhält

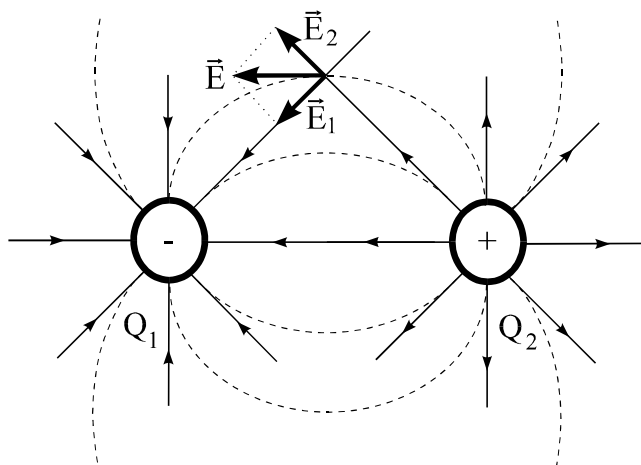


Abbildung 3: Feldlinien zwischen zwei Ladungen mit verschiedenem Vorzeichen

man die neue Vektor-Größe E , die in Gl.(3) beschrieben ist und *elektrische Feldstärke* genannt wird.

Zur besseren Verständlichkeit des Feldbegriffs führt man längs der Kraftwirkungen von Ladungen auf die Probeladung *Kraftlinien* oder *Feldlinien* ein (s. Abb.3). Die Tangenten an sie geben die Richtung der Kräfte an. Elektrische Feldlinien beginnen auf positiven Ladungen und enden auf negativen Ladungen; sie sind nicht geschlossen.

$$\vec{E}(x_0, y_0, z_0) = \vec{E}_1(x_0, y_0, z_0) + \vec{E}_2(x_0, y_0, z_0) + \vec{E}_3(x_0, y_0, z_0) + \dots \quad (4)$$

Das elektrische Feld ist linear, d.h. es gilt das sogenannte *Superpositionsgesetz*. Die Feldstärken mehrerer Ladungen Q_1, Q_2, Q_3 , addieren sich am Ort (x_0, y_0, z_0) der Testladung.

1.2.2.2 Potential und elektrische Spannung

Bewegt man eine Ladung q in einem elektrischen Feld \vec{E} längs eines Weges s , so ist wegen der Kraft F , die auf die Ladung ausgeübt wird, hierfür eine *Arbeit* oder *Energie* W notwendig, die sich bei differentieller Betrachtung als Integral nach Gl.(5) schreiben lässt:

$$W = \int_s \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \cdot \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (5)$$

Mit Gl.(2) ergibt sich dann die Beziehung zur elektrischen Feldstärke. Die aufzuwendende (oder abgegebene) Energie, die zur Bewegung einer Ladung im elektrischen Feld notwendig ist, ist gleich

dem Integral über die elektrische Feldstärke längs des Weges s .

Nach Gl.(3) ist die Feldstärke einer Ladung Q im unendlich fernen Punkt $r \rightarrow \infty$ gleich null, daher beträgt die Arbeit, um eine Testladung q aus dem Unendlichen in einen Punkt P_1 zu bringen, wie es Abb. 4 darstellt,

$$W_{\infty, P_1} = q \int_{\infty}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (6)$$

Den Ausdruck

$$\varphi_1 = \frac{W_{P_1}}{q} = \int_{\infty}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (7)$$

nennt man *elektrisches Potential* des Punktes P_1 . Zu beachten ist, dass das Potential eine skalare Größe ist, die Feldstärke dagegen eine vektorielle, ebenso wie die Strecke \vec{s} . Für den Punkt P_2 in Abb. 4 lässt sich analog zu Gl.(7) ein Potential φ_2 berechnen.

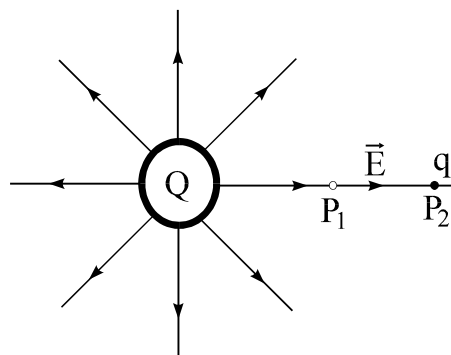


Abbildung 4: Zum Begriff des elektrischen Potentials

Die Potentialdifferenz zwischen P_1 und P_2 beträgt dann:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{W_{P_1, P_2}}{q} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (8)$$

Dieser Ausdruck wird auch als *elektrische Spannung* U zwischen den Punkten P_1 und P_2 bezeichnet.

Im Raum gibt es Flächen, auf denen das Potential überall den gleichen Wert hat. Solche Flächen heißen *Äquipotentialflächen*. Auf ihnen ist die Spannung zwischen zwei Punkten gleich null.

1.2.2.3 Elektrische Flussdichte

Denkt man sich um eine Ladung Q eine Hüllfläche A , so kann man sich vorstellen, dass die Ladung eine Wirkung durch die Hüllfläche hindurch in den Raum hinein hat. Dieses Phänomen nennt man *elektrischen Fluss* und den Quotienten mit der Fläche *elektrische Flussdichte* D .

$$\frac{\text{Ladung}}{\text{Fläche}} = \text{elektrische Flußdichte,} \quad (9)$$

$$\frac{Q}{A} = D.$$

Eine exaktere Beschreibung hierfür ist eine Integraldarstellung mit einem vektoriellen Flächendifferential, was zur Folge hat, dass die Flussdichte ebenfalls ein Vektor (in Richtung der Flächennormalen) ist.

$$\iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q, \text{ falls } Q \text{ innerhalb} \\ \text{der Hülle,} \quad (10)$$

Es gibt zwei Möglichkeiten: Entweder wird von der Hüllfläche eine Ladung umschlossen oder nicht. Dann ist entweder das Hüllintegral gleich der Ladung Q oder gleich null. Für eine Punktladung, die von einer Kugel mit dem Radius r umschlossen wird, ergibt sich Gl. (11).

$$\iint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = 0, \text{ sonst.}$$

$$\iint_{\text{Kugeloberfläche}} \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q,$$

$$D \cdot 4\pi r^2 = Q, \quad (11)$$

$$D = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Mit Gl. (3), die ebenfalls für Punktladungen gilt, erhält man dann die einfache Beziehung zwischen \vec{D} und \vec{E} :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}. \quad (12)$$

Die Größe ϵ_0 heißt *Dielektrizitätskonstante* des leeren Raumes und hat die Größe

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r. \quad (13)$$

$\epsilon_0 = 8,859 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$. Andere Materialien haben andere Dielektrizitätskonstanten ϵ ,

die mittels ϵ_0 und einer dimensionslosen Konstanten ϵ_r beschrieben werden.

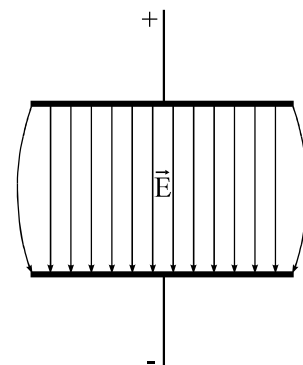


Abbildung 5: Feld eines Plattenkondensators

Auf elektrischen Leitern, z.B. Metallen sind Ladungen frei beweglich. Bringt man mehrere z.B. negative Ladungen auf einen Leiter, so stoßen diese sich ab und verteilen sich auf ihm gleichmäßig. In Lei-

tern bricht das elektrische Feld zusammen, daher sind die Leiteroberflächen Äquipotentialflächen. Abb. 5 zeigt zwei leitende Platten, die Ladungen mit unterschiedlichen Vorzeichen tragen. Diese Anordnung heißt *Platten-Kondensator*. Die Potentiale auf den Platten sind φ_1 bzw. φ_2 . Bringt man einen Leiter in ein Feld, z.B. in das des Plattenkondensators, so werden die negativen Ladungen (Elektronen) von der positiv geladenen Platte angezogen und auf der Seite der negativ geladenen Platte sammeln sich positive Ladungen infolge Elektronenmangels. Dabei entsteht kurzfristig eine Ladungswanderung im Leiter. Diesen Vorgang nennt man *Influenz*. Kann eine der influenzierten Ladungen abfließen, so wird der Leiter durch Influenz aufgeladen. Dieser Effekt tritt bei *MOS-Feldeffekt-Transistoren* auf.

Bringt man auf eine Platte des Plattenkondensators eine Ladung Q , so wird eine zweite auf der anderen Platte beeinflusst. Die Feldstärke zwischen beiden ist dann nach Gl.(12)

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{D}{\epsilon}, \\
 &= \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{2Q}{2A}, \\
 &= \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{A}.
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Die Zahl zwei kürzt sich heraus, weil zwei Platten der Fläche A zwei Ladungen Q tragen. Das Feld im Plattenkondensator ist weitgehend homogen und die Platten sind Äquipotentialflächen,

daher kann die Spannung U aus der Potentialdifferenz nach Gl.(8) berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 U &= \vec{E} \cdot \vec{d} = \frac{Q}{\epsilon A} \cdot d, \\
 &= \frac{Q}{C}, \\
 C &= \frac{Q}{U} = \epsilon \cdot \frac{A}{d}.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Der Ausdruck C wird *Kapazität* genannt. Er hat die

Dimension $\frac{As}{V} = F$ (Farad).

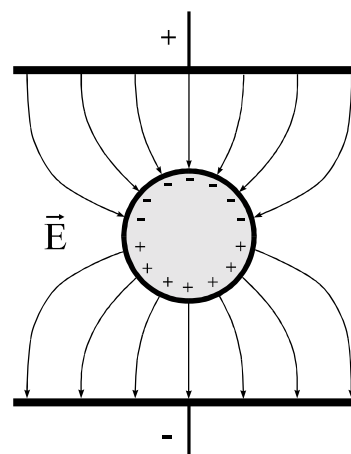


Abbildung 6: Influenz auf einen Leiter

1.3 Gleichstrom in linearen Netzen

Bisher haben wir elektrische Felder im Raum betrachtet und Ladungen nur zum Auffinden von Kraftlinien und bei der Influenz bewegt. Wir betrachten jetzt den Transport von Ladungen durch konzentrierte Bauelemente, wie elektrische Leiter und Widerstände. Hierbei ist in den meisten Fällen eine eindimensionale Betrachtung ausreichend, da sich die Ladungsträger fast ausschließlich in Längsrichtung der Drähte bewegen. Für diese Betrachtungen führen wir neue Begriffe ein.

1.3.1 Die Stromstärke

Verbinden wir die beiden Platten des Kondensators nach Abb. 5 mit einem Leiter, so gleichen sich die Ladungen aus, da sie verschiedenes Vorzeichen haben und sich daher anziehen. Diesen Ladungstransport pro Zeiteinheit nennt man *elektrischen Strom* i . Er kann differentiell und in Integralform geschrieben werden:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dQ}{dt}, \\ Q &= \int i dt. \end{aligned} \quad (16)$$

Die Einheit der Stromstärke ist das Ampère (A), folglich die der Ladung (As) oder, wie bei Autobatterien gebräuchlich, (Ah).

Physikalisch bewegen sich die Ladungsträger langsam durch das Material, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wirkung ist jedoch wesentlich schneller und erreicht im Idealfall Lichtgeschwindigkeit.

1.3.2 Das Ohmsche Gesetz

Damit ein Strom fließen kann, benötigt man einen Stromerzeuger G , der *Quelle* oder *Generator* genannt wird, Leitungen und mindestens einen Verbraucher oder *Widerstand* R . Die Leitungen werden als widerstandslos betrachtet. Per definitionem fließt der Strom (*elektrotechnische Stromrichtung*) von + nach -, während sich physikalisch die meist verwendeten Ladungsträger, die Elektronen, in umgekehrter Richtung bewegen, da sie negativ geladen sind. Die Verbindung von Quelle und Verbraucher muss geschlossen sein, daher spricht man von einem *Stromkreis* (s. Abb.7).

Der Verbraucher R setzt die elektrische Leistung des Generators in eine andere Energieform um, bei Motoren in mechanische Leistung, bei Widerständen in Wärmeleistung. *Ohm* fand nun heraus, dass bei fester Spannung U an den Klemmen der Quelle G der Strom sich halbierte, wenn als Verbraucher R ein Widerstandsdraht in der Länge verdoppelt wurde. Allgemein gesagt, gilt das *Ohmsche Gesetz* in folgender Form:

$$\begin{aligned} U &= R \cdot I, \\ I &= \frac{U}{R}, \\ R &= \frac{U}{I}. \end{aligned} \quad (17)$$

Der Widerstand R kann als Proportionalitätsfaktor zwischen Strom und Spannung angesehen werden. Er hat die Dimension V/A, die man zu Ehren von *Ohm* Ω schreibt und "Ohm" ausspricht. Sein reziproker Wert $G = 1/R$ heißt *Leitwert* mit der Dimension A/V, die in Deutschland S (Siemens) und sonst Mho (Ohm rückwärts) \mathcal{O} genannt wird.

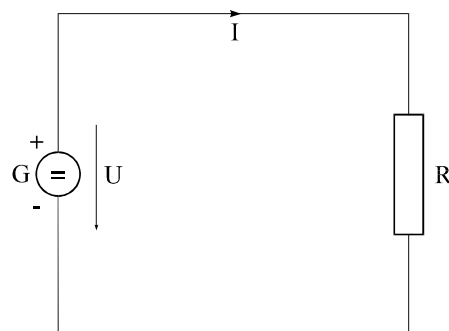


Abbildung 7: Stromkreis zum Ohmschen Gesetz

Bei den üblichen Widerständen ist R weitgehend konstant und nur vom Material und der Geometrie abhängig. Je größer die Länge l des Materials, desto höher der Widerstand, je größer die

Querschnittsfläche A , desto kleiner. Man kann dann einen spezifischen Widerstand ρ als Materialkonstante mit der Dimension (Ωm) definieren und folgende Beziehung aufstellen:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (18) \quad \text{Die Arbeit, die elektrischer Strom verrichtet, ist nach Gl.(6) mit Gl.(17) in Gl.(19) zusammengefasst.}$$

$$W = \begin{cases} U \cdot Q & = U \cdot I \cdot t, \\ I^2 \cdot R \cdot t & = \frac{U^2}{R} \cdot t, \\ U^2 \cdot G \cdot t & = \frac{I^2}{G} \cdot t. \end{cases} \quad (19) \quad \text{Da die Leistung } P \text{ gleich Arbeit pro Zeit ist, gilt:}$$

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}, \quad (20)$$

$$= \frac{I^2}{G} = U^2 \cdot G.$$

1.3.3 Kirchhoffsche Sätze

Wir haben das übergeordnete Kapitel mit Absicht *Gleichstrom in linearen Netzen* genannt, weil nur in den seltensten Fällen das System so einfach wie in Abb. 7 ist. Viel häufiger sind Schaltungen mit mehreren *Maschen* und *Knoten*, an denen Stromverzweigungen stattfinden. Das elektrische Verhalten in solchen Netzen lässt sich mit zwei Sätzen beschreiben, die als erster *Kirchhoff* formuliert hat.

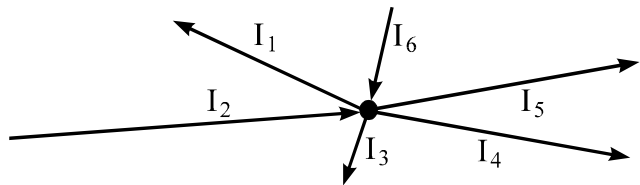


Abbildung 8: Ströme im Verzweigungspunkt

1.3.3.1 Der Knotensatz

Der erste Kirchhoffsche Satz (oder die Knotenregel) behandelt die Ströme in einem Verzweigungspunkt. In keinem Teil der Leitungen werden Ladungen angehäuft, folglich müssen in einem Verzweigungspunkt genauso viele Ladungen pro Zeiteinheit (d.h. Ströme) hineinfließen wie herauskommen. Gibt man den Strömen eine Richtung mit (in den Knoten fließende seien > 0 , herauskommende seien < 0), so gilt:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (21)$$

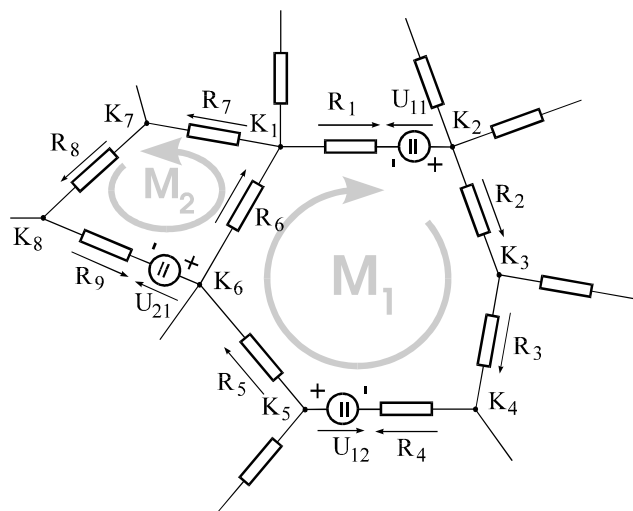


Abbildung 9: Masche in einem Gleichstromnetz

1.3.3.2 Der Maschensatz

Der zweite Kirchhoffsche Satz bezieht sich auf die Spannungen in einer Masche eines Netzes.

$$\begin{aligned}
 \varphi_2 - \varphi_1 &= U_{K_{12}} \\
 \varphi_3 - \varphi_2 &= U_{K_{23}} \\
 \varphi_4 - \varphi_3 &= U_{K_{34}} \\
 \varphi_5 - \varphi_4 &= U_{K_{45}} \\
 \varphi_6 - \varphi_5 &= U_{K_{56}} \\
 \varphi_1 - \varphi_6 &= U_{K_{61}}
 \end{aligned} \tag{22}$$

Betrachten wir die Masche M_1 in Abb. 9. An den Knoten $K_1 \dots K_6$ existieren die Potentiale $\varphi_1 \dots \varphi_6$. Wählt man nun eine willkürliche Umlaufrichtung, in Abb. 9 etwa im Uhrzeigersinn, so kann man die Spannungen zwischen den Knoten durch die Potentialdifferenzen ausdrücken:

Addiert man nun die Spannungen in Umlaufrichtung, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 U_{K_{12}} + U_{K_{23}} + U_{K_{34}} + U_{K_{45}} + U_{K_{56}} + U_{K_{61}} &= \\
 (\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_3 - \varphi_2) + (\varphi_4 - \varphi_3) + (\varphi_5 - \varphi_4) + (\varphi_6 - \varphi_5) + (\varphi_1 - \varphi_6) &= 0,
 \end{aligned} \tag{23}$$

das zweite Kirchhoffsche Gesetz, das verallgemeinert in Gl. (24) angegeben ist und verbal folgendermaßen lautet: *Die Summe der Umlaufspannungen in einer Masche ist null.*

$$\sum_k U_k = 0, \quad \text{oder} \quad \sum_m U_m - I_m \cdot R_m = 0. \tag{24}$$

Die Spannungspfeile in Abb. 9 entsprechen den elektrotechnischen Konventionen, bei Spannungsquellen von + nach - ; bei Spannungsabfällen an Widerständen infolge von Strömen gibt man eine Stromrichtung beliebig vor, hat man sie richtig gewählt, so ist die berechnete Spannung am Widerstand positiv, im anderen Falle negativ.

Mit Hilfe der beiden Kirchhoffschen Gesetze und des Ohmschen Gesetzes lassen sich alle Gleichstrom-Schaltungen berechnen, u.a. Serien- und Parallelschaltung von Widerständen:

Bei der Serien- oder Reihenschaltung fließt derselbe Strom I durch alle Widerstände R_k , folglich sind die Spannungsabfälle an den Widerständen $U_k = I \cdot R_k$, es gilt dann mit der Maschenregel

$$\begin{aligned}
 U_0 &= U_1 + U_2 + \dots + U_K \\
 &= I \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_K)
 \end{aligned} \tag{25}$$

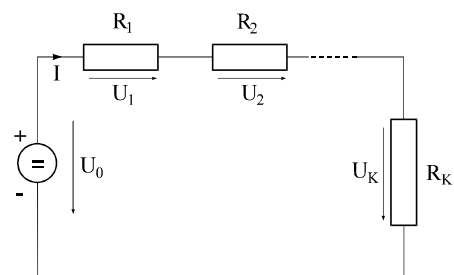


Abbildung 10: Reihenschaltung von Widerständen

Daraus folgt für den Gesamtwiderstand

$$R_{ges} = \sum_k R_k \quad (26)$$

Die Parallelschaltung von Widerständen lässt sich analog mit der Knotenregel behandeln (s. Abb. 11). An allen Widerständen liegt dieselbe Spannung U .

Der Gesamtstrom I_0 ergibt sich dann zu:

$$\begin{aligned} I_0 &= I_1 + I_2 + \dots + I_K, \\ &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_K}, \\ &= U \cdot G_1 + U \cdot G_2 + \dots + U \cdot G_K. \end{aligned} \quad (27)$$

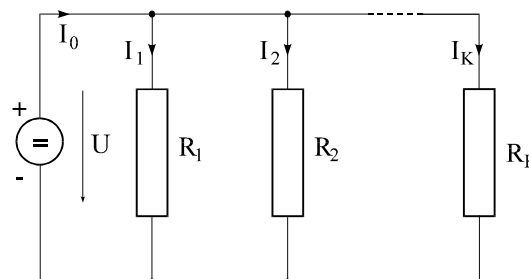


Abbildung 11: Parallelschaltung von Widerständen

Daraus folgt für den Gesamtwiderstand bzw. -Leitwert:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_K}, \\ G &= G_1 + G_2 + \dots + G_K. \end{aligned} \quad (28)$$

1.3.4 Reale elektrische Energiequellen

1.3.4.1 Klemmenspannung

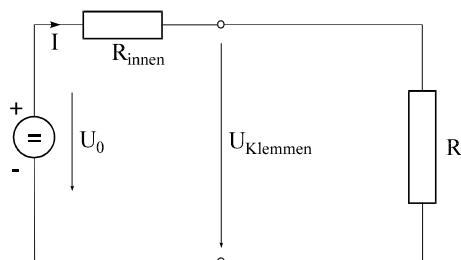


Abbildung 12: Konstant-Spannungsquelle

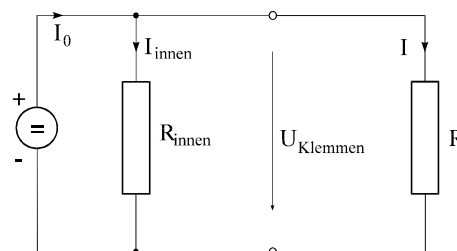


Abbildung 13: Konstant-Stromquelle

Bisher waren wir in unseren Betrachtungen von einer idealen Spannungsquelle ausgegangen, die immer eine konstante Spannung U zur Verfügung stellt. Solche Spannungsquellen heißen *Konstant-Spannungsquellen* und sind eine Abstraktion. Jede(r) Autofahrer(in) hat schon einmal erlebt, wie beim Starten des Motors die Spannung an der Batterie einbricht, weil der Anlasser einen sehr hohen Strom zieht. Je größer der entnommene Strom ist, umso mehr nimmt die Spannung am Verbraucher ab. Diesen Effekt modelliert man durch die Einführung eines *inneren Widerstandes*, wie in den Abb. 12 und 13 dargestellt. Dem Verbraucher ist nur die äußere

Klemmenspannung zugänglich. Neben Konstant-Spannungsquellen gibt es auch das duale Modell von *Konstant-Stromquellen*. Im Idealfall ist bei Konstant-Spannungsquellen der Innenwiderstand $R_i = 0$ und bei Konstant-Stromquellen nach Abb. 13 $R_i = \infty$.

Abb. 12 erklärt das oben genannte Beispiel mit der Autobatterie. Mit abnehmendem Widerstand R wird die am Verbraucher liegende Klemmenspannung immer geringer, da am Innenwiderstand R_{innen} der Spannungsabfall immer größer wird. Das geschieht deshalb, weil der Gesamtwiderstand $R + R_{innen}$ dann auch abnimmt.

Der Innenwiderstand ist nicht nur eine fiktive Hilfsgröße sondern real vorhanden. Er modelliert physikalische Effekte in den Energiequellen, die als *Verluste* bezeichnet werden, z.B. die Bahnwiderstände von Bleiplatten und Elektrolyten in Batterien. Man kann auch die Erwärmung von Generatoren und Batterien messen, wenn ihnen Ströme entnommen werden.

Da das Energieversorgungsnetz ein Konstant-Spannungsnetz ist und auch die meisten Geräte mit konstanten Spannungen arbeiten, ist die Darstellung von Konstant-Stromquellen nicht so gebräuchlich. Sie ist aber genauso richtig und in manchen Fällen führt sie zu einfacheren mathematischen Formulierungen, wie etwa bei der Parallelschaltung von Widerständen in Gl. (28), die sich durch Addition der Leitwerte eleganter beschrieben lässt als durch die Summe der Brüche von Widerständen.

Ist kein Verbraucher an die Quelle angeschlossen, so spricht man bei Konstant-Spannungsquellen von *Leerlauf*. Da der Strom dann null ist, wird auch keine Leistung aus der Quelle entnommen. Im Kurzschluss wird die gesamte Leistung im Innenwiderstand in Wärme umgesetzt, daher sichert man Konstant-Spannungskreise mit Stromsicherungen ab.

Die (duale) Konstant-Stromquelle gibt dann keine Leistung ab, wenn sie im *Kurzschluss* betrieben wird, da dann der Verbraucherwiderstand und damit auch die Spannung an ihm null sind. Im Leerlauf wird die gesamte Leistung im Innenwiderstand in Wärme umgesetzt!

1.3.4.2 Messschaltungen

Alle physikalischen Geräte arbeiten (mit Ausnahme von Supraleitungs-Effekten) nicht völlig verlustfrei, d.h. ein wenig der durchfließenden Energie wird in Wärme umgesetzt. Das trifft auch für Messgeräte zu, z.B. solche zur Spannungsmessung, die *Voltmeter* heißen, und Strom-Messgeräte, die *Amperemeter* genannt werden. Da Voltmeter parallel zu Verbrauchern geschaltet werden, muss ihr Innenwiderstand möglichst groß sein. Amperemeter werden in einen Stromkreis eingeschleift, daher sollte ihr Innenwiderstand möglichst klein sein.

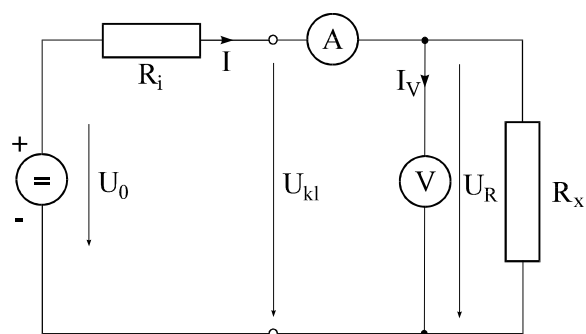


Abbildung 14: Messschaltung mit Fehler bei Strommessung

Mit diesen kann ein Widerstand aus einer Strom- und einer Spannungsmessung bestimmt werden. Die Abb. 14 und 15 zeigen zwei Messschaltungen, die infolge der Innenwiderstände der Messgeräte unterschiedliche Fehler aufweisen. In Abb. 14 wird die Strommessung durch den Strom vergrößert, den das Voltmeter abzweigt, in Abb. 15 zeigt das Voltmeter die Summe der Spannungsabfälle von Verbraucher und Amperemeter an.

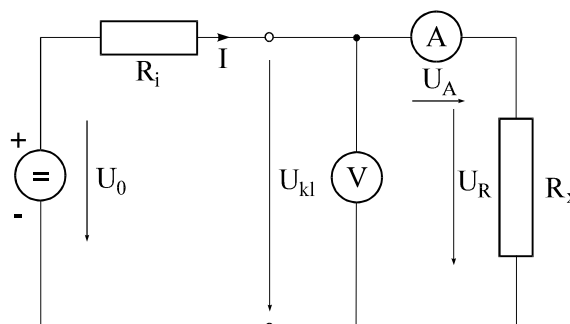


Abbildung 15: Messschaltung mit Fehler bei Spannungsmessung

1.3.4.3 Widerstandsrauschen

Da in der Wirklichkeit der elektrische Strom durch einen Widerstand oder Leiter nicht kontinuierlich fließt, sondern sich aus sehr vielen Elektronenbewegungen (Sprüngen im Gitter des Leiters) in Folge der Wärmebewegung zusammensetzt, so ist dem Gleichstrom stets ein Rauschen überlagert, das *Widerstandsrauschen* genannt wird. Dieses Rauschen ist vom Material und der Temperatur abhängig. Man gibt die Rauschleistung nach *Nyquist* folgendermaßen an:

$$\begin{aligned} u_{\text{eff}} &= \sqrt{(4kT \cdot \Delta f \cdot R)}, \\ R_{\text{ä}} &= R_0 \frac{T}{T_0}, \end{aligned} \quad (29)$$

Dabei ist k die Boltzmann-Konstante, T die absolute Temperatur, Δf die betrachtete Bandbreite und R der nominelle Widerstandswert. $R_{\text{ä}}$ ist der *äquivalente Rauschwiderstand*, der bei *Zimmertemperatur* $T_0 = 300 \text{ K}$ wirksam wäre, auch wenn er eine höhere Temperatur hat. Der Begriff

Zimmertemperatur wurde gewählt, weil es eine relativ einfache Zahl ist und sich elektrische Bauteile infolge der durchfließenden Ströme selbst erhitzen, also etwas wärmer als die Umgebung von 20°C (also ca. 293 K) sind.

1.4 Das stationäre magnetische Feld

1.4.1 Das magnetische Feld elektrischer Ströme

Wie mit dem Vorhandensein elektrischer Spannungen stets ein elektrisches Feld verbunden ist, so tritt immer ein *magnetisches Feld* auf, wenn elektrische Ströme fließen. Dieses wies als erster *Ørsted* nach, der die Kraftwirkungen eines elektrischen Stromes auf eine Kompassnadel untersuchte.

Der elektrische Strom bildet um einen Leiter magnetische Feldlinien oder Kraftlinien aus, die man analog zu Feldlinien im elektrischen Feld betrachten kann. Im Gegensatz zum elektrischen Feld gibt es jedoch keine „magnetischen Ladungen“, so dass die Feldlinien nicht auf Ladungen beginnen oder enden, sondern in sich

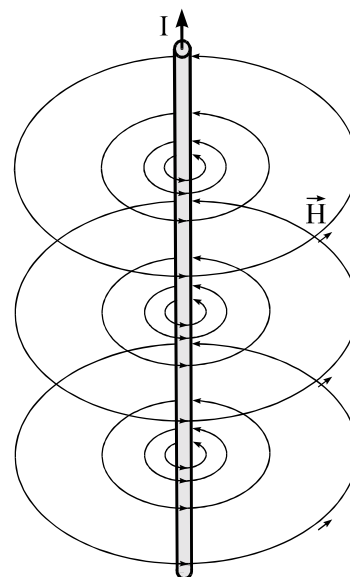


Abbildung 16: Magnetisches Feld infolge eines Stromes I

geschlossen sind, wie Abb. 16 zeigt. Der Ørstedsche Versuch zeigte, dass die magnetische Feldstärke proportional zum Strom I ist und - bei zylindrischen Problemen nicht unerwartet - umgekehrt proportional zum Abstand r . Man kann nun eine fiktive Größe analog zur elektrischen Spannung definieren, die *magnetische Spannung* V genannt wird und als Integral längst einer Feldlinie zwischen zwei Punkten 1 und 2 definiert ist, wie es z.B. Abb.17 zeigt:

$$V_{12} = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (30)$$

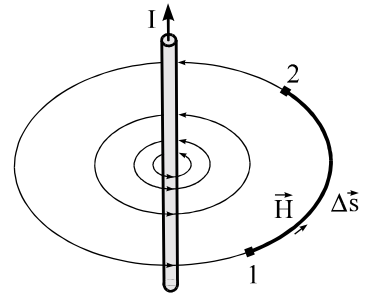


Abbildung 17: Zur magnetischen Spannung V

1.4.2 Das Durchflutungsgesetz

Integriert man über eine geschlossene Feldlinie, so erhält man als Ergebnis den von ihr umschlungenen Strom. Hieraus ergeben sich die Dimensionen für die magnetische Feldstärke H mit A/m und die magnetische Spannung V mit A. Da der elektrische Stromkreis und das magnetische Feld wie zwei Kettenglieder ineinander greifen, spricht man von *Verkettung*. Nun kann der verkettete Strom sich auf eine Querschnittsfläche A verteilen oder mehrfach - bei einer Spule mit N Windungen N -mal - mit dem magnetischen Feld verkettet sein. Daher hat man einen neuen Begriff eingeführt, die *Durchflutung* Θ , die den gesamten verketteten Strom beschreibt und die Dimension A hat. Ältere Bücher schreiben auch - fälschlicherweise - Aw (Ampere-Windungen), obwohl die Windungszahl $N \in \mathbb{N}$ dimensionslos ist.

Diese Überlegungen führen zum *Durchflutungsgesetz*, das auch *1. Maxwellsche Gleichung* genannt wird:

$$\begin{aligned} \Theta &= N \cdot I = \sum_n i_n = \int_A \vec{i} \cdot d\vec{A} \\ &\text{d.h.} \\ \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} &= \int_A \vec{i} \cdot d\vec{A}. \end{aligned} \quad (31)$$

Hiermit lässt sich z.B. die Feldstärke um einen stromdurchflossenen Leiter, wie in Abb. 16 im Abstand r in Polarkoordinaten berechnen:

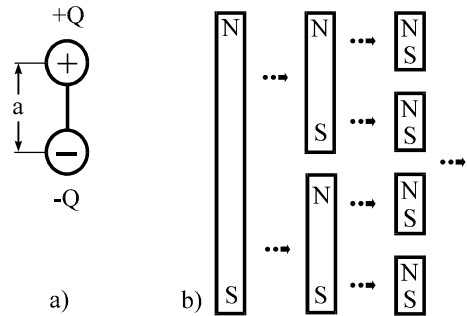
$$\begin{aligned} \oint \vec{H} d\vec{s} &= I, \\ \text{mit} \quad d\vec{s} &= r \, d\varphi \quad \text{folgt} \\ \int_0^{2\pi} \vec{H} \cdot r \cdot d\varphi &= I \quad (32) \\ \text{oder} \quad |H| \cdot 2\pi r &= I, \\ \text{d.h.} \quad |H| &= \frac{I}{2\pi r}. \end{aligned}$$

Die magnetische Feldstärke um einen stromführenden Leiter nimmt also umgekehrt proportional zum Abstand r ab und umkreist die Stromrichtung im Sinne einer *Rechtsschraube*, wie in den Abb. 16 und 17 eingezeichnet. Die meisten Holz- und Maschinen-Schrauben haben ein Rechtsgewinde, d.h. wenn sie im Uhrzeigersinn gedreht werden, bewegen sie sich nach hinten. Anders herum gesagt, wenn einem der Strom entgegenkommt, dann ist die Feldrichtung mathematisch positiv (d.h. gegen den Uhrzeigersinn). Eine andere

Eselsbrücke heißt *Rechte-Hand-Regel*: Die Finger einer geschlossenen rechten Hand zeigen die Richtung der Feldlinien an, der abgespreizte Daumen die Stromrichtung.

1.4.3 Magnetische Dipole

Im elektrischen Feld hatten wir positive und negative elektrische Ladungen Q kennen gelernt, von denen die Feldlinien ausgehen, bzw. auf denen sie enden. Im magnetischen Feld gibt es keine magnetischen Elementarladungen, die kleinste magnetische Elementarstruktur ist ein sogenannter *Dipol*. Abb. 18a zeigt einen elektrischen Dipol, der durch sein Dipolmoment M



$$M = Q \cdot a \quad (33)$$

beschrieben wird. Man nennt die magnetischen Dipole auch *Elementarmagnete*.

Abbildung 18: Elektrischer Dipol und Teilung von Magneten

Abb. 18b zeigt, wie durch Teilung eines Magneten mit Nord- und Südpol sich nicht etwa ein magnetischer *Monopol* isolieren lässt, sondern zwei Dipole entstehen. Man erklärt sich den magnetischen Dipol durch den *Spin* von Elektronen, die gewissermaßen elementare elektrische Kreisströme darstellen.

1.4.4 Magnetische Induktion, Fluss, Permeabilität und Lorentz-Kraft

Bewegt man eine elektrische Ladung q in einem Magnetfeld, so wird auf sie eine Kraft F ausgeübt, die senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zum magnetischen Feld steht, wie Abb. 19 zeigt. Die Kraft ist proportional zur Feldstärke H und zur Geschwindigkeit v . Zu Ehren des Physikers Lorentz wird sie *Lorentz-Kraft* genannt. Eine genauere Untersuchung führt zu folgendem Zusammenhang der genannten Größen

$$\vec{F} = \mu \cdot q(\vec{v} \times \vec{H}) = q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (34)$$

Hier ist μ ein Proportionalitätsfaktor, der *Permeabilität* genannt wird. Für das Vakuum gilt $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$.

Diese Kraftwirkung auf bewegte Ladungen wird in Fernsehgeräten, Computern und Messgeräten zur Positionierung von Elektronenstrahlen auf Bildschirmen ausgenutzt.

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad (35)$$

B wird *magnetische Induktion* oder *magnetische Flussdichte* genannt.

Die Induktion hat die Dimension *Tesla* ($1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$). μ_r ist eine dimensionslose *Materialkonstante*.

Man unterscheidet drei Arten von Magnetismus:

- *Diamagnetismus* für $\mu_r < 1$, z.B. Wasser: $\mu_r = 0,999990$,
- *Paramagnetismus* für $\mu_r > 1$, z.B. Aluminium: $\mu_r = 1,0000240$,
- *Ferromagnetismus* für $\mu_r \gg 1$, z.B. Stahl: $800 < \mu_r < 60.000$.

Die Induktion ist direkt über Gl. (34) mit der Feldstärke verknüpft. Man stellt sich vor, dass magnetische Feldlinien da dicht bei einander liegen, wo die Induktion groß ist und weiter auseinander dort, wo die Induktion kleiner ist. Für die durch eine Fläche A hindurchtretenden Feldlinien führt man einen neuen Begriff ein, den *magnetischen Fluss* Φ , der folgendermaßen definiert ist:

$$\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}. \quad (36)$$

Der Strom I durch einen Leiter mit dem Querschnitt A , d.h. die Zahl n der bewegten Ladungsträger q pro Volumeneinheit mit der

Geschwindigkeit $v = ds/dt$ - bzw. die Strömungsgeschwindigkeit - betragen:

$$I = q \cdot n \cdot A \cdot v, \quad v = \frac{I}{q \cdot n \cdot A}. \quad (37)$$

Hieraus lässt sich mit Gl.(33) die Kraft auf einen Leiter der Länge s berechnen, der sich in einem magnetischen Feld mit der Induktion B befindet:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{s} \times \vec{B}. \quad (38)$$

In verschiedenen technischen Geräten, wie Motoren und Messgeräten wird dieser Effekt ausgenutzt. Abb. 20 zeigt das Schema eines *Drehspulinstrumentes*, bei dem eine Spule der

Länge l und dem Radius a in einem homogenen Magnetfeld mit der Induktion B ein Drehmoment $\vec{M}_{el} = \vec{F}_{Lorenz} \times \vec{a}$ erfährt, welches durch ein mechanisches Gegenmoment $\vec{M}_{mech} = f \cdot \alpha$ einer Spiralfeder mit f als Federkonstante und α als Auslenkungswinkel im Gleichgewicht gehalten wird. Der Winkel α ist dann ein direktes Maß für den durch die Spule fließenden Strom.

Die grau unterlegten Teile in Abb.20 sind aus ferromagnetischem Material und haben eine so große relative Permeabilität, dass in ihnen das magnetische Feld \vec{H} praktisch kurzgeschlossen ist. Sie stellen magnetische Leiter dar. Der Luftspalt, in dem sich die Spule bewegt, ist möglichst eng.

Für *Amperemeter* benutzt man Spulen mit kleinem ohmschen Widerstand, um den Spannungsabfall gering zu halten, für *Voltmeter* Spulen mit vielen Windungen dünnen Drahtes, um mit möglichst geringem Strom und hohem Eigenwiderstand die Spannung zu bestimmen.

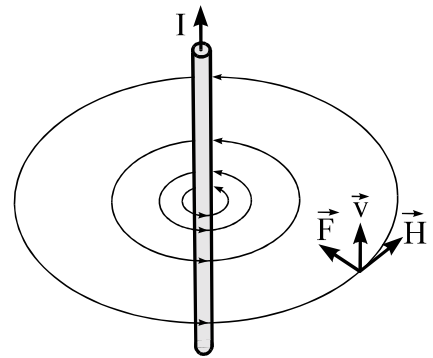


Abbildung 19: Kraft auf eine Ladung im Magnetfeld

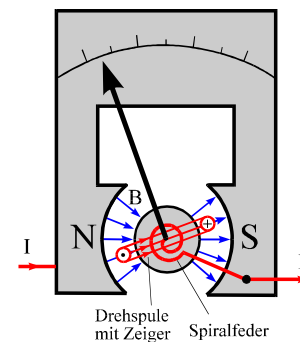


Abbildung 20: Drehspulinstrument

1.4.5 Kraft zwischen zwei Leitern und Halleffekt

Mit Hilfe der Gln. (33) bzw. (36) lassen sich weitere Effekte erklären. Zunächst wollen wir die *Kraft zwischen zwei Leitern* im Abstand r berechnen, durch die Ströme I_1 und I_2 fließen. Dazu betrachten wir noch einmal Abb. 19 und stellen fest, dass sich Leiter anziehen, wenn die Ströme in beiden in derselben Richtung fließen und sich abstoßen, wenn sie entgegengesetzte Stromrichtungen haben.

Mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes nach Gl. (31) können wir das magnetische Feld des einen Leiters am Ort des anderen (Abstand r) berechnen. Setzt man das in Gl. (36) ein, so erhält man:

$$|F| = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2\pi r} \cdot l \cdot I_1 \cdot I_2, \quad (39) \quad \text{wobei } l \text{ die Länge ist, auf der die Leiter aufeinander Kräfte ausüben.}$$

Gl. (33) kann benutzt werden, um den *Halleffekt* zu erklären, der zur Messung von Magnetfeldern verwendet wird. Dazu wird eine Vorrichtung nach Abb. 21 verwendet, die *Hallplättchen* heißt und aus Halbleitermaterial besteht. Durch sie wird ein Strom I geschickt. Bewegen sich die Ladungsträger q in einem Magnetfeld, so wird auf sie eine Lorentzkraft nach Abb. 19 ausgeübt, die senkrecht auf der Stromrichtung und auf dem Magnetfeld steht. Die Ladungen werden dann separiert und erzeugen ein elektrisches Feld E , das eine Kraftwirkung nach Gl. (2) gegen die Lorentzkraft entfaltet. Senkrecht zu Strom und Magnetfeld kann dann eine Spannung U_H gemessen werden, die proportional zur Normalkomponente des Magnetfeldes ist.

$$\begin{aligned} q \cdot \vec{v} \times \vec{B} &= q \cdot \vec{E}_H, \\ q \cdot \frac{I}{n \cdot q \cdot A} \cdot B &= q \cdot \vec{E}_H = q \cdot \frac{U_H}{b}, \\ U_H &= \frac{1}{n \cdot q} \cdot \frac{I \cdot B}{d}, \\ U_H &= R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}. \end{aligned} \quad (40)$$

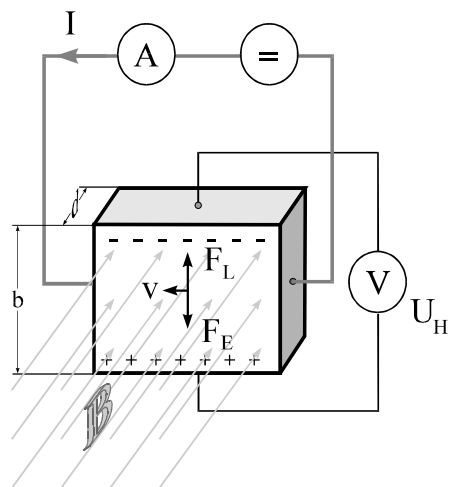


Abbildung 21: Halleffekt

Der Koeffizient R_H heißt *Hallkonstante* und ist vom Material abhängig. Als Hallplättchen eignen sich Halbleiter, weil sie eine höhere Beweglichkeit der Ladungsträger haben. Der Halleffekt kann zum Lesen von Information von magnetischen Datenträgern eingesetzt werden. Die Hallspannung ist um so größer, je dünner das Plättchen ist.

1.4.6 Ferromagnetismus

Wir hatten schon in Abschnitt 1.4.4 kurz erwähnt, dass es Materialien gibt mit $\mu_r \gg 1$, die *ferromagnetisch* genannt werden. Es handelt sich dabei überwiegend um Eisen, Kobalt, Nickel und Chrom-Nickel-Legierungen. Während bei den üblichen Materialien μ_r als Konstante angesehen

werden kann, ist im Ferromagnetismus die relative Permeabilität eine nichteindeutige Funktion mit Eigenschaften, die von der Magnetisierungs-Vorgeschichte abhängen. Daher eignet sich dieses Material für Speichierzwecke. In Abb. 22 ist eine typische Magnetisierungskennlinie von ferromagnetischem Material dargestellt, die auch *Hysteresiskurve* genannt wird.

Im entmagnetisierten Zustand folgt die Induktion B bei Anlegen einer äußeren Feldstärke H der grauen Neukurve, bis die *Sättigung* bei der Sättigungsfeldstärke H_s erreicht wird. Danach verhält sich das Material wie Vakuum oder Papier, d.h. eine weitere Erhöhung der äußeren Feldstärke bringt keine zusätzlichen ferromagnetischen Effekte.

Entfernt man nun das äußere Feld, so geht die Induktion im Material auf dem oberen Ast der Hysteresiskurve bis zum Remanenzpunkt B_r zurück, d.h. wir haben einen Dauermagneten vor uns. Den Ausdruck

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} \quad (41)$$

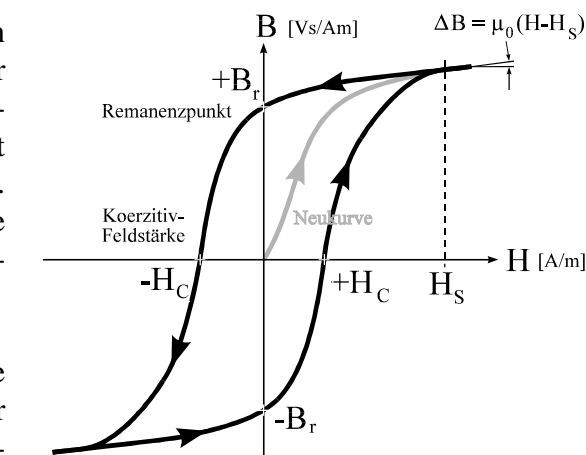


Abbildung 22: Hysteresis-Kurve von ferromagnetischem Material

nennt man *Magnetisierung*. Da im Remanenzpunkt $H = 0$ ist, wird oft auch von *Remanenzmagnetisierung* gesprochen. Man spricht auch von *Dauermagneten*.

Um die Induktion in ferromagnetischem Material auf null herunterzudrücken, muss eine negative äußere Feldstärke H_c angelegt werden, man nennt sie auch *Koerzitivkraft* oder *Koerzitiv-Feldstärke*. Eine weitere Verminderung der Feldstärke führt dann in die negative Sättigung und beim Abschalten des äußeren Feldes in den negativen Remanenzpunkt. Ein Anlegen eines positiven Feldes führt entsprechend über den aufsteigenden Ast der Hysteresisschleife in die positive Sättigung.

Die beiden Remanenzpunkte lassen sich nun zur Speicherung von Information nutzen. In den 50er bis 70er Jahren wurden *Ringkernspeicher* hergestellt, bei denen ein ringförmiger Dauermagnet genau 1 Bit speicherte. Dazu mussten drei oder vier Drähte durch den Ring gefädelt werden. Heute findet man sie nur noch in ausgewählten militärischen Anwendungen, da diese Speicher ihre Informationen auch ohne äußere Energiezufuhr halten.

Offenbar sind zur Informationsspeicherung Materialien dann besonders gut geeignet, wenn sie möglichst rechteckige Hysteresisschleifen mit großen Koerzitivfeldstärken haben, da dann kleine äußere Störfelder kein Umkippen in den anderen Remanenzpunkt bewirken.

Physiker erklären den Ferromagnetismus folgendermaßen: Jedes Elektron hat aufgrund seines Spins, der als Kreisstrom modelliert werden kann, ein magnetisches Moment. Gepaarte Elektronen haben entgegengesetzte Spins, deren magnetische Wirkungen sich nach außen neutralisie-

ren. Ferromagnetische Materialien wie Eisen haben mehrere ungepaarte Elektronen auf äußeren Schalen, die nach außen wie ein kleiner Magnet wirken. Festkörper sind bei Raumtemperatur kristallin. In ihnen bilden sich kleine Bereiche aus, in denen die magnetischen Momente der Atome gleich ausgerichtet werden. Diese heißen *Weißsche Bezirke*. Im unmagnetisierten Zustand neutralisieren sich die Magnetisierungen der verschiedenen Weißschen Bezirke nach außen.

Durch Einwirkung eines äußeren Feldes verschieben sich zunächst die Trennflächen zwischen den Bezirken, die sog. *Blochschen Wände* reversibel. Das erklärt, dass bei Rücknahme von kleinen Feldänderungen der ursprüngliche Arbeitspunkt wieder eingenommen wird. Abb. 23 zeigt ein derartiges Szenario. Bei größeren äußeren Feldern verschieben sich die Blochwände irreversibel. Bei noch stärkerem äußerem Feld werden schließlich die Magnetisierungsvektoren reversibel in Feldrichtung gedreht. Nach Entfernen des äußeren Feldes bleibt durch die irreversiblen Wandverschiebungen eine verstärkte Ausrichtung in der ehemaligen Feldrichtung bestehen, wodurch sich die Remanenzmagnetierung erklären lässt.

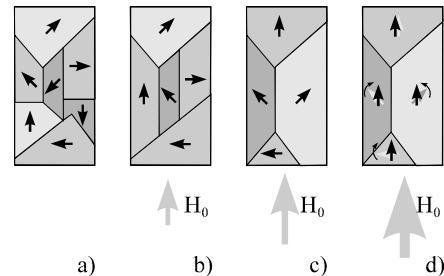


Abbildung 23: Weißsche Bezirke
 a) ungeordnet,
 b) durch Wandverschiebung teilweise ausgerichtet,
 c) weitere Wandverschiebungen,
 d) durch Drehung der Spins vollständig ausgerichtet

Oberhalb der *Curie-Temperatur* T_C werden ferromagnetische Stoffe paramagnetisch, da die Ausrichtung der Spinmomente der Weißschen Bezirke aufgehoben ist. Für Eisen beträgt $T_C = 1042 \text{ K} \approx 769 \text{ °C}$. Man kann also durch Erhitzen über den Curiepunkt hinaus Dauermagneten entmagnetisieren, da sich beim Abkühlen die Weißschen Bezirke dann statistisch ausrichten, wenn kein äußeres Feld anliegt.

Über die magnetischen Speichermechanismen der Massenspeicher Magnetband und Magnetplatte wird in Abschnitt 5 genaueres berichtet.

1.5 Das elektromagnetische Feld

Bisher hatten wir stationäre physikalische Prozesse betrachtet, d.h. solche, die zeitunabhängig sind. Wir wollen nun zeitlich veränderliche Phänomene betrachten, da diese ganz entscheidend in der Informationstechnik sind.

1.5.1 Induktionsgesetz

Ein ganz fundamentales Gesetz ist das von *Faraday* gefundene *Induktionsgesetz*. Es beschreibt den Zusammenhang zwischen einer Änderung des magnetischen Feldes an einem elektrischen Leiter und der in ihm in-

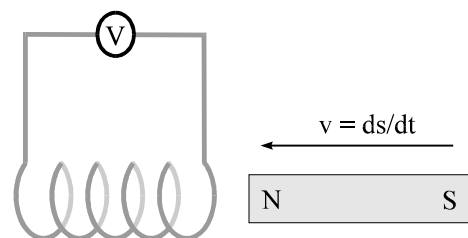


Abbildung 24: Versuch zum Induktionsgesetz

duzierten Spannung. In einem elementaren Versuch nach Abb. 24 bewegt man einen Stabmagneten durch eine Spule mit N Windungen, an deren Anschlüssen eine Spannung U gemessen werden kann, die von der Geschwindigkeit v abhängt, mit der der Magnet in der Spule bewegt wird. Eine genauere Untersuchung zeigt dann, dass die Spannung proportional zur zeitlichen Änderung des Flusses Φ ist.

$$U = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (42)$$

Die Spannung, die in einer Windung erzeugt wird, kann auch als Integral über die elektrische Feldstärke längs des Leiters geschrieben werden. Wir erhalten so eine Notation, die auch 2. Maxwellsche Gleichung genannt wird:

$$\begin{aligned} U_i &= \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} \\ &= - \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned} \quad (43)$$

Ein zeitlich veränderlicher magnetischer Fluss induziert ein *elektrisches Wirbelfeld*. Das Linienintegral über einen geschlossenen Weg (im Beispiel über eine Windung) wird *Umlaufspannung* genannt. Der Index i steht für *induziert*.

Die wichtigste technische Anwendung dieses Prinzips sind Stromgeneratoren. Im Bereich der Informatik wird das Lesen von magnetisch gespeicherter Information von Platten und Bändern mit Hilfe des Induktionsgesetzes bewirkt.

1.5.2 Selbstinduktion, Induktivität

Im Faradayschen Versuch nach Abb. 24 war die Flussänderung durch einen bewegten Magneten *Ursache* und die in der Spule induzierte Spannung *Wirkung*, die auftrennbar waren. Stellen wir uns nun vor, dass wir einen zeitlich veränderlichen Strom durch eine Spule schicken. Der sich zeitlich ändernde Strom erzeugt einen sich zeitlich ändernden Fluss durch die Spule, der wiederum eine Spannung in der Spule induziert. Diese selbstinduzierte Spannung ist der angelegten entgegen gerichtet und verzögert so den Stromdurchfluss durch die Spule. Die Selbstinduktionsspannung kann durch folgende Gleichung berechnet werden:

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (44)$$

Der Faktor L heißt *Induktivität* und hat die Dimension $1 \text{ H} = 1 \text{ Vs/A}$. Das negative Vorzeichen gibt an, dass die induzierte Spannung dem Strom entgegen gerichtet ist. Für eine gebräuchliche Zylinderspule gilt folgende Formel:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 \cdot A}{l}, \quad (45)$$

wobei N die Windungszahl, l die Spulenlänge und A die mittlere Querschnittsfläche der Wicklung ist. $\mu_0 \mu_r$

ist die Permeabilität im Inneren der Wicklung, welches man auch *Kern* nennt.

Die Induktivität ist ein energiekonservatives Element. Sie stemmt sich Änderungen im physikalischen Zustand entgegen. Entsprechend versucht sie, beim Abschalten des äußeren Stromes, dem Feldabbau durch eine selbstinduzierte Gegenspannung entgegenzuwirken. Daher sind Spulen oder Induktivitäten an Halbleitern sehr gefährlich, weil sie beim Abschalten durch die induzierte Gegenspannung den Baustein zerstören können. Während der Kondensator ein Speicher für elektrische Energie ist, ist die Induktivität ein Speicher für magnetische Energie.