

Konstruktion universeller Funktionen mit zusätzlichen Eigenschaften

Markus Nieß
Universität Trier

Zusammenfassung

Eine ganze Funktion φ heißt T-universell bezüglich einer gegebenen Folge $b := \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ komplexer Zahlen mit $b_n \rightarrow \infty$, falls eine geeignete Folge $\{\varphi(z + b_{n_k})\}$ additiver Translationen von φ lokal gleichmäßig in \mathbb{C} gegen jede vorgegebene ganze Funktion konvergiert. Ferner nennen wir eine ganze Funktion φ , für welche eine geeignete Folge $\{\varphi^{(n_k)}\}$ ihrer Ableitungen lokal gleichmäßig in \mathbb{C} gegen jede vorgegebene ganze Funktion konvergiert, ableitungsuniversell.

Die Existenz solcher Funktionen wurde von Birkhoff (1929) und MacLane (1952) bzw. Verallgemeinerungen ihrer Ergebnisse gesichert.

In dieser Arbeit wird die Konstruktion solcher Funktionen, die zusätzlich auf jeder Geraden beschränkt sind oder Nullstellen an bestimmten vorgegebenen Punkten besitzen, studiert.

Im Besonderen stellte sich hierbei heraus, dass die Menge aller bezüglich einer gegebenen Folge b – welche einer gewissen Bedingung genügt – T-universellen Funktionen, die überdies auf jeder Geraden beschränkt sind, zwar dicht, aber nicht residual im Raum aller ganzen Funktionen versehen mit der lokal-gleichmäßigen Topologie ist.

Ebenso überraschend ist die Konstruktion von T-universellen Funktionen, welche eine „regelmäßige Nullstellenasymptotik“ besitzen.